



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## Over dit boek

Dit is een digitale kopie van een boek dat al generaties lang op bibliotheekplanken heeft gestaan, maar nu zorgvuldig is gescand door Google. Dat doen we omdat we alle boeken ter wereld online beschikbaar willen maken.

Dit boek is zo oud dat het auteursrecht erop is verlopen, zodat het boek nu deel uitmaakt van het publieke domein. Een boek dat tot het publieke domein behoort, is een boek dat nooit onder het auteursrecht is gevallen, of waarvan de wettelijke auteursrechttermijn is verlopen. Het kan per land verschillen of een boek tot het publieke domein behoort. Boeken in het publieke domein zijn een stem uit het verleden. Ze vormen een bron van geschiedenis, cultuur en kennis die anders moeilijk te verkrijgen zou zijn.

Aantekeningen, opmerkingen en andere kanttekeningen die in het origineel stonden, worden weergegeven in dit bestand, als herinnering aan de lange reis die het boek heeft gemaakt van uitgever naar bibliotheek, en uiteindelijk naar u.

## Richtlijnen voor gebruik

Google werkt samen met bibliotheken om materiaal uit het publieke domein te digitaliseren, zodat het voor iedereen beschikbaar wordt. Boeken uit het publieke domein behoren toe aan het publiek; wij bewaren ze alleen. Dit is echter een kostbaar proces. Om deze dienst te kunnen blijven leveren, hebben we maatregelen genomen om misbruik door commerciële partijen te voorkomen, zoals het plaatsen van technische beperkingen op automatisch zoeken.

Verder vragen we u het volgende:

- + *Gebruik de bestanden alleen voor niet-commerciële doeleinden* We hebben Zoeken naar boeken met Google ontworpen voor gebruik door individuen. We vragen u deze bestanden alleen te gebruiken voor persoonlijke en niet-commerciële doeleinden.
- + *Voer geen geautomatiseerde zoekopdrachten uit* Stuur geen geautomatiseerde zoekopdrachten naar het systeem van Google. Als u onderzoek doet naar computervertalingen, optische tekenherkenning of andere wetenschapsgebieden waarbij u toegang nodig heeft tot grote hoeveelheden tekst, kunt u contact met ons opnemen. We raden u aan hiervoor materiaal uit het publieke domein te gebruiken, en kunnen u misschien hiermee van dienst zijn.
- + *Laat de eigendomsverklaring staan* Het “watermerk” van Google dat u onder aan elk bestand ziet, dient om mensen informatie over het project te geven, en ze te helpen extra materiaal te vinden met Zoeken naar boeken met Google. Verwijder dit watermerk niet.
- + *Houd u aan de wet* Wat u ook doet, houd er rekening mee dat u er zelf verantwoordelijk voor bent dat alles wat u doet legaal is. U kunt er niet van uitgaan dat wanneer een werk beschikbaar lijkt te zijn voor het publieke domein in de Verenigde Staten, het ook publiek domein is voor gebruikers in andere landen. Of er nog auteursrecht op een boek rust, verschilt per land. We kunnen u niet vertellen wat u in uw geval met een bepaald boek mag doen. Neem niet zomaar aan dat u een boek overal ter wereld op allerlei manieren kunt gebruiken, wanneer het eenmaal in Zoeken naar boeken met Google staat. De wettelijke aansprakelijkheid voor auteursrechten is behoorlijk streng.

## Informatie over Zoeken naar boeken met Google

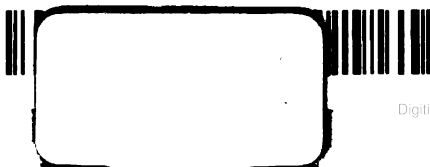
Het doel van Google is om alle informatie wereldwijd toegankelijk en bruikbaar te maken. Zoeken naar boeken met Google helpt lezers boeken uit allerlei landen te ontdekken, en helpt auteurs en uitgevers om een nieuw leespubliek te bereiken. U kunt de volledige tekst van dit boek doorzoeken op het web via <http://books.google.com>

43270404

B.L. 10,404



UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT



Digitized by Google







**VOLKS-  
WIS- EN WERKTUIGKUNDIG  
LEES- EN LEERBOEK.**



**UITGEGEVEN DOOR DE  
M A A T S C H A P P I J:  
*TOT NUT VAN 'T ALGEMEEN.***



***Te* AMSTERDAM, bij  
DE ERVEN HENDRIK VAN MUNSTER EN ZOON  
EN  
JOHANNES VAN DER HEY EN ZOON.**

**1839.**





## VOORBERIGT.

---

*De Maatschappij: Tot Nut van 't Algemeen, onder hare bedoelingen mede tellende de voortplanting van nuttige kundigheden, meende als een der vermogendste hulpmiddelen hiertoe te moeten beschouwen een Volks- Wis- en Werktuigkundig Leerboek, zoodanig ingerigt, dat hetzelfde door handwerks- en ambachtslieden in ons Vaderland, in de meest voorkomende gevallen, zoude kunnen worden geraadpleegd, onverminderd het nut, dat daaruit bij het beschouwend onderwijs zou kunnen getrokken worden: zij gaf tot dat einde de Prijsvraag op, zoodanig als die onmiddellijk hierachter in haar geheel geplaatst is.*

*Niet gelukkig slaagden de eerste en tweede proefnemingen. De Maatschappij ontving geene Antwoorden op hare Vragen. Hierdoor echter niet afgeschrikt, maar de reden vermoedende, dat men tot bearbeiding van een onderwerp, als het onderhavige, eene meerdere tijdruimte verlangde, gaf zij ten derden male de Prijsvraag op, ter beantwoording voor onbepaalden tijd; en nu had zij, ten*

*Jare 1837, het geluk, daarop een Antwoord te be-  
komen, aan hetwelk door de meerderheid der Be-  
oordeelaars de uitgeloofde Eereprijs, in de Gouden  
Medaille benevens tien gouden Dukaten bestaande,  
werd toegewezen, en waarvan, bij de opening van  
het daarbij gevoegde Naambriefje, bleek Schrijver  
te zijn de Heer JAN WILLEM LOÛS VAN OORDT,  
Onder-Constructeur der Marine te Rotterdam.*

*Wat nu de wijze der bewerking van het hierbij  
aangeboden Handboek betreft, daaromtrent gedraagt  
zich de Maatschappij geheel en al aan het volgende  
berigt van den verdienstelijken Schrijver zelve,  
en besluit alzoo met den wensch, dat ook dit Werk  
het nut moge sichten, dat zij bedoeld heeft, waar-  
van zij voor zich de rijkste voldoening zal smaken.*

Op last der Maatschappij:

*Hend. Ravestein*  
*Secretaris.*

Amsterdam,  
April, 1839.

BE-

# BEANTWOORDING

DER

## PRISSTOFFE:

*Een Volks- Wis- en Werktuigkundig Lees- en Leerboek, toegepast op de handwerken, fabrieken en schoone kunsten, in den geest van den Cours Normal des Heeren Baron DUPIN; doch in den smaak van de reeds door de Maatschappij uitgegevene Volks-Natuur-, Schei- en Meetkunde, en alzoo bevatte-lijker dan gemelden Cours voorgesteld, en door meer voorbeelden van allerlei aard opgehelderd, en verder zoodanig ingerigt, dat hetzelfde tot Handboek voor handwerks- en ambachtslieden in ons Vaderland kan dienen, hetwelk in de meeste gevallen door hen kan worden geraadpleegd.*

DOOR

JAN WILLEM LOUIS VAN OORDT,

*Onder-Constructeur der Marine te Rotterdam.*





## VOORREDE VAN DEN SCHRIJVER.

---

**M**et veel belangstelling zag ik de beantwoording der Prijsvraag: *Een Volks- Wis- en Werktuigkundig Lees- en Leerboek, toegepast op de handwerken, enz.,* uitgeschreven door de Maatschappij: *Tot Nut van 't Algemeen*, te gemoet; eensdeels om de wezenlijke behoefte aan zulk een Werkje voor den nijveren en onderzoeklievenden werkman, en ten anderen omdat de *Cours Normal* van den Baron CHARLES DUPIN mij voorkwam niet geheel geschikt te zijn voor het Volks-Onderwijs in ons Vaderland.

Niettegenstaande de toenemende behoefte aan een Werktuigkundig Leerboek voor den handwerksman, bleven de loffelijke pogingen der Maatschappij, om in deze behoefte te voorzien, vruchteloos; terwijl men in de *Handelingen* der Algemeene Vergadering van genoemde Maatschappij, gehouden in Augustus, 1831, onder de *voor eenen onbepaalden tijd* opgegevene Prijsstoffen, de boven aangehaalde Prijsvraag geplaatst vond.

Het belang der zaak, alsmede de behoefte, die men op de Industrie-school te *Rotterdam* aan zulk een Werkje had, spoorde mij aan, om den *Cours Normal* van den Baron DUPIN nog eens in handen te nemen, en te zien, in hoeverre door mij aan het verlangen der Maatschappij zou kunnen worden voldaan. Al spoedig zag ik, dat het Eerste Deel (*Géométrie*) van het Werk van DUPIN in geene aanmerking

king kon komen, daar de Maatschappij onder hare bekroonde stukken reeds eene *Volks-Meetskunde* telde; het Derde Deel (*Dynamie*), van eenen meer bespiegelanden dan wel toepasselijken aard zijnde, kon, mijns inziens, ook voor den handwerksman van weinig nut zijn; het Tweede Deel bleef dus over, en daar dit de Werktuigkunde behandelde, kwam hetzelfde met de Vraag, door de Maatschappij uitgeschreven, meer overeen.

Onder het lezen van het Tweede Deel van den *Cours Normal* van den Baron DUPIN, stuitte ik op de navolgende zwaarigheden:

1°. In dat Tweede Deel wordt voorondersteld, dat het Eerste Deel, over de Meetskunde handelende, goed begrepen is: in hoeverre nu de door de Maatschappij uitgegevene *Volks-Meetskunde* te vergelijken is met de *Géométrie* van DUPIN, laat ik ter beslissing over aan allen, die de *Volks-Meetskunde* gelezen, en de *Géométrie* van DUPIN bestudeerd hebben.

2°. Hoe onderhoudend en nuttig de Werktuigkunde van DUPIN ook wezen moge, vindt men daarin echter veel, dat voor den handwerksman van weinig belang is, en daarentegen veel, dat voor hem van groot nut kan geacht worden, weggelaten. Aan uitgewerkte voorbeelden ontbrak het geheel; de wrijving op de werktuigen was niet onmiddellijk toegepast, enz. Met dit een en ander de Werktuigkunde van DUPIN uit te breiden, zou, daar de Maatschappij bepaald had, dat de beantwoording der Prijsvraag een gegeven aantal bladzijden niet te boven mogt gaan, het Werk veel te groot maken.

Ik besloot dus, hoewel het Werk van DUPIN raadplegende, eene geheel andere volgërde aan te nemen, en een Werktuigkundig Lees- en Leerboek, naar de behoefte van den handwerksman, zamen te stellen; daarom bepaalde ik mij voornamelijk tot de wetten van het evenwigt bij de enkelvoudige werktuigen, en gaf tot handleiding hier en daar, in cijfers, uitgewerkte voorbeelden, terwijl de ontbindingen van werkende krachten, als het nuttigste in de uitoefening der ambachten, vooral uitvoerig behandeld werden. Dit een en ander maakte het Werkje ongeschikt, om in den trant van het *Natuurkundig School-*

*Schoolboek* en de *Volks-Scheikunde* geschreven te worden, en ik vond in deze afwijking van behandeling des te meer vrijheid, daar, volgens het verlangen der Maatschappij, dit Werkje, in de meeste gevallen, door den handwerksman moest kunnen worden geraadpleegd. Men mag ook tegenwoordig bij het verbeterd Lager Onderwijs van den handwerksman meer verwachten dan vroeger, te meer, daar de Industrie-scholen, in de voornaamste steden van ons Vaderland opgericht, den handwerksman de gelegenheid aanbieden, om de voorbereidende kundigheden tot lezing van dit Werkje te verkrijgen.

Het laatste Hoofdstuk, over de wetten van beweging, is later bij het Werk gevoegd, omdat men, zonder dezelve, van eenige zamenstellende deelen, bij de werktuigen gevonden, geen' uitleg kon geven.



In de Meetkunde wordt geleerd, hoedanig men de grootte van lijnen, vlakken en lichamen meten moet, dat wil zeggen, welke plaats eenig ligchaam in de ruimte inneemt. Men heeft daarbij niet in aanmerking genomen, van welke stof de voorwerpen gemaakt waren; omdat het onverschillig is, of een kubus van hout, steen of ijzer gemaakt is, daar de plaats, die zoodanige kubus inneemt, dezelfde blijft. In de Werktuigkunde bepaalt men de lichamen niet alleen naar derzelver afmetingen, maar ook naar derzelver zwaarte. Ieder weet, dat *ijzer* zwaarder is dan *hout*, *lood* zwaarder dan *ijzer*, *goud* zwaarder dan *lood*, en zoo is men gewoon over de meerdere of mindere zwaarte der stoffen, door dezelve onderling met elkander te vergelijken, te oordeelen. De reden, waarom de eene stof zwaarder is dan de andere, kan men vinden in de *Volks-Natuurkunde*; doch naardien een en ander met de Werktuigkunde in verband staat, zal men hier kortelijk sommige eigenschappen der lichamen opgeven.

De ruimte, welke een ligchaam inneemt, moet men zich voorstellen gevuld te zijn door datgene, waardoor men het aanzijn van het ligchaam gewaarwordt en hetwelk men gewoon is *stof* te noemen; vandaar de naam van *stoffelijke lichamen*.

De som van al de stoffelijke deelen, welke een lig-

ligchaam bevat, noemt men de *masfa* van het ligchaam.

Alle lichamen, die wij kennen, hebben poriën, dat wil zeggen, ledige ruimten tusfchen derzelver ftoffelijke deelen; het eene ligchaam is echter poreufer dan het andere; dit drukt men uit door te zeggen, dat het eene ligchaam minder *digtheid* heeft dan het andere. Zoo zijn, bij voorbeeld, de poriën van eene spons dadelijk te zien, terwijl die van hout veel kleiner zijn en men dezelve van ijzer niet befpeurt. Hout is dus *digter* dan spons en ijzer *digter* dan hout.

Men ziet derhalve nu reeds duidelijk in, dat een stuk spons, van zekere grootte, minder ftofdeelen zal bevatten dan een stuk hout van dezelfde afmetingen, en verder een stuk ijzer, weder even zoo groot, meer ftofdeelen dan het hout in zich hebben zal.

De bovengenoemde *zwaarte* hangt alzoo af van het aantal ftofdeelen, in dezelfde ruimte begrepen, dat is, hangt af van de *masfa*.

Alle ftofdeeltjes zijn even zwaar; hiermede bedoelt men, dat elk ftofdeeltje met dezelfde kracht naar het middelpunt der aarde getrokken wordt; daarom zegt men ook wel alle lichamen zijn even zwaar, waarmede bedoeld wordt, dat de meerdere *zwaarte* van het eene ligchaam boven het andere, of van de eene ftof boven de andere, alleen aan het grooter aantal ftofdeeltjes, in dezelfde ruimte begrepen, toe te fchrijven is.

Men heeft, om de *zwaarte* van de eene ftof gemakkelijik met die der andere te vergelijken, eene zekere *maat* aangenomen. Deze maat is het gewigt van eene kubiek-palm zuiver water, dat is, het Nederlandfche pond. Wanneer dus gezegd wordt: het ijzer weegt zevenmaal zwaarder dan het water, zoo wordt bedoeld, dat eene kubiek-palm ijzer zeven Nederlandfche ponden weegt.

Door behulp der Waterweegkunde heeft men van de meeste ftoffen onderzocht, hoe veel eene kubiek-palm van elke dier ftoffen in Nederlandfche ponden weegt.

Voor elke ftof heeft men een ander gewigt gevonden, hetwelk men gewoon is het *foortelijik gewigt* van

die stof te noemen. Men herkent namelijk aan dā gewigt, tot welke soort het ligchaam behoort.

Daar het van groot belang is, over de gewigten der lichamen te kunnen oordeelen, zoo zal men hier de soortelijke gewigten van de meest bekende stoffen opgeven.

Zuiver water.	. . . . .	1,000.
Ijs.	. . . . .	0,916.
Zeewater.	. . . . .	1,026.
Dampkringslucht.	. . . . .	0,001232.
Goud.	. . . . .	19,352.
Rood koper.	. . . . .	8,784.
Geel koper.	. . . . .	8,54.
Lood.	. . . . .	11,675.
Kanon-metaal.	. . . . .	8,803.
Staal.	. . . . .	8,017.
Tin.	. . . . .	7,291.
Gegoten ijzer.	. . . . .	7,113.
Gefmeed ijzer.	. . . . .	8,314.
Zilver.	. . . . .	10,474.
Zink.	. . . . .	7,191.
Vensterglas.	. . . . .	2,642.
Marmer.	. . . . .	2,648.
Molensteen.	. . . . .	2,490.
Metselwerk van gebakken' steen.	. . . . .	1,900.
Steenkolen.	. . . . .	1,385.
Zand.	{ droog. . . . .	1,638.
	{ met water verzadigd.	1,945.
Beukenhout.	. . . . .	0,761.
Eikenhout	{ zomer-eiken, nat.	0,85.
	{ winter-eiken, nat.	0,99.
	{ zomer-eiken, droog.	0,78.
	{ winter-eiken, droog.	0,76.
Esfchenhout.	. . . . .	0,785.
Elzenhout.	. . . . .	0,633.
Ebbenhout.	. . . . .	1,154.
Greenenhout	{ versch, harsachtig.	0,725.
	{ droog. . . . .	0,625.
Dennenhout	{ versch. . . . .	0,546.
	{ droog. . . . .	0,435.
Lindehout.	. . . . .	0,604.
Mahonyhout.	. . . . .	1,063.
Palmhout.	. . . . .	1,120.

Pok-

Pokhout.	. . . . .	1,632.
Vurenhout	{versch.	. . . . . 0,450.
	{droog.	. . . . . 0,424.
Zandsteen.	. . . . .	1,933.
Pleister.	. . . . .	1,872.

Wil men dus weten, hoe veel eene kubiek-el metfelwerk weegt, dan vindt men in de bovenstaande tafel, dat eene kubiek-palm 1,9 N. p. weegt; eene kubiek-el duizend kubiek-palmen bevattende, zoo is het gewigt van eene kubiek-el metfelwerk gelijk  $1000 \times 1,9$  N. p., dat is, 1900 Ned. ponden.

Van groot belang is het voor den Architect en Metfelaar, te weten of de fondering, die een' zeke- ren muur dragen moet, sterk genoeg is; daartoe wordt vereischt, dat de zwaarte van den muur ten naasten bij bekend is. Stel eens, dat de muur 20 ellen lang, 14 ellen hoog en 0,3 ellen dik moest zijn, dan zou men, om het gewigt te berekenen, eerst den inhoud des muurs, dat is,  $20 \times 14 \times 0,3$  moeten nemen en deze uitkomst met het soortelijk gewigt, dat is, 1,9 moeten vermenigvuldigen. Dit bewerkstelligende heeft men:

Inhoud muur  $= 20 \times 14 \times 0,3 = 84$  kubiek-ellen.

Het gewigt van *eene* kubiek-el muur  $= 1900$  N. ponden.

---

Derhalve is het gewigt des muurs  $= 159600$  N. ponden.

Het is bekend, dat pakzolders zeer gemakkelijk kunnen overladen worden en dat dit de noodlottigste gevolgen hebben kan. Wil men dus weten, hoe veel gewigt een zolder met eene of andere stof beladen, te dragen heeft, zoo zou men den inhoud of de volume der goederen met het soortelijke gewigt moeten vermenigvuldigen, en de uitkomst zou het gewigt doen kennen.

Moet men het gewigt kennen van voorwerpen, die te groot of te moeilijk te verplaatsen zijn, om dezelve dadelijk te wegen, dan heeft men slechts den inhoud te berekenen en met het soortelijk gewigt der stof te vermenigvuldigen. Men kan dus in het algemeen over de zwaarte oordeelen, zonder schalen te gebruiken.

Men zal dan ook nu inzien, welk groot onder-

scheid er bestaat tusschen den inhoud van een of ander ligchaam en deszelfs gewigt. De eerste hangt af van de afmetingen; het andere van de soortelijke zwaarte.

De verdere onderscheiding der lichamen in *vaste* en *vloeibare*, *veelkrachtige* en *omveelkrachtige*, enz. behoort tot het gebied der Natuurkunde, en is in de meer aangehaalde *Volks-Natuurkunde* te vinden. Van meer belang is het in de Werktuigkunde, te weten, dat een ligchaam gezegd wordt in *rust* te zijn, wanneer het geheele ligchaam, alsmede al deszelfs bijzondere deelen, in *rust* zijn. Om dit duidelijk te maken, kan men zich eenen drijftol voorstellen, welke, zonder van plaats te veranderen, in het ronde draait. De tol is oogenfschijnlijk in rust, doch de bijzondere deelen van den tol zijn werkelijk in eene draaijende beweging, en men zou dus verkeerd oordeelen, wanneer men zeide, dat dit ligchaam in rust was. Hieruit volgt nu terstond, wat het zeggen wil, dat eenig ligchaam in beweging is; de zoo even aangehaalde tol was werkelijk in beweging. Wanneer dus het geheele ligchaam of sommige van deszelfs deelen van plaats veranderen, zegt men, dat het ligchaam in beweging is.

Geen ligchaam, dat in rust is, kan uit zich zelf, dat is zonder de eene of andere oorzaak, in beweging komen en, omgekeerd, kan geen ligchaam, dat in beweging is, zonder de eene of andere oorzaak in den staat van rust gebragt worden. Het eerste zal wel door ieder aangenomen worden: men weet, dat het verplaatsen van allerlei lichamen eenige moeite of inspanning kost. Het tweede kan men zien uit de volgende eenvoudige proef. Heeft men eene kom of bak met water, en trekt men deze kom of bak over de tafel, dan neemt het water de beweging van het vat aan; laat men nu het vat plotseling stilstaan, dan ziet men het water, dat steeds dezelfde beweging behouden wil, tegen den wand van het vat oploopen, en wanneer er veel water in het vat is, zich buiten het vat uitstorten. De wanden van het vat zijn dus de oorzaken, waardoor het water, na eenige schommelingen, in rust gebragt wordt. Men weet ook, dat om eenen voortloopenden bal te stuiten, er eenige hinderpaal ver-



vereischt wordt. Men is gewoon deze eigenschap der lichamen de *traagheid* der stof of de *traagheid* der lichamen te noemen.

Elke bekende of onbekende oorzaak, waardoor een ligchaam, dat in rust was, in beweging, en een ligchaam, dat in beweging was, in rust gebracht wordt, noemt men *kracht*. Een bal, dien men met snelheid ziet voortgaan, zonder te weten, wat de oorzaak van dien voortgang is, wordt voor den aanschouwer bewogen door eene voor hem onbekende kracht.

Krachten bestaan op zich zelve niet; alleen wanneer deze op eenig ligchaam werken, wordt hun aanzijn waargenomen. Men kan dus over de krachten niet anders oordeelen, dan door de uitwerkselen, die men er van ziet. Om dit duidelijk te maken kan men een' bal, die in eene kolfbaan voortgeflagen wordt, tot voorbeeld nemen. Wordt de bal met kracht geflagen, dan ziet men denzelfden met groote snelheid voortgaan; men zegt zelfs uit gewoonte, wanneer een bal met groote snelheid aankomt: „Daar zit kracht achter.” Dezelfde bal wordt op eenen anderen tijd langzaam voortbewogen en men zegt: „De bal is flauw geflagen.” Wat is nu de oorzaak des voortgangs in beide die gevallen? Eene zekere aangebragte kracht. Hoe oordeelt men over de grootte dezer aangebragte kracht? Uit de snelheid, waarmede de bal voortbewogen wordt. Men zegt daarom, dat de grootte der krachten evenredig is aan de snelheden, welke door dezelve aan hetzelfde ligchaam, gedurende denzelfden tijd, gegeven worden. Had men dus een' bal zoodanig voortgeflagen, dat deze in eene sekonde tien ellen lengte doorliep, terwijl men voor den tweeden keer denzelfden bal, in denzelfden tijd, dat is in eene sekonde, slechts de lengte van vijf ellen had doen afleggen, dan is de kracht, waarmede de bal de eerste reis was voortgeflagen, tweemaal zoo groot als de kracht, die men de tweede maal op den bal had aangewend.

Wanneer men eens twee volmaakt gelijke ballen zoodanig voortbewegen zag, dat derzelver stand ten opzigte van elkander steeds dezelfde bleef, dan wist men nu, dat de beweegkrachten even groot waren.

ren. Om twee ballen, dat is, om de stof, in twee ballen begrepen, of de massa van twee ballen op dezelfde wijze te bewegen, behoeft men dus de dubbele kracht, welke er noodig was, om slechts één' bal te doen voortgaan. Had men nu, in plaats van twee ballen, één' bal genomen, die juist zoo vele stofdeelen bevatte als de twee ballen te zamen, dan is het duidelijk, dat de kracht om dezen eenen bal voort te bewegen even zoo groot zal moeten zijn als die, welke men noodig had, om aan de twee ballen die beweging te geven, namelijk als de snelheden gelijk blijven. Men ziet dus hieruit, dat de grootte der krachten ook evenredig zal zijn aan de massa's der voortbewogene lichamen. Deze eigenschap der krachten met de bovenopgegevene vereenigende, heeft men: dat twee krachten, die men door hare uitwerkselen kan gadeslaan, tot elkander in rede zullen staan als de produkten der massa's en snelheden der door haar voortbewogene lichamen.

Men weet, dat lichamen dan eens in beweging en dan eens in rust voorkomen. De omstandigheden na te gaan, onder welke eenig ligchaam in rust of beweging is, en den aard van die rust of beweging op te sporen, wordt *Mechanica* of *Werktuigkunde* genoemd. Men onderscheidt verder de Werktuigkunde in twee voornamen afdeelingen: 1°. de leer der rust en 2°. de leer der beweging.

De leer der rust, ook wel evenwichtsleer genoemd, wordt wederom verdeeld in: 1°. de evenwichtsleer der vaste lichamen of de eigenlijke *Statica*, 2°. de evenwichtsleer der onveérkrachtige vloeistoffen of de Waterweegkunde en 3°. de evenwichtsleer der veérkrachtige vloeistoffen, zoo als de lucht, enz.

Het voornamen doel van dit Lees- en Leerboek is de behandeling der evenwichtsleer van de vaste lichamen, dat is, te onderzoeken, onder welke omstandigheden krachten, die op eenig vast ligchaam werkzaam zijn, evenwigt of rust te zamen darstellen, om daaruit verder af te leiden, hoe groot het vermogen is, hetwelk met de zoogenoemde werktuigen uitgeoefend wordt, alsmede, wanneer en hoedanig deze werktuigen onder verschillende omstan-

standigheden moeten gebruikt worden in de uitoefening der verschillende ambachten en schoone kunsten, en dienen kunnen om evenwigt daar te stellen, en eindelijk om, in het algemeen, dit voorname gedeelte der Werktuigkunde toe te pasfen op de verschillende handwerken, waartoe, zoo men hoopt, voorbeelden, genomen uit de onderscheidene ambachten, veel tot duidelijkheid zullen toebrengen.

#### OVER DE BEWEEGKRACHTEN.

Men weet, dat een werktuig op zich zelf van geen nut kan zijn, indien hetzelfde niet door eenige oorzaak in beweging gebragt wordt, en offchoon het hoofddoel van dit Lees- en Leerboek is, om het vermogen aan te duiden, dat door de verschillende werktuigen wordt voortgebragt, zoo hangt echter dit vermogen tevens van de grootte der bewegende kracht af.

De krachten, die men gebruikt om beweging aan werktuigen te geven zijn: 1°. de kracht van een' mensch; 2°. de krachten der dieren, voornamelijk die van het paard; 3°. de kracht van den wind op zeilen en molenwieken; 4°. de kracht van het water op fchepraderen, en 5°. de kracht van den stoom. Men kan hier nog bijvoegen de kracht van dalende gewigten en de kracht van gespannen veëren.

Het doel van dit Hoofdstuk is slechts de grootte der verschillende beweegkrachten onder de meest voorkomende omstandigheden op te geven; alzoo zal hier over de dalende gewigten niet gesproken worden, aangezien men daarop in het Hoofdstuk over de *wetten van beweging* zal terugkomen.

De aard van dit Leesboek laat niet toe, een en ander uitvoerig te behandelen; het is ook aan te raden, zich alvorens met de werktuigen gemeenzaam te maken, daar men somtijds genoodzaakt zal zijn, reeds nu over werktuigen te spreken, die men eerst in het vervolg door dit Lees- en Leerboek zal leeren kennen.

*Over de kracht van eenen arbeider, op verschillende wijzen aangebragt.*

Een zakkedragers draagt bij een' gewonen stap  
67 Ned. ponden, mits ongeladen terugkeerende;  
daar-

daarentegen zal een drager een' last van 40 Ned. p. aanhoudend dragen en zich voortbewegen met eene snelheid van 0,75 el in eene sekonde, mits niet meer dan 7 uren daags werkende.

Een dijkwerker kan, met behulp van een' kruiwagen, op éenen dag 14,5 kubiek-ellen gronds op eenen afstand van 30 ellen vervoeren. De lading van een' kruiwagen rekent men op 70 N. p.; hiervan draagt de arbeider 18 à 20 N. p., terwijl de kracht, om den kruiwagen voort te duwen, 2 à 3 N. p. bedraagt.

Een arbeider kan, op eene kar of een' wagen met twee wielen, in éenen dag, een gewigt van 2300 N. p. eene mijl (*kilomètre*) ver brengen.

Een man, aan eene lijn, eene schuit voorttrekkende, zal voortdurend op de lijn slechts eene kracht van 13,5 Ned. p. uitoefenen, acht uren daags werkende.

Bij het heijen rekent men de trekkende kracht van een' man op 19 Ned. p., en de snelheid, waarmede het heiblok opgevoerd wordt, 0,37 el in eene sekonde.

Moet een arbeider 7 uren daags een gewigt over eene vaste schijf ophalen, zoo kan men de trekkende kracht slechts op 18 Ned. p. rekenen, in de vooronderstelling, dat het touw onbezwaard naar beneden komt.

Bij een' kaapstander rekent men de drukkende kracht van een' man op 14 Ned. p., in de vooronderstelling van een' gewonen pas en voortdurende werking.

De trekkende kracht van een' arbeider aan een' pompzuiger is 15 Ned. p., 8 uren daags werkende.

Een roeijer oefent op de riemen, wanneer de tijd van roeijen 8 uren daags is, eene kracht van 21 Ned. p. uit.

Moet eene kruk door een' man voortdurend rondbewogen worden, zoo als de bakker doet bij den buil, de boer bij het wannen, enz. dan kan men de kracht op niet meer dan 7 Ned. p. stellen, terwijl de snelheid van omvoering 0,75 el in eene sekonde is.

Wordt daarentegen de kruk niet lang achtereen rondgevoerd, zoo als bij lieren, ijzerboren, slijpsteen, enz. dan kan men voor de kracht 13 à 14 Ned. p. stellen, met dezelfde snelheid als boven.

Het is voordeelig, om twee arbeiders op twee krukken, waarvan de stand ten opzichte van elkan-

der

der winkelhaaks is, te doen werken, daar deze elkander hierdoor op de zwakke plaatsen te hulp komen; twee arbeiders kunnen, aldus werkende, even gemakkelijk 35 Ned. p. kracht doen, als ieder op zich zelve 14 Ned. p.

Men zou zich vergissen met het hier opgegevene bij de dommekrachten te willen toepassen; aldaar is de werking van een' man veel meer, als geschiedende de beweging langzaam, terwijl de inspanning van korten duur is. Men zal ook in het vervolg zien, van welk groot nut de voerwielen bij zulke rondgaande bewegingen zijn.

Somtijds gebruikt men het gewigt van den mensch, om, op den omtrek van een rad aangebragt, aan hetzelfde beweging te geven; bij het lezen van dit Leerboek zal men inzien, hoe voordelig alsdan dit gewigt wordt aangewend; door elkander kan men de aangewende kracht op 70 Ned. p. rekenen; doch de snelheid is slechts 0,15 el in eene sekonde.

Men vindt zulke sportraderen bij de bleekerijen, om het goed uit te wringen, terwijl men in *Engeland* in de tuchthuizen dergelijke raderen vindt, welke verschillende werktuigen in beweging brengen.

De twee raderen, die men soms bij kranen en overtoomen aantreft, en ook wel bij karnmolens gebruikt, worden eveneens door het gewigt van den daarin loopenden man bewogen; bij de behandeling van het windäs zal aangetoond worden, dat de aangebragte kracht slechts gering is, kunende men daarvoor niet meer dan 12 Ned. p. rekenen.

*Over de kracht van een paard, op verschillende  
wijzen aangebragt.*

Twee paarden voor eenen ploeg gespannen, op een' middelmatig taaijen grond, doen ieder een trekkend vermogen van 75 Ned. p., stappende met eene snelheid van 1 el in eene sekonde, en kunnen 8 uren daags werken.

Als lastdier is een paard niet zeer geschikt; men kan door elkander rekenen, dat een paard een' ruiter  
slechts

slechts 7 à 8 uren daags dragen kan, met eene gemiddelde snelheid van 1,4 el tot 1,6 el in eene sekonde. Laat men echter het paard een' zachteren stap aannemen, zoodat de snelheid slechts 1 el in eene sekonde is, dan kan men hetzelfde, om 9 uren daags te werken, met 120 Ned. p. belasten.

Een paard trekt het gemakkelijkst, wanneer de rigting der trekkende kracht ter hoogte van de borst en bijna evenwijdig met den grond is.

Een goed paard kan een gewigt van 90 Ned. p., b. v. een' steen uit een' put, met eene snelheid van 1 el in eene sekonde ophalen, terwijl men den werktijd op 8 uren daags kan stellen. Zoodanig kan men de trekkende kracht van een paard bij den rosmolen in rekening brengen, hoewel het beter is alsdan den werktijd een uur korter te nemen; verder moet men wel onder het oog houden, dat de grootte van het paarden-pad hier veel toe of afdoet; men rekent, dat een paarden-pad, zal het paard, door wringing van deszelfs ligchaam, niet veel in kracht verliezen, niet minder dan 7 en niet meer dan 10 el middellijn hebben mag.

Men rekent voor elk paard vóór een' vrachtwagen, die met eene snelheid van 1 el in elke sekonde voortgaat, een' last van 750 Ned. p., den werktijd gerekend tegen 8 uren daags. Men moet dit echter niet willen toepassen op die vrachtwagens, welke men voor kleine afstanden in de koopsteden gebruikt; want dáár geschiedt de trekkende kracht niet bij voortduring, en men kan alsdan voor een goed paard den last van den wagen op 1500 Ned. p. stellen.

Bij de rijtuigen, die voor reizigers en goederen tevens dienen, rekent men den last voor elk paard op 300 à 350 Ned. p.; doch de snelheid is alsdan 2,2 el in elke sekonde, en de werktijd kan op niet meer dan 5 uren daags gesteld worden.

Bij kaapstanders, molens, enz. kan men de kracht van zes menschen gelijkstellen met de kracht van een paard; daarentegen kunnen drie menschen op den duur zoo veel gewigt tegen een hellend vlak opdragen als een paard trekken kan; men ziet dus hieruit, dat de kracht van een paard alsdan zeer on-

voor-

voordeelig zou aangebragt worden. Tot het vervoeren van goederen in vrachtwagens, heeft men 12 menschen tegen één paard noodig.

Het is de gewoonte, om de kracht van groote werktuigen, vooral van stoomwerktuigen, bij paardenkrachten te vergelijken; zoo zegt men: een stoomwerktuig van 20, 30, 40 of meer paardenkrachten. De vraag doet zich hierbij van zelve voor: hoe groot rekt men eene paardenkracht?

Hiertoe moet men nagaan, wat vroeger over de krachten gezegd is, en men zal bevinden, dat niet alleen de bewogene masfa, maar ook de snelheid der beweging bij de bepaling der kracht in aanmerking komt; vandaar dat bij de meeste der opgegevene krachten de snelheid der beweging tevens opgegeven is. De paardenkrachten worden door onderscheidene Schrijvers verschillend opgegeven: de Fransche paardenkrachten zijn de kleinste; de beroemde Engelsche Werktuigkundigen BOULTON en WATT rekenen het vermogen van een paard op 73,76 Ned. p., geligt tot eene el hoogte in eene sekonde, of, wat op hetzelfde nederkomt, 4426 Ned. p. tot eene el hoogte in eene minuut tijds. De Nederlandsche Werktuigkundige G. J. VERDAM rekt het vermogen van een paard op 76 Ned. p., geligt tot eene el hoogte in eene sekonde, of wel op 4560 Ned. p., geligt tot eene el hoogte in eene minuut tijds.

#### *Over de kracht van den wind.*

In het *Natuurkundig Schoolboek* wordt reeds gesproken over de oorzaak des winds. De uitwerking en drukking van denzelfen op eenig voorwerp, waarop de snelheid van den wind gebroken wordt, hangt af van de snelheid des luchtstrooms. Door genomene proeven heeft men de navolgende uitkomsten verkregen:

Snelheid in eene sekonde.	Drukking op een oppervlak van 929 vierkante duimen loodrecht op de rigting des winds.	Namen, die men in het dagelijksche leven aan zulke winden geeft.
Ned. ellen.	Ned. wigjtjes.	
0,448	2,267	Een zuchtje.
0,893}	9,068}	Flaauwe koelte.
1,341}	19,951}	
1,789}	35,881}	Bramzeilskoelte.
2,234}	55,773}	
4,471}	223,091}	Marszeilskoelte.
6,705}	502,000}	
8,942}	892,367}	Gereefde marszeilskoelte.
11,176}	1394,324}	
13,412}	2008,281}	Digt gereefde marszeilskoelte.
15,648}	2732,876}	
17,885}	3570,000}	Rukwinden.
20,117}	4517,612}	
22,356	5577,299	Storm.
26,824	8032,671	Vliegende storm.
35,771	14278,890	Orkaan.
44,713	22309,198	Vernielende orkaan.

Als beweegkracht wordt de wind gebruikt in de eerste plaats bij de schepen; de werking geschiedt aldaar op de zeilen; doch het is slechts zeer zeldzaam, dat de rigting des winds loodrecht op de zeilen werkt; bij de ontbindingen der krachten zal men met een voorbeeld ophelderen, hoedanig de kracht des winds, die onder een' meer of min schuinschen hoek in de zeilen valt, ontbonden moet worden, om de ware uitwerking van den wind te kennen; verder zal men in het Hoofdstuk, handelende over de evenwijdig werkende krachten, aantoonen, dat men in elk zeil een punt kan aanwijzen,



zen, waar de som van al de evenwijdig werkende krachten als vereenigd kan beschouwd worden.

De in ons Vaderland zoo menigvuldig voorkomende windmolens worden door de kracht des winds bewogen; de inrigting van de as, de roeden en het hekwerk mag men als bekend vooronderstellen, kunnende, hetzij alleen de kap, hetzij de geheele molen, door middel van den staart en het windas, op den wind gesteld worden. Voor de beweging is het noodzakelijk, dat de wicken vlak op den wind geplaatst worden, terwijl de schuinsche stand aan de as gegeven wordt, omdat de wind in geene horizontale, maar in eene schuinsche rigting werkt; zoodat de ondervinding bepaald heeft, dat het noodig is, aan de asfen eene helling van 8 tot 15 graden met den horizon te geven.

Wordt nu het hekwerk in hetzelfde vlak van de roeden geplaatst, zoo zou de kracht van den wind, als loodregt op de oppervlakte der zeilen werkende, het geheele zamenstel trachten te verplaatsen, zonder aan de wicken eene rondgaande beweging mede te deelen; het is daarom, dat men aan het hekwerk en dus ook aan de zeilen een' hellenden stand geeft, opdat de kracht des winds, op deze vlakken werkende, zou kunnen ontbonden worden in twee andere krachten, van welke de eene aan de molenwicken de rondgaande beweging mededeelt. Men heeft door de Wiskunde gevonden, dat de voordeeligste helling, die men aan het hekwerk geven kan, zoodanig is, dat de zeilen eenen hoek van 55 graden met de as des molens of de rigting des winds maken; doch hoezeer deze stand het voordeeligste zou zijn, om den molen uit den staat van rust tot dien van beweging te brengen, heeft echter de ondervinding geleerd, dat zulk eene helling, gedurende de beweging of om de beweging vol te houden, bij lange na niet de voordeeligste was. Wanneer men van het midden der as af de lengte van elke roede in zes gelijke deelen verdeelt, zoo zal het volgende tafeltje aanduiden, welke hoeken, op elk der deelpunten, de zeilen met de rigting der as, en met het vlak, waarin de molenroeden gelegen zijn, moeten maken.

	Grootte des hoeks van helling met de as.	Grootte des hoeks van helling met het vlak der mo- lenroeden.
1ste deelpunt.	72 graden.	18 graden.
2de ———	71 ———	19 ———
Midden { 3de ———	72 ———	18 ———
der wick. { 4de ———	74 ———	16 ———
5de ———	78 ———	12 ———
6de ———	83 ———	7 ———

Men geeft tevens op de uiteinden der roeden aan het hekwerk, en dus ook aan de zeilen, een' eenigszins scheppenden vorm, waardoor de voortgang bevordert en het zoogenaamd levendig worden der zeilen op de uiteinden tegengegaan wordt.

*Over de kracht van het water op schepraderen.*

Even als de windmolens bewogen worden door de kracht van den wind, zoo heeft men ook watermolens, waarvan het waterrad door de kracht van een sterk stroomend water of door den val van water, hetwelk tot eene aanmerkelijke hoogte boven het rad is opgevoerd, wordt rondbewogen. Men moet deze molens niet verwarren met de watermolens, die men in onze polders aantreft; deze toch zijn niet anders dan windmolens, waarbij de kracht van den wind gebruikt wordt, om het water op te malen.

Alvorens een waterrad als beweegkracht voor een of ander molenwerk te bezigen, moet men nagaan, hoe groot de kracht van het water is, waarover men beschikken kan; deze kracht hangt af van de massa water en van de snelheid, waarmede hetzelfde wordt aangevoerd. Op hoedanig eene wijze men de massa water, zoowel als de snelheid der beweging van hetzelfde, meet, kan hier niet uiteengezet worden, terwijl men over de perfsing van het water het *Natuurkundig Schoolboek* kan raadplegen. Laat men aannemen, dat men in elke sekonde over 3 kubiek-

biëk-ellen water, vallende in dien tijd door eene ruimte van 2 ellen, beschikken kan, dan is de beweëgkracht, zoo als vroeger gezegd is, gelijk aan de masia, vermenigvuldigd met de snelheid, dat is gelijk  $3 \times 2$ ; of, met andere woorden gezegd: de beweëgkracht is zoo groot, dat dezelve in ééne sekonde het gewigt van 3 kubiek-ellen water tot eene hoogte van 2 ellen kan opvoeren, of, wat weder op hetzelfde nederkomt, een gewigt van 6 kubiek-ellen water in ééne sekonde tot eene hoogte van 1 el kan opvoeren; nemende voor eene kubiek-el water 1000 ponden, dan is de beweëgkracht in dit voorbeeld in staat, om 6000 ponden in eene sekonde tijds eene hoogte van 1 el op te voeren. Men zal alsnu ook het vroeger gezegde, over de vergelijking van de kracht van waterraderen met paardenkrachten, duidelijker inzien; want men heeft bij het behandelen van de kracht des paards opgegeven, dat men in de Werktuigkunde het vermogen van een paard gelijk stelde aan de kracht, benoodigd om een gewigt van 76 pond, in eene sekonde, eene el in hoogte op te voeren. In het opgegeven voorbeeld heeft men eene kracht, die in staat is een gewigt van 6000 ponden, in eene sekonde, eene el op te voeren; derhalve moet men slechts zien, hoe vele malen 76 in 6000 begrepen is, en de uitkomst zal de grootte der beweëgkracht in paardenkrachten aanwijzen. Deze bewerking ten uitvoer brengende, zal men hier voor de beweëgkracht omtrent 79 paardenkrachten vinden.

Het is er echter verre af, dat deze geheele beweëgkracht op het rad wordt overgebracht. Men heeft vooreerst de wrijving (die men nader zal leeren kennen) te overwinnen; een gedeelte van het water ontsnapt, zonder eenige werking op het rad uit te oefenen; men verkrijgt, door den val of de snelheid van het water, achter het rad, eene branding of beroering van water, die den gang van het rad tegenwerkt, en zoo heeft men nog meer oorzaken, waardoor de beweëgkracht slechts voor een gedeelte als werkzaam op het rad kan beschouwd worden.

Wanneer men in het vervolg het evenwigt bij het windas heeft leeren vinden, zal men misschien in het verkeerde denkbeeld komen, dat het bij de wa-

terraderen voordeelig is, dezelve zoo groot mogelijk te maken; daar men hierdoor de kracht op eenen grooten hefboom doet werken; doch hier staat tegenover; dat het rad alsdan in dezelfde mate ook langzamer wordt omgevoerd: wat men dus wint in kracht, wordt in snelheid verloren, en in verschillende molenwerken wordt dikwijls meer snelheid dan wel kracht vereischt.

Men rekent, dat de kracht der best zamengestelde waterraderen op  $\frac{3}{4}$  der beweegkracht kan gesteld worden; doch in de meeste gevallen kan men slechts op de helft rekenen, terwijl, door de slordige zamensstelling van sommige waterraderen, dikwijls slechts  $\frac{1}{4}$  of  $\frac{1}{3}$  der beweegkracht op het rad wordt overgebracht.

Men onderscheidt de waterraderen voornamelijk in onderlag- en bovenlagraderen. Bij de onderlagraderen werkt het water door deszelfs masla en snelheid op de onderste borden of schoepen van het rad. Bij de bovenlagraderen wordt het rad omgevoerd door het gewigt van het water, dat boven het rad de holligheden of bakken, door de waterborden tusschen de twee velgen van het rad gevormd, vult; deze bakken ledigen zich op zekere hoogte bij het nederdalen. Men heeft nog eene derde soort van waterraderen, welke men als een midden tusschen de twee bovengenoemde kan aanmerken, en die daarom ook wel middellagraderen worden genoemd. Het water werkt op de borden van deze raderen gelijktijdig door deszelfs gewigt en snelheid; de werking op de schoepen geschiedt even onder het vlak, waarin het midden der as gelegen is.

Bij de onderlagraderen heeft men meestal dwars door den stroom eene waterkeering of beer geplaatst, om daartegen het water te stuiten; in deze waterkeering bevindt zich een duiker of schuif, waardoor men het water in eene soort van goot laat stroomen; deze goot heeft dezelfde breedte als de schoepen van het rad, en is zoo hoog opgemetfeld, dat dezelve bij de as tevens tot steunpunt van deze dienen kan. Het rad moet zoo juist doenlijk tusschen de wanden passen, opdat zoo weinig mogelijk water tusschen de wanden en de schoepen kan heenstroomen. De vloer der goot is, of een hellend

tend vlak, of heeft den vorm van een' cilinder, terwijl men 0,02 el spelens tusschen den onderkant der schoepen en den vloer genoegzaam rekent. Men vindt bij deze raderen van 20 tot 40 schoepen, welke meest in de rigting van de stralen geplaatst zijn, offchoon eene helling van 20  $\hat{a}$  30 graden met het verlengde der stralen voor de beweging voordeeliger is. Het ingedompelde gedeelte van het rad mag niet meer dan 25  $\hat{a}$  30 graden zijn<sup>1</sup>, terwijl de voordeeligste snelheid van het rad gelijk is aan  $\frac{2}{3}$  van de snelheid des strooms. Op sommige snelvlietende rivieren vindt men zulke waterraderen op schuiten, welke in het midden des strooms geplaatst zijn; alsdan zijn de raderen kleiner en men heeft geen' waterloop of goot; het aantal schoepen bij zulke raderen is van 8 tot 18; de snelheid, waarmede dezelve bewogen worden, rekent men op  $\frac{1}{3}$  der snelheid van den stroom. Offchoon men nog vele verbeteringen bij de onderflagraderen, als gebogen schoepen, enz. heeft ingevoerd, laat echter de inrigting van dit Leerboek niet toe, hierover verder uit te weiden.

Bij de bovenflagraderen bevindt zich het water boven het rad, terwijl, gelijk zoo even reeds is aangemerkt, de beweging van het rad door het gewicht van het water geschiedt. Op den buiten-omtrek der bovenflagraderen heeft men eene cirkelvormige goot van meerdere of mindere diepte gemaakt; deze goot wordt in een aantal bakken verdeeld door de zoogenoemde waterborden, welke tusschen de wanden der goot worden ingewerkt, en met de stralen van het rad gewoonlijk eenen hoek van 60 graden maken. Wanneer al de bakken ledig zijn, is het rad in evenwigt, daar de gewigten op den omtrek gelijkelijk verdeeld zijn; doch gedurende den staat van beweging zijn sommige der bakken met water gevuld, terwijl andere slechts gedeeltelijk vol, en weder andere geheel ledig zijn. Wij willen, tot opheldering, den gang van een bovenflagrad volgen. In de eerste plaats moet men opmerken, dat de opening, waardoor het water stroomt om de bakken te vullen, niet juist boven de as van het rad moet geplaatst zijn; want dan zou het gewicht van het water, in dien bak begrepen, wel eene drukking op

de as veroorzaken; maar geene rondgaande beweging zou het gevolg van die drukking zijn: men moet derhalve de opening iets ter regter- of linkerzijde van de as brengen, naar mate men het rad ter regter- of linkerzijde wil doen bewegen; verder is het aan te raden, aan den onderkant van de opening der uitlozing, eenen koker of trechter te maken, welke tot aan den omtrek van het rad verlengd wordt, en waardoor men geen verlies aan water door spatting of door het boogswijze stroomen van het water heeft. De schuif of duiker geopend zijnde, wordt de bak, die zich op dat oogenblik onder den koker bevindt, gevuld en daardoor het evenwigt aan den omtrek van het rad verbroken; de gevulde bak brengt het rad langzaam in beweging, waardoor de daarop volgende bak onder de opening gebragt en eveneens gevuld wordt; hoe meer bakken alzoo achtereenvolgens gevuld worden, hoe grooter de beweegkracht wordt. Er werken dus op den halven omtrek van het rad verscheidene ongelijke krachten op ongelijke hefboomsarmen; de hefboomsarm is voor een' der gevulde bakken het grootst, wanneer de bak tot op de hoogte van de as gekomen is; alsdan is de hefboomsarm gelijk aan den straal van het rad; naar boven toe worden, door den stand der bakken, de hefboomsarmen minder en minder; dit heeft even zoo beneden plaats, terwijl aldaar nog bijkomt, dat de bakken meer en meer water verliezen en eindelijk, voordat dezelve den onderkant van het rad bereiken hebben, geheel ledig zijn. Men moet bij deze soort van raderen den vorm der bakken zoodanig trachten in te rigten, dat dezelve bij de nederdaling zoo lang mogelijk water behouden; daarom heeft men de waterborden bij sommige dezer raderen door dun plaatijzer vervangen, waaraan men zoodanige bogten gegeven heeft, als ter bereiking van dit doel het voordeeligste voorkwam. Gelijk reeds bij het begin van dit Hoofdstuk aangemerkt is, zal men de werking dezer raderen beter inzien, wanneer men met de leer voor het evenwigt bij de hefboomen en het windas bekend is.

Proeven hebben aangetoond, dat het voordeelig is, aan de bovenlagraderen weinig snelheid te geven; offchoon deze snelheid veelal naar den aard van het

mo-

molenwerk wordt geregeld, zoo is de gemiddelde snelheid van de bovenslagraden 1 el in elke seconde. Hoedanig uit de grootte van het rad en de snelheid van omvoering, alsmede uit de masfa waters, waarover kan beschikt worden, de grootte en het aantal bakken wordt afgeleid, gaat de kennis, welke men van de lezers van dit Leerboek verwachten mag, te boven. Men zal alleen hier nog bijvoegen, dat, offchoon de bovenslagraden van veel grooter kracht zijn dan de onderslagraden, men echter de laatstgenoemde meer zal aantreffen, aangezien men slechts zelden genoegzame hoogte van water, dat is 2 ellen, aantreft, om zulke watermolens daar te stellen, en men, aan den anderen kant, door de onderslagraden, de stroomen van kleine beken tot nuttig gebruik kan aanwenden. Ook is de zamenstelling der onderslagraden veel eenvoudiger en minder kostbaar, en door de snelheid van derzelver omwenteling is, in het binnenwerk der molens, weinig raderwerk noodig.

*Over den stoom, als beweegkracht.*

In de 15de Zamenpraak (2de Stukje) van het *Natuurkundig Schoolboek* is reeds met een enkel woord over den stoom gesproken; men zal dus wel doen, zoo wel het daarover handelende, als hetgene in de 18de Zamenpraak omtrent de thermometers en barometers gezegd is, na te lezen, daar men hier vooronderstellen zal, dat de lezer met den inhoud van het *Natuurkundig Schoolboek* bekend is.

Wanneer water in een of ander vat aan de hitte des vuurs wordt blootgesteld, wordt hetzelfde langzamerhand verwarmd, of verkrijgt, zoo als men het noemt, eene meer en meer verhoogde temperatuur; die verwarming doet zich spoedig kennen aan den wafem, dien men uit het water ziet opstijgen; met de toenemende verwarming kan men dien wafem ook meer en meer onderscheiden, totdat het water aan het koken is of het kookpunt bereikt heeft; alsdan ziet men den wafem of damp met veel kracht uit het water stijgen, en deze damp is het, dien men *stoom* noemt. Stoom is dus de opstijgende damp van kokend water. Men kan ook zeggen,

dat stoom niets anders is dan water, hetwelk door de warmtestof tot eenen zeer ijlen staat gebragt is. Men moet zich voorstellen, dat de warmtestof de onderscheidene waterdeeltjes van elkander scheidt en dus de onderlinge aanraking belet. Daar nu de warmtestof eene groote mate van veërkracht bezit, zoo volgt hieruit, dat ook de stoom eene veërkrachtige vloeistof is.

Bij het koken van water en het daardoor ontwikkelen van stoom, moet de stoom, om zoo te zeggen, de dampkringslucht wegstooten, of de drukking, die de dampkringslucht op de oppervlakte van het water uitoefent, overwinnen; de spanning van den stoom zal alzoo iets meer moeten zijn dan de drukking van de dampkringslucht, waaruit men al dadelijk kan affeiden, dat de stoom, even als de dampkringslucht, eene drukking kan uitoefenen, waardoor dezelve als beweegkracht kan gebezigd worden. In het *Natuurkundig Schoolboek* is gezegd, dat men voornamelijk twee soorten van thermometers gebruikt, namelijk dien van FAHRENHEIT, alwaar de temperatuur van kokend water op  $212^{\circ}$  en de temperatuur van smeltend ijs op  $32^{\circ}$  staat aangeteekend, en dien van REAUMUR, daar men de temperatuur van kokend water op  $80^{\circ}$  en die van smeltend ijs op  $0^{\circ}$  gesteld heeft. Bij de bepaling der temperatuur van den stoom, maakt men echter van den zoogenaamden honderddeeligen thermometer gebruik, waarbij men voor het kookpunt  $100^{\circ}$  en voor het vriespunt  $0^{\circ}$  heeft aangenomen. Men zal dus hier, van temperatuur sprekende, den laatstgenoemden thermometer tot grondslag nemen en alzoo vaststellen, dat de temperatuur van kokend water, alsmede die des stooms,  $100^{\circ}$  is.

Is de stoom in eenige ruimte besloten, zoo oefent dezelve, naar alle rigtingen, even als de dampkringslucht, deszelfs drukkend vermogen uit. Vroeger heeft men gezegd, dat stoom water was, tot eenen zeer ijlen staat gebragt; van deze ijelheid zal men zich een denkbeeld kunnen maken, wanneer men weet, dat eene kubiek-palm water, tot stoom gebragt, 1700 kubiek-palmen stoom, van  $100^{\circ}$ , voortbrengt. Hoe sterk men ook onder water stookt, wanneer de oppervlakte slechts aan de lucht is blootgesteld, kan



kan men geene hoogere temperatuur dan die van kokend water of van  $100^{\circ}$  verkrijgen. Kookt men daarentegen water in een besloten vat, zoodat er veel stoom kan ontwikkeld worden, maar deze niet ontsnappen kan, zoo zal men het water zoowel als den stoom tot eene hoogere temperatuur kunnen brengen. Men verkrijgt alsdan eene ophooping van stoom; de stoom wordt, zoo als men zegt, digter, waarmede bedoeld wordt, dat, hoewel door de veërkrachtigheid der warmtestof de waterdeeltjes van elkander gehouden worden, deze evenwel digter bij elkander gedrukt worden. Het laat zich wel begrijpen, dat ook alsdan de wanden van het vat met meer kracht door den meer digten stoom gedrukt worden, hetwelk men noemt, dat de spanning des stooms door ophooping in hoogere temperatuur toeneemt. Om de belangrijkheid der zaak zal men hier een tafeltje laten volgen, hetwelk, bij verschillende temperaturen, de drukking des stooms op eenen vierkantten Nederlandschen duim aangeeft.

Temperatuur in graden van den honderd-deeligen thermometer.	Druk op een' vierkantten Nederlandschen duim, in Ned. ponden uitgedrukt.	Aantal atmosferen, waarmede deze drukken gelijk staan.
Graden.		
100.	1,033.	1.
112,40.	1,549.	$1\frac{1}{2}$ .
121,55.	2,065.	2.
128,85.	2,581.	$2\frac{1}{2}$ .
135,00.	3,098.	3.
140,35.	3,614.	$3\frac{1}{2}$ .
144,95.	4,130.	4.
149,15.	4,646.	$4\frac{1}{2}$ .
153,30.	5,162.	5.
156,70.	5,679.	$5\frac{1}{2}$ .
160,00.	6,195.	6.
163,25.	6,711.	$6\frac{1}{2}$ .
166,42.	7,228.	7.
172,13.	8,260.	8.
177,40.	9,293.	9.
182,00.	10,325.	10.

Uit deze tafel ziet men, met welk een verbazend ver-

vermogen, stoom, tot eene hoogere temperatuur gebragt, de wanden van een vat drukken kan. Wanneer men derhalve in eenen ketel stoom van  $153^{\circ}$  gestookt had, dan zou elke vierkante palm een' druk van  $100 \times 5,162$  ponden, dat is ruim 516 p., te wederstaan hebben, offchoon men, daar de ketel op den buitenkant door de lucht gedrukt wordt, hiervan ééne atmosfeer moet aftrekken, waardoor de eigenlijke druk tot 413 verminderd wordt; en het is dus wel te begrijpen, dat de ketels bij verhoogde temperatuur des stooms gevaar loopen om te springen. Tevens zal men uit dit tafeltje kunnen nagaan, welk een groot vermogen de stoom als beweegkracht zal kunnen uitoefenen, en vandaar dan ook, dat, toen de stoom eenmaal als beweegkracht toegepast was, het gebruik der zoogenoemde stoomwerktuigen algemeen geworden is.

Daar water, door verhooging van temperatuur, tot stoom gebragt wordt, zoo zal ook, omgekeerd, stoom, door vermindering van temperatuur, geheel of gedeeltelijk tot water overgaan; deze eigenschap is van het grootste nut bij de stoomwerktuigen; men noemt dit: dat de stoom verdikt of gecondenseerd kan worden. Het eenvoudigste middel, om stoom te condenseren, is, denzelfden met koud water in aanraking te brengen, hetwelk dan ook bij de stoomwerktuigen op die wijze geschiedt.

Hoedanig nu het drukkend of spannend vermogen van den stoom, als beweegkracht, wordt toegepast, kan hier niet uiteengezet worden. In het algemeen geschiedt dit door de stoomwerktuigen; doch daar dit Leerboek niet bestemd is, om de werking der verschillende soorten van stoomwerktuigen aan te wijzen, zal men slechts in het kort den lezer eenig denkbeeld van de werking des stooms bij de stoomwerktuigen trachten te geven.

Wanneer men zich een' zuiver uitgehoolden cilinder voorstelt, waarin een zuiger volkomen luchtdigt past, zoo zal, wanneer men den zuiger op den bodem des cilinders vooronderstelt, deze, door de spanning van den stoom tot zekere temperatuur gebragt, indien men door eene buis of pijp gelegenheid gegeven heeft onder tegen den zuiger te drukken, naar boven geduwd worden. Sluit men, wan-

neer

neer de zuiger op zekere hoogte gekomen is, den stoom af, en brengt men daarna den, onder den zuiger zich bevindenden, stoom met koud water in aanraking, zoo zal men den stoom geheel of gedeeltelijk tot water brengen, waardoor de drukking of spanning van denzelfven vernietigd wordt. De zuiger zal alsdan, door deszelfs zwaarte en door de drukking der lucht boven den zuiger, dalen; want men moet wel opletten, dat onder den zuiger wel stoom, maar geene lucht aanwezig was; derhalve ontstond na de verdikking des stooms onder den zuiger een luchtledig. Door nu bij afwisseling den stoom onder den zuiger te brengen en daarna te verkoelen, zal men den zuiger eene op- en nedergaande beweging kunnen mededeelen; deze op- en nedergaande beweging kan men verder op eenen hefboom overbrengen, en eindelijk, door middel van eene kruk, van de beweging des hefbooms eene rondgaande beweging ontleenen. Op zoodanige wijze is ten naasten bij in den beginne de stoom als beweegkracht toegepast. In latere tijden is echter veel verandering en verbetering bij de stoomwerktuigen ingevoerd; in de eerste plaats heeft men den stoom, zoowel tot het neder bewegen, als tot het opbrengen van den zuiger gebezigd; verder heeft men den, tot opvoeren of nederbrengen des zuigers gebruikten, stoom, na deze werkingen, gelegenheid gegeven te ontsnappen, om in een afzonderlijk vat verkoeld te worden; hierdoor behoudt de cilinder de temperatuur, die anders door de verkoelingen in den cilinder zelve gedurig verlaagd werd. Men onderscheidt de tegenwoordige stoomwerktuigen in twee hoofdsoorten, te weten in stoomwerktuigen van *lage* en in die van *hooge* drukking.

Stoomwerktuigen van *lage* drukking zijn dezulke, die zoodanig ingerigt zijn, dat de buitenlucht niet binnen in dezelve dringen kan; terwijl de in het werktuig aanwezige lucht, voordat men het werktuig in beweging brengt, door ingebragten stoom verdrongen wordt, welke stoom afgekoeld of tot water gebragt zijnde, een luchtledig in de machine maakt; verder hebben de werktuigen van *lage* drukking eene inrigting, om den gebruikten stoom af te koelen of zoogenoemd te condensereren, en, als een noodzakelijk

lijk gevolg van zulk eene inrigting, eene pomp, geschikt om den verdikten stoom in het, tot afkoeling gebezigde, water op te pompen; deze pomp draagt bij de werktuigen van lage drukking den on-eigenlijken naam van luchtpomp.

De spanning des stooms bij werktuigen van lage drukking is zelden meer dan  $1\frac{1}{2}$  atmosfeer, of, het opgegevene tafeltje raadplegende, eenen druk van 1,5 Ned. p. op den vierkanten duim, terwijl de temperatuur  $112^{\circ}$  is. De ketels van deze stoomwerktuigen hebben derhalve door de spanning des stooms weinig te verduren, daar men de drukking der dampkringslucht van de drukking des stooms moetende aftrekken, er voor den druk tegen de wanden des ketels slechts 0,516 Ned. p. op den vierkanten duim overblijft. Men moet indachtig zijn, dat de drukking der dampkringslucht, als buiten het werktuig gesloten, geen invloed, ten nadeele of ten voordeele, op den zuiger heeft.

Stoomwerktuigen van *hooge* drukking zijn dezulke, waarbij de stoom wel onder en boven op den zuiger werkt, doch de eens gebezigde stoom niet verkoeld wordt, maar daarentegen vrijelijk in de lucht kan ontsnappen; waaruit volgt, dat de stoomwerktuigen van hooge drukking niet van den invloed of de drukking der dampkringslucht kunnen bevrijd worden; daarentegen zijn deze werktuigen veel eenvoudiger in hunne samenstelling, daar noch verkoelbak, noch luchtpomp, enz. bij dezelve gevonden worden. De spanning des stooms, die bij werktuigen van hooge drukking gebruikt wordt, is van 5 tot meer atmosferen, moetende men door de drukking der dampkringslucht dit getal altijd met 1 verminderen.

Men zal welligt vragen: waarom men bij werktuigen van lage drukking slechts van zulk eene geringe spanning van stoom gebruik maakt, daar bij werktuigen van hooge drukking deze spanning zoo aanmerkelijk is? De reden hiervan moet men grootendeels zoeken in de groote hoeveelheid koud water, die men zoude behoeven, om stoom van zulk eene hooge temperatuur af te koelen, welke masfa water door het werktuig zelf weder moet opgepompt worden; bij stoomwerktuigen van hooge drukking, de

de stoom niet afgekoeld wordende, doet zich deze zwaarigheid niet op.

Men onderscheidt nog weleens eene derde foort van stoomwerktuigen, namelijk die van *middelbare* drukking, welke men rekenen kan tusfchen de twee bovengenoemde in te liggen; doch het is hier de plaats niet, de stoomwerktuigen in derzelver bijzonderen aard te beschrijven, en men zal dit Hoofdstuk eindigen, met nog iets te zeggen over het vermogen der stoomwerktuigen en de vergelijking van dit vermogen met paardenkrachten.

Vroeger is reeds aangetoond, wat men door eene paardenkracht in de Werktuigkunde verstaat. Wil men nu de kracht van een stoomwerktuig met paardenkrachten vergelijken, zoo moet men nagaan, hoe veel gewigts, in Nederlandsche ponden, door het stoomwerktuig, in eene sekonde tijds, wordt opgevoerd. Daartoe heeft men noodig te weten: 1°. hoe groot de druk des stooms op elken vierkanten Nederlandschen duim is; 2°. hoe veel vierkante duimen er in het oppervlak des zuigers begrepen zijn, of, anders gezegd, de middellijn van den stoomcilinder; 3°. het aantal slagen, dat het werktuig, in zeker tijdsverloop, b. v. eene minuut, gedaan heeft (door het aantal slagen bedoelt men hoe veel malen de zuiger in dat tijdsverloop is op- en nedergegaan), en 4°. de grootte des zuigerslags, of de hoogte des cilinders. Om aan te toonen, op hoedanig eene wijze deze gegevens gebruikt worden, ten einde de kracht van een stoomwerktuig te berekenen, zal men nagaan, hoe veel paardenkrachten een stoomwerktuig van lage drukking sterk is, wanneer men weet, dat de spanning des stooms 1,333 Ned. p. op den vierkanten duim, de middellijn van den cilinder 1 el, het aantal slagen in eene minuut 25 en de grootte des zuigerslags 1,2 el is. Vooraf moet men echter opmerken, dat hier naar het ware vermogen van het stoomwerktuig gevraagd wordt, dat wil zeggen, de kracht van het werktuig, na aftrek van al de tegenstanden, die uit den aard van het werktuig voortvloeijen, zoo als de wrijving van de verschillende deelen, de vermindering van spanning des stooms, door bekoeling, die dezelve ondergaat, gedurende den aanvoer van den ketel naar den

den cilinder; ook is het luchtledig in het werktuig nooit geheel volkomen; verder heeft men, al bestaat er ook gelegenheid voor den stoom, om, na volbragte werking, te ontsnappen, altijd van denzelfden eenigen tegenstand, en zoo bestaan er nog meer omstandigheden, die de voortbrengende kracht van het werktuig verminderen. Men brengt dit alles in rekening, door den druk op elken vierkanten duim te verminderen of lager te stellen, en deze vermindering is gegrond op berekeningen en genomen proeven; en alzoo zal men in dit voorbeeld, in plaats van voor den druk op elken vierkanten duim 1,333 Ned. p. te stellen, niet meer dan 0,54 Ned. p. mogen rekenen.

Men zal hier moeten beginnen met te berekenen, hoe veel vierkante Nederlandsche duimen het oppervlak van den zuiger bevat, of den inhoud van eenen cirkel, van 1 el middellijns, in vierkante duimen uitdrukken, waarvoor men heeft  $\frac{1}{4} \times 3,14 \times 100^2$ , dat is,  $0,785 \times 100 \times 100$  of 7850 vierkante duimen; daar de eigenlijke beweegkracht hier gelijk is aan 0,54 Ned. p. op elken vierkanten duim, zoo is dezelve op 7850 vierkante duimen gelijk aan  $0,54 \times 7850$ , dat is, gelijk aan 4239 Ned. ponden. Het aantal bewegingen, die de zuiger in eene minuut op en neder doet, is gelijk 25 gegeven, en daar de zuiger bij elke rijzing en bij elke daling eene ruimte van 1,2 el doorloopt, zoo geeft dit voor elken slag eene doorgeloopene ruimte van 2,4 el; deze doorgeloopene ruimte vermenigvuldigende met het aantal slagen, geeft, voor de geheele doorgeloopene ruimte, in eene minuut,  $25 \times 2,4$ , dat is, eene ruimte van 60 ellen. Het stoomwerktuig is dus in staat, om een gewigt van 4239 Ned. ponden, in eene minuut, eene ruimte van 60 ellen te doen afleggen, of, wat hetzelfde is, in staat, om een gewigt van  $60 \times 4239$  Ned. p., in eene minuut, 1 el in hoogte op te voeren.

Vroeger heeft men opgegeven, dat, door de kracht van een paard, een gewigt van 4560 Ned. ponden, in elke minuut, 1 el zoude kunnen worden opgevoerd; het hier in behandeling zijnde stoomwerktuig brengt, in hetzelfde tijdsverloop, een gewigt van 254340 Ned. p. tot dezelfde hoogte; wil men dus

dus weten met hoe veel paardenkrachten dit overeenstemt, zoo heeft men slechts de verplaatste gewigten in elkander te deelen; men vindt derhalve het aantal paardenkrachten gelijk aan  $2\frac{5}{4}\frac{13}{6}\frac{4}{8}^{\circ}$ , dat is omtrent gelijk aan 56 paardenkrachten.

*Over de kracht van gespannen veren.*

Men zal naderhand, bij de botsing der veërkrachtige lichamen, nog op het gebruik der veren terugkomen; genoeg zij het daarom hier slechts op te geven, dat de veren tot de mededeeling eener voortdurende beweegkracht aan eenig werktuig ongeschikt zijn. Men gebruikt gevolgelijk de kracht van gespannen spiraalveren bijna uitsluitend in klok- en horologiewerken; dezelve bestaan dan in een' zeer dunnen reep staal, welke met het eene einde aan de trommel van het werk is vastgemaakt, en, bij het zoogenoemde opwinden, om eene spil, aan welke het andere uiteinde bevestigd is, wordt gewonden; de veër, zich trachtende te ontwinden, kan dit niet ten uitvoer brengen, zonder deze trommel mede rond te voeren.

Men zal gelegenheid hebben, om bij den hefboom gewag te maken van de zoogenoemde snek in de horologiewerken, waardoor de mindere kracht, welke de veër bij gedeeltelijke ontspanning uitoefent, door een' grooteren hefboomsarm wordt te gemoet gekomen. Men vindt eene dergelijke toepassing van gespannen spiraalveren bij de voorheen veel in gebruik zijnde braadspeten. Het afloopen der veër wordt bij de uurwerken wederom geregeld door eene zeer dunne spiraalveër, meestal de onrust genoemd. Men gebruikt de kracht, benoodigd om eene veër te spannen, ook wel om krachten of gewigten te meten; deze wijze van meten is echter niet zuiver, in de eerste plaats, omdat de temperatuur der lucht veel invloed op de veërkracht heeft, en ten andere, omdat de veren bij gestadig gebruik een gedeelte van hare veërkracht verliezen.

De veren zijn, over het algemeen, meer geschikt, en worden daarom meest gebruikt, om aan lichamen schokken te geven, of eene gestadige drukking voort

C

te

te brengen, alsmede om eene heen en weder gaande beweging daar te stellen.

Van het eerste vindt men de toepassing in de geveerfloten, van het tweede bij de bankichroef, en eindelijk van het derde bij de stoelenmakers-draai-banken, alsmede bij de veren, waaraan de schellen zijn vastgemaakt.

De veërkrachtigheid der koorden of pezen wordt ook gebruikt, om twee lichamen naar elkander toe te halen; zoo als dit, b. v., geschiedt bij de spanzagen.

#### OVER DE KRACHTEN, DIE OP ÉÉN PUNT WERKEN.

Op eenig punt A (Fig. 1) kunnen verschillende krachten P, Q, R, enz. werkzaam zijn. Onderstelt men, dat al deze krachten even groot zijn, dan zal elke in het bijzonder aan het punt dezelfde snelheid geven; doch werkt P alleen, dan zal het punt A in de rigting P p voortgaan, terwijl, wanneer Q op het punt werkte, de lijn Q q en als R alleen werkte, de lijn R r de rigtingen zijn, volgens welke het punt A zoude voortgaan. Het is dus hieruit duidelijk, dat het niet genoeg is te weten, hoe groot eene of andere kracht, die op één punt werkt, is, maar dat tevens de rigting der kracht moet bekend zijn, ten einde te weten, volgens welken weg het punt door de kracht bewogen wordt. Men drukt dit uit door te zeggen, dat de bewogene lichamen de rigting der krachten volgen, met welke zij bewogen worden. Wanneer een paard eenen wagen voorttrekt, zoo volgt de wagen de rigting van het paard; slaat het paard eene andere straat of anderen weg in, dan volgt ook de wagen deze nieuwe rigting. De wagen is hier het voortbewogene ligchaam, de kracht van het paard de kracht, die op het ligchaam werkt.

Wanneer men, door middel van een touw, eenen wagen of eenig ander ligchaam voorttrekt, of men duwt, door middel van eenen stok, in dezelfde rigting achter tegen den wagen, dan is het bekend, dat de wagen op dezelfde wijze voortbewogen zal worden; de lengte van het touw, of van den stok, doet niets tot de zaak. Wanneer dus (Fig. 2)

een



een ligchaam in het punt A geduwd wordt door eene kracht P, of getrokken door dezelfde kracht P, zoo als dit in de figuur door pijltjes aangegeven is, zal in beide gevallen het ligchaam op dezelfde wijze bewogen worden. Men kan daarom als eene waarheid aannemen, dat het onverschillig is, in welk punt van de rigting a b der kracht, de kracht aangebragt worde. Men ziet de toepassing van deze waarheid in de Schippers, die hunne haken of boomen dan eens duwende, dan eens trekkende gebruiken, om het vaartuig beweging te geven.

Werken twee gelijke krachten P en P (Fig. 3) volgens dezelfde lijn op hetzelfde punt van een ligchaam, doch ten opzichte van elkander in omgekeerde rigting, dat wil zeggen, dat zij beide, doch van verschillende kanten, volgens de lijn a b drukken of, zoo als in Fig. 4, trekken, dan zal het ligchaam in rust blijven; er bestaat namelijk geene reden, waarom het ligchaam naar den eenen of anderen kant zou bewogen worden. Men noemt dit in de Werktuigkunde, dat twee gelijke en in tegenovergestelde rigting werkende krachten elkander vernietigen. Werken er, zoo als in Fig. 5, een even groot aantal krachten op eenig punt A van een ligchaam, welke twee aan twee gelijk en in tegenovergestelde rigting werken, zoo zullen deze elkander ook twee aan twee vernietigen, en het punt A, en dus ook het ligchaam, waartoe hetzelfde behoort, zal in rust blijven.

Men moet deze rust, waarin het ligchaam alsnu verkeert, onderscheiden van de rust, waarin het ligchaam verkeerde voordat de krachten op hetzelfde werkzaam waren; want niettegenstaande het ligchaam in rust blijft, zoo drukken toch al de krachten op het ligchaam, en zouden kunnen maken, dat de verschillende deelen, uit welke het ligchaam zamengeesteld is, hunnen onderlingen samenhang verloren. Het is hiermede alsof men een stuk steen tussehen eene bank Schroef klemde; de steen wordt dan aan beide zijden even sterk gedrukt en is in rust; doch zet men de Schroef sterk aan, dan is het bekend, dat de steen tot gruis vervallen zal. De lichamen, welke dus door onderscheidene krachten in rust of evenwigt gehouden worden, onder-

gaan niettemin den druk van al deze krachten. Hetzelfde heeft plaats, wanneer de krachten, in plaats van te drukken, trekkende waren, daar men de deelen van een ligchaam op zulk eene wijze van elkander zou kunnen scheuren. Men zal naderhand zien, dat het in de handwerken van groot belang is, de uitwerkselen van deze drukkende of trekkende kracht na te gaan.

Alle krachten, hetzij dezelve een ligchaam in beweging brengen, hetzij in evenwigt houden, veroorzaken derhalve eenen druk op de lichamen; welke druk grooter of kleiner zal zijn, naar mate de krachten zelve grooter of kleiner zijn. Hierdoor is men op het denkbeeld gekomen, om de grootte der krachten door middel van den druk, die door dezelve aangebragt wordt, te berekenen of te vergelijken. Men weet, dat de zwaarte van elk ligchaam uit de aantrekking van ieder stofdeeltje naar het middelpunt der aarde voortkomt. De zwaarte of het gewigt van elk ligchaam kan dus aangemerkt worden als eene kracht, welke dat ligchaam naar het middelpunt der aarde tracht te trekken; wordt nu zulk een ligchaam ondersteund, of belet aan die kracht te gehoorzamen, zoo ontstaat er een druk, die even zoo groot is als het ligchaam zwaar weegt. Had men, bij voorbeeld, een stuk hout of steen, dat honderd pond woog, op eene tafel geplaatst, dan belet de tafel, dat het stuk hout of steen valt, en de drukking, die hierdoor op de tafel ontstaat, is, zoo als men bij ondervinding weet, gelijk aan het gewigt, dat is, in het voorhanden geval, gelijk honderd pond. Dit begrepen zijnde, kan men immers elke kracht vergelijken met de kracht, waarmede eenig ligchaam naar het middelpunt der aarde getrokken wordt; want daar men zeer kleine en ook zeer groote krachten kan hebben, zoo heeft men ook zeer ligte en zeer zware lichamen. Indien men dus in het vervolg spreekt van eene kracht, bij voorbeeld, van 50 Ned. ponden, dan wil men daarmede zeggen, dat die kracht eene even zoo groote drukking daarstelt, als een ligchaam, dat 50 Ned. ponden weegt, eene tafel, waarop hetzelfde geplaatst is, drukt zou. Waren alzoo de krachten P en P (Fig. 3) ieder van 80 Ned. ponden, dan  
zou,

zou, niettegenstaande het ligchaam in rust was, hetzelfde eene drukking van 160, dat is 2 maal 80 Ned. ponden, te verduren hebben.

Even zoo is het met de krachten in Fig. 5 gelegen. Ware P gelijk 80, Q gelijk 100 en R gelijk 150 Ned. ponden, dan zou het ligchaam, dat door die krachten in evenwigt of rust gehouden werd, eenen druk van 660 Ned. ponden ondervinden, en indien de stof, waaruit het ligchaam bestaat, broos was, kon al spoedig door die drukking de samenhang der deelen verbroken worden. Men ziet dit bij den droogist, die, door met den stamper op broze lichamen te drukken, deze tot poeder maakt of den onderlingen samenhang der deelen verbreekt.

Wanneer drie of meer krachten P, Q, R, enz. (Fig. 6) op een ligchaam in dezelfde rigting werken, dan is de uitwerking eveneens, alsof er ééne kracht, die gelijk was aan de som van al die krachten, op het ligchaam werkte. Was dus P gelijk 20, Q gelijk 30 en R gelijk 40 Ned. ponden, dan zou men voor deze drie krachten ééne kracht van 90 Ned. ponden in de plaats kunnen stellen. Wanneer tien menschen, welke alle aan hetzelfde touw trekken, zoo veel kracht konden doen als één paard, dan zou het immers hetzelfde zijn, of men tien menschen, of één paard aan het touw deed trekken?

Twee krachten zullen de grootste snelheid aan een ligchaam geven, wanneer dezelve, zoo als in Fig. 2, in dezelfde rigting werken; daarentegen zullen twee krachten de minste kracht op een ligchaam uitoefenen, wanneer dezelve, als in Fig. 7, in tegengestelde rigting werkzaam zijn. In het eerste geval wordt het ligchaam bewogen door eene kracht, die gelijk is aan de som der krachten, in het tweede geval door eene kracht, die gelijk is aan het verschil der krachten; terwijl daaruit tevens volgt, dat het ligchaam volgens die rigting zal bewegen, waar de grootste kracht aangewend was. Indien dus (Fig. 7) de kracht P gelijk 50 en de kracht Q gelijk 35 Nederlandsche ponden ware, zoo zou het ligchaam met eene kracht gelijk 50 min 35, dat is met eene kracht gelijk 15 Ned. ponden, in de rigting van a tot b bewogen worden. Had men op hetzelfde

C 3

lig-

ligchaam, Fig. 7, nog twee gelijke en in tegenovergestelde rigting werkende krachten  $K$  en  $K$  aangebragt, dan zou de uitkomst, omdat de twee laatste krachten elkander vernietigen, evenwel dezelfde blijven.

Werken derhalve op een ligchaam twee ongelijke in tegenovergestelde rigting werkende krachten, zoo kan het ligchaam niet in rust zijn.

Wanneer men al het boven gezegde nagaat en begrepen heeft, zal men, hoe vele krachten er ook, in verschillende rigtingen, doch volgens dezelfde lijn, op een ligchaam werken mogen, altijd ééne kracht kunnen vinden, die zal aanwijzen, naar welken kant en met welke kracht het ligchaam zal bewogen worden. Om dit met een voorbeeld op te helderen, zal men de krachten, welke, volgens de lijn  $a b$  (Fig. 8), op een ligchaam werken, zoodanig nemen, dat  $A = 5$ ,  $B = 10$ ,  $C = 30$ ,  $D = 8$ ,  $E = 2$ ,  $F = 7$  en  $G = 15$  Ned. ponden zij. Neemt men nu de som van  $A$ ,  $B$  en  $C$ , die volgens de eene rigting werken, en de som der krachten  $D$ ,  $E$ ,  $F$  en  $G$ , die volgens de andere rigting werkzaam zijn, dan moet men deze sommen slechts van elkander aftrekken, en de rest zal de kracht zijn, waarmede het ligchaam bewogen wordt. De eerste som is gelijk 45 en de tweede gelijk 32 Ned. ponden. Het verschil van deze twee sommen 13 zijnde, zoo zal het ligchaam van  $b$  naar  $a$  met eene kracht van 13 Ned. ponden worden voortbewogen.

Men heeft tot dusverre de krachten volgens dezelfde lijn op eenig punt van een ligchaam werkzaam beschouwd; geheel anders zullen de uitkomsten zijn, wanneer de rigtingen der krachten niet meer in dezelfde lijn gelegen zijn. Het eenvoudigste geval, dat men zich voorstellen kan, is zeker, wanneer slechts twee krachten onder twee verschillende rigtingen op eenig punt van een ligchaam werken. Alvorens men echter hiertoe overgaat, zal het noodig zijn, dat men de vraag beantwoorde: of men de betrekkelijke grootte van twee krachten door rechte lijnen kan voorstellen? Men heeft tot hier toe de grootte der krachten door Ned. ponden uitgedrukt: kan men nu ponden door lijnen voorstellen? Dit zal in den eersten opslag ongerijmd voor-  
ko-

komen; doch men kan aan den anderen kant vragen: stelt men niet wel uren door gedeelten van cirkelbogen voor? De wijzerplaat van een uurwerk is een cirkel, verdeeld in twaalf gelijke deelen, waarbij men de cijfers van 1 tot 12 vindt aangeteekend; staat nu de kleine wijzer op 4, dan zegt men: *het is 4 ure*; dat is 4 uren na middag of na middernacht, door het getal 12 op de wijzerplaat aangewezen; de boog van  $120^\circ$ , die tusschen 12 en 4 op de wijzerplaat beschreven wordt, drukt dus daar in eene *lijn* de lengte van 4 uren uit, en men is alzoo gewoon, om de lengte van tijd door cirkelbogen voor te stellen. Wanneer men de drukking der dampkringslucht weten wil, onderzoekt men de hoogte van een' barometer; men stelt dus de drukking van de dampkringslucht voor door de lengte of hoogte van eene kolom kwik. Cirkelbogen en tijden, hoogte van kwikkolommen en drukkingen van dampkringslucht zijn in den eersten opslag even zoo ongelijkflchtig, als krachten en lengten van lijnen; alles hangt slechts af van het verband der zaken, en dit in het oog houdende, zal men spoedig inzien, dat ook de betrekkelijke grootte der krachten door lijnen voorgesteld kan worden.

Vroeger heeft men reeds gezien, dat krachten vergeleken kunnen worden met de snelheden, die door dezelve aan hetzelfde ligchaam in denzelfden tijd gegeven worden. Deze snelheden zijn afgelegde wegen of lengten van lijnen; men heeft derhalve reeds werkelijk krachten met lengten van lijnen vergeleken. Om de werking van eene kracht geheel te kennen, moet de rigting en grootte van die kracht bekend zijn. De rigting, waarin eene kracht werkt, moet aangeduid worden door de rigting van eene rechte lijn, zoo als men door middel der pijltjes in de figuren aangewezen heeft. Stel nu eens, dat A B en C D (Fig. 9) de rigting van twee krachten P en Q voorstelden, en dat gegeven was, dat de kracht P gelijk 30 en de kracht Q gelijk 20 Ned. ponden ware, dan zou men immers, om de krachten te onderscheiden, kunnen aannemen, dat elke 10 pond kracht eenen Nederlandschen duim lengte aan de rigting der kracht gaf, zoodat, in dit geval, A B drie Ned. duimen en C D twee Ned. duimen lengte heb-

hebben moest; elke Nederlandsche streep meerdere lengte duidt dus een pond meer kracht aan. Men zal alzoo voortaan door de rigting der lijnen de rigtingen der krachten en door de lengte derzelve de grootte der krachten aanduiden; heeft men derhalve twee lijnen getrokken, welke krachten voorstellen, en de eene is tweemaal zoo lang als de andere, dan zal ook de eerste kracht tweemaal zoo groot als de tweede zijn. Deze wijze van teekenen en voorstellen zal het voordeel geven, dat men de uitkomsten der voorbeelden zal kunnen meten, en de oplossingen, in plaats van te rekenen, zoo als de handwerksman zeggen zou, *uitslaan* kan. De hoeken, welke te pas zouden kunnen komen, kan men, hetzij met den transporteur, hetzij met een zweijte, of eindelijk door cirkelbogen, overbrengen en meten.

Laat de lijn AB (Fig. 10) de rigting en grootte van de kracht P voorstellen, dan kan men ook zeggen, dat die kracht in eenen zekeren tijd het kogeltje van A tot B gebragt heeft. Trekt men door A de lijnen AN en AM loodregt op elkander, dan is het kogeltje, toen hetzelfde in B gekomen was, van AN den afstand CB, en van AM den afstand DB verwijderd. Het is dus hetzelfde, of men eerst het kogeltje van A naar C en voorts van C naar B gebragt had, of wel, omgekeerd, eerst van A naar D en vervolgens van D naar B. Doch om het kogeltje van A naar C en van C naar B te brengen, heeft men twee krachten noodig, waarvan de rigting en de grootte door de lijnen AC en CB, of AC en AD worden uitgedrukt; deze twee krachten doen te zamen dezelfde uitwerking op het kogeltje, als de kracht P alleen; men kan dus, of de kracht P alleen, of wel de krachten Q en R op het kogeltje aanbrengen; de uitkomsten zullen gelijk zijn. Wanneer alzoo twee even sterke menschen de een volgens AN en de ander volgens AM aan eenig ligchaam trekken, dan zou men, na AC en AD even groot genomen te hebben, het kwadraat ACBD moeten voltoojien, en de hoekpuntslijn AB zal alsdan aanwijzen de rigting, waarin het ligchaam voortbewogen zal worden; terwijl de lengte van AB, vergeleken met AC en AD, de grootte der

der kracht aangeeft, welke, volgens die rigting werkende, even zoo veel doen zou als de twee personen. 'Trokken in de rigting van  $AN$  twee personen, terwijl in de rigting van  $AD$  slechts één werkzaam was, dan zou men  $AC$  tweemaal zoo groot als  $AD$  hebben moeten maken, en het kwadraat zou alsdan een regthoek worden.

Hieruit leidt men alzoo de volgende belangrijke eigenschappen af:

1°. Dat men voor elke kracht  $P$ , op eenig ligchaam werkende, twee andere in de plaats kan stellen, welke loodregt op elkander staan; zullende de grootte dezer krachten voorgesteld worden door de zijden  $AC$  en  $AD$  van den regthoek  $ACBD$ , waarvan  $AB$  de diagonaal en tevens de grootte en rigting der kracht  $P$  is.

2°. Werken twee krachten  $AC$  en  $AD$ , waarvan de rigtingen loodregt op elkander staan, op eenig ligchaam, dan zal de diagonaal  $AB$  van den regthoek, uit  $AC$  en  $AD$  zamengesteld, de rigting en grootte van *eene* kracht aangeven, die hetzelfde vermogen uitoefent als de twee krachten  $AC$  en  $AD$ .

Om het gezegde nog door een voorbeeld op te helderen, kan men aannemen, dat  $AB$  (Fig. 11) eene kracht van 40 Ned. ponden zij; men heeft daarom  $AB$  gelijk 4 Ned. duimen, en alzoo voor elke 10 pond een' duim gesteld. Deze wil men nu doen vervangen door twee andere krachten, die loodregt op elkander staan; doch men weet, dat dezelfde lijn  $AB$  de diagonaal van een groot aantal regthoeken kan zijn; de vraag is dus ook op een groot aantal verschillende wijzen op te losen; maar voegt men er de voorwaarde bij, dat eene der twee gevraagde krachten, b. v. 30 pond, moet zijn, dan wordt hierdoor de stand van den regthoek bepaald; vooreerst moet men voor 30 pond 3 Ned. duimen tuschen den pasfer nemen, en daarmede uit  $A$ , als middelpunt, den cirkelboog  $aCb$  beschrijven; wordt nu uit  $B$  de lijn  $BC$ , als raaklijn, aan dien cirkelboog getrokken, zoo is het bekend, dat  $BC$  loodregt staat op  $AC$ . Den regthoek  $ADBC$  voltoojende, vindt men, dat  $AD$  de rigting en lengte van de tweede kracht, en  $AD$ , op den duimstok metende, 2 duim en 7

streep lang is; waaruit alzoo volgt, dat de kracht in de rigting van  $AD$  27 pond groot moet zijn. Het is allernuttigst, dat men zich zelven met dergelijke voorbeelden oefene; het zal den grondslag leggen, om werkstukken uit de Werktuigkunde met pasfer en liniaal uit te werken.

Wanneer twee krachten  $P$  en  $Q$  (Fig. 12) op een punt  $A$  werken, makende met elkander eenen willekeurigen hoek  $FAD$ , dan zal (wanneer  $FA$  en  $AD$  de grootte der krachten voorstellen) de diagonaal  $AH$  van het parallelogram  $AFHD$  de rigting en grootte van eene kracht aangeven, die even zoo veel vermogen op het ligchaam uitoefent, als de krachten  $AF$  en  $AD$  te zamen.

Om dit te bewijzen, kan men de lijn  $MN$  loodrecht op den diagonaal trekken, en verder voor de kracht  $AF$  de loodrecht op elkander werkende krachten  $AB$  en  $AG$  in de plaats stellen; op dezelfde wijze kan men de kracht  $AD$  doen vervangen door de krachten  $AC$  en  $AE$ , terwijl in de figuur de rigtingen dezer krachten door pijltjes aangewezen zijn. In plaats van twee krachten  $AF$  en  $AD$ , heeft men dus vier krachten  $AB$ ,  $AC$ ,  $AG$  en  $AE$ , die hetzelfde vermogen doen. In de figuur heeft men een paar gelijke en gelijkvormige driehoeken, namelijk de driehoeken  $ACD$  en  $FGH$ ; men kan zich, door deze driehoeken op elkander te leggen, van de waarheid overtuigen, of, zonder dat, weet men uit de Meetkunde, dat beide de genoemde driehoeken regthoekig zijn; dezelve hebben dus in de eerste plaats dezen regten hoek gelijk; voorts is de schuine zijde  $AD$  van den eenen gelijk aan de schuine zijde  $FH$  des anderen, als overstaande zijden van het parallelogram  $AFHD$ ; eindelijk is nog de hoek  $ADC$  in den eersten driehoek gelijk aan den hoek  $FHG$  in den tweeden driehoek, omdat de beenen evenwijdig loopen en de openingen der hoeken naar denzelfden kant gekeerd staan. De twee regthoekige driehoeken voldoen dus aan de vereischten van gelijke en gelijkvormige driehoeken, en derhalve is  $AC$  gelijk  $FG$ , en  $CD$  gelijk  $GH$ . Maar  $FG$  gelijk  $AB$  zijnde, zoo is ook  $AC$  gelijk  $AB$ , en zal men tevens ontwaren, dat  $AE$  gelijk  $GH$  is.

Men heeft alzoo twee gelijke krachten  $AB$  en  $AC$ ,



A C, welke in tegenovergestelde rigting werken; gevolgelijk vernietigen deze elkander; dat is, doen geen bewegend vermogen op het ligchaam. Twee der vier krachten vervallen dus, en er blijven daarom nu slechts de krachten A E en A G over, welke, in dezelfde rigting werkende, even als vroeger gezien is, een vermogen doen gelijk aan de som dezer krachten, dat is, gelijk een vermogen, door eene kracht  $A E + A G$  voortgebracht. Maar A E gelijk C D en C D gelijk H G zijnde, zoo is  $A E + A G$  gelijk aan  $G H + A G$ , dat is gelijk A H, of gelijk den diagonaal van het parallelogram A F H D; waaruit het boven gestelde bewezen of aangetoond is.

Indien men de figuur zuiver geteekend heeft, kan men zich met den pasfer van de gelijkheid der opgegevene lijnen overtuigen. Het zou echter kunnen gebeuren, dat, wanneer men, om de uitkomst te beproeven, een paar willekeurige krachten teekende, de figuur eenigzins van de hier opgegevene verschilde en eenen vorm aannam, als, duidelijkheidshalve, in Fig. 13 opgegeven is. De krachten A F en A D verschillen nu meer in grootte en maken ook eenen veel stomperen hoek; dit kan echter geene zwaarigheid maken, wanneer slechts gezorgd wordt, dat de pijltjes, die de rigtingen der krachten aanduiden, goed geteekend zijn. De krachten A B en A C vernietigen elkander weder, zoo als in Fig. 12; doch de krachten A G en A E werken in verschillende rigtingen; men moet dus hier het verschil tusschen A G en A E nemen, terwijl men bij de vorige figuur de krachten bij elkander moest tellen. Thans kan men zich met den pasfer overtuigen, dat A E gelijk H G is, en alzoo het verschil tusschen A G en A E gelijk A H, dat is, ook weder gelijk aan de lengte van den diagonaal van het parallelogram A F H D.

Wanneer dus twee gegevene krachten op één punt werken, kan men altijd *eene* kracht aanwijzen, die zoo veel doet als de twee opgegevene, en, omgekeerd, voor elke kracht kan men twee andere in de plaats stellen, welke eenen willekeurigen hoek met elkander maken. Deze eigenschap is in de Werktuigkunde bekend onder den naam van het *parallelogram der krachten*.

Tot

Tot voorbeeld kunnen genomen worden twee krachten,  $AB$  groot 15 en  $AC$  groot 25 Ned. ponden, welke te zamen onder den hoek  $BAC$  (Fig. 14.) op het punt  $A$  werken. Om bij de vroeger aangenomene maat te blijven, is dus  $AB$  gelijk 15 en  $AC$  gelijk 25 strepen genomen. Het parallelogram  $ABDC$  voltooiende, zoo zal de diagonaal  $AD$  de rigting en grootte der kracht doen kennen;  $AD$  metende, is gelijk aan 32 strepen, derhalve de kracht, welke door de twee opgegevene op het ligchaam uitgeoefend wordt, is volgens de rigting van  $AD$  en 32 Ned. ponden groot.

Alvorens over te gaan, om over de verschillende toepassingen van het parallelogram der krachten te spreken, zal het noodig zijn te doen opmerken, dat, wanneer de krachten  $BA$  en  $BC$ , zoo als in Fig. 15 en 16, gelijk zijn, alsdan het parallelogram  $ABCD$  eene *ruit* wordt, en de diagonaal dus den hoek  $ABC$  midden doordeelt. Voorts geeft de beschouwing der Fig. 15 en 16, daar in beide de krachten  $AB$  en  $BC$  gelijk genomen zijn, nog een groot verschil in lengte der diagonalen  $BD$  en  $CD$  aan. Over het algemeen zal men ontwaren, dat, hoe grooter de hoek  $ABC$  is, zoo veel te kleiner de diagonaal  $BD$  zijn zal: ware de hoek  $ABC$  gelijk  $180^\circ$ , dan zou men, zoo als duide-lijk te bevatten is, het verschil der aangewende krachten tot uitkomst verkrijgen.

#### *Toepassingen van het hierboven verhandelde.*

Moet een balk door middel van een dubbel haketouw opgehaald worden, zoo moet men zorgen, dat de rigtingen der touwen zoo weinig mogelijk uit elkander loopen; hierdoor verkrijgt men den grootsten diagonaal en derhalve ook de grootste kracht.

Waarom is de lijn, aan welke het paard trekt bij jaagschuiten, zoo lang? — Omdat door deze lengte de hoek  $BAC$  (Fig. 17) zoo veel kleiner wordt, en het paard dus meer vermogen op de schuit zelve uitoefent, en tevens opdat de schipper, daar de andere zijde van het paral-  
le-

telogram zoo klein wordt, slechts weinig kracht met het roer zal behoeven uit te oefenen.

Men weet, dat een brosfte spijker, niet goed regt op den kop geslagen, afbreekt; de reden hiervan is duidelijk. Laat AC (Fig. 18) de rigting van den hamerslag zijn, dan kan men in de plaats van AC, eene kracht BC loodregt op den spijker en eene kracht CD loodregt op de eerste nemen. De eerste dezer krachten drijft den spijker in het hout; doch de tweede CD wordt aangewend, om den spijker volgens DC te breken. Hetzelfde heeft plaats, vooral bij den scheepsbouw, met het inslaan van lange ijzeren of koperen bouten; en al breken deze ook zoo spoedig niet, dezelve krijgen niettemin eene kromming, zeer nadeelig voor het werk; het is om die reden zeer aan te prijzen, de bouten met een zeker gewigt te rammen, daar men zoo doende meester is, om den stoot altijd in de vereischte rigting te doen aankomen.

Een schipper, die met eenen boom eene schuit voortduwt, zal altijd den boom zoo dicht mogelijk aan de schuit in het water brengen, ten einde zoo weinig mogelijk kracht te doen verloren gaan.

Wanneer eene schuit door een naauw kanaal voortgetrokken moet worden, bezigt men twee touwen, aan welke op beide oevers met zoo na mogelijk gelijke krachten getrokken wordt, opdat de schuit de rigting zoude volgen, die den hoek midden doordeelt, en alzoo in het midden van het vaarwater blijven.

Moet eenig zwaar ligchaam verplaatst worden, zoo als, b. v., een schip weder op de helling gehaald, of een' molen of huis een andere stand gegeven worden, zoo geschiedt dit door een aantal touwen aan het ligchaam vast te maken en hieraan met kaapstanders of spillen te draaijen. Er moet dus gezorgd worden, de kaapstanders of spillen niet te ver uit elkander, of anders op eenen grooten afstand van het ligchaam te plaatsen, opdat de rigtingen der touwen zoo veel mogelijk scherpe hoeken met elkander maken.

De vogelen en vischen zijn aan beide zijden gelijk en gelijkvormig; de vogelen vliegen, door met hunne vleugelen aan beide zijden even veel kracht te

te doen; de rigting, waarin de vogel dus voortgaat, deelt den hoek, dien de vleugelen te zamen maken midden door, dat is: de rigting, waarin de vogel voortgaat, is de lijn, die door het midden van den kop en den staart getrokken kan worden. Hetzelfde ziet men bij de zijvinnen der vischen; beide zijn aan elken kant op gelijke wijze geplaatst, terwijl de afmetingen ook dezelfde zijn; de visch beweegt zich derhalve altijd in de rigting van het ligchaam, wanneer met al de vinnen gelijktijdig gewerkt wordt.

Het parallelogram der krachten kan ook dienen, om, wanneer (Fig 19) eenig voorwerp volgens de rigting  $AB$  met eene bepaalde kracht wordt voortgeduwd, te onderscheiden, welk gedeelte van de kracht besteed wordt tot wezenlijke voortschuiving, en welk gedeelte, in plaats van te helpen, eenen nadeeligen invloed op de voortwerking van het ligchaam doet. Laat  $AB$  de rigting en grootte van de aangewende kracht voorstellen, dan kan men voor deze de krachten  $CB$  en  $BD$ , de eene loodrecht op den grond, de andere loodrecht op de eerste, in de plaats stellen. De kracht  $CB$  merkt men duidelijk, dat niets tot de beweging van het ligchaam toebrengt, maar zelfs eene drukking veroorzaakt, die, zoo als men naderhand zien zal, de wrijving vermeerdert. De kleine kracht  $BD$  is dus alleen het werkelijk vermogen der kracht  $AB$  ter voortschuiving van het ligchaam.

Men weet, dat, al komt de wind ook vlak van ter zijde van een schip, de schepen, het eene meer, het andere minder, evenwel door den stand van het zeil of der zeilen eene voorwaartsche beweging verkrijgen: het parallelogram der krachten doet dit op eene duidelijke wijze zien. Laat  $AB$  (Fig. 20) het midden van het schip en  $OP$  den stand van het zeil voorstellen, en verder  $CD$  voor de rigting en grootte der kracht van den wind aangenomen worden. Vooreerst heeft men voor de kracht  $CD$  de krachten  $ED$  en  $FD$ , waarvan  $ED$ , als gaande langs het zeil heen, geene werking doet, en alzoo voor de beweging van het schip verloren is.  $DF$  blijft dus over, welke men weder kan doen vervangen door de krachten  $GD$  en  $HD$ . De eerstgenoemde  
kracht

kracht  $G D$  werkt, om het schip op zijde uit te bewegen, terwijl de tweede  $H D$  de kracht is, waarmede het schip werkelijk vooruitbewogen wordt. Is de vorm van het schip onder water nu van dien aard, dat daardoor veel tegenstand aan de kracht  $G D$  geboden wordt, zoo zal men zeggen, dat het schip goed is, om mede te laveren, dat is lange slagen maken zal.

Ook de werking van het water op het roer der schepen kan door het parallelogram der krachten duidelijk gemaakt worden. Wanneer  $B g$ , Fig. 20, het roer middenscheeps voorstelt, zoo is de werking van het water op het roer aan beide zijden dezelfde, en zal dus geene verandering in de rigting van de schuit maken; doch geeft men aan het roer eenen stand, zoo als door  $B b$  wordt aangegeven, dan botst het water met eene kracht  $a b$  tegen de oppervlakte van het roer. Ontbindt men de kracht  $a b$  in twee krachten  $c b$  en  $B b$ , de eene loodrecht op het roer en de andere in de rigting van het roer, dan tracht de kracht  $B b$  wel het roer van het schip te trekken, maar heeft geen' invloed op de rigting der beweging van de schuit; de loodrechte kracht  $c b$  daarentegen werkt het achterfchip om, waardoor de verandering van koers wordt te weeg gebracht. Het zal misfchien vreemd voorkomen, dat de kracht van één' mensch genoegzaam is, om het roer in dien stand te houden, daar de druk van het water op hetzelfde toch groot genoeg is, om het geheele schip van rigting te doen veranderen; doch men zal in het vervolg, wanneer men met de leer der zwaartepunten en van den hefboom bekend is, inzien, dat de kracht  $c b$ , wanneer  $z$  het zwaartepunt van het schip is, ter omwerking van hetzelfde op eenen hefboom  $z d$  werkt; terwijl de kracht, die de roerganger op den hefboom  $B e$  moet aanbrengen, slechts gelijk moet zijn aan de kracht  $b c$ , werkende op eenen hefbooms-arm  $B b$ .

Het zoogenoemde wrikken, hetwelk met ééner riem op den spiegel van eene sloep geschiedt, en door welke werking de sloep eene voortgaande beweging verkrijgt, kan ook door het parallelogram van krachten verklaard worden. Men weet, dat bij het wrikken de riem met snelheid van stuur naar bakboord en omgekeerd bewogen wordt; gedurende de-

deze beweging wordt het blad des riems afwisselend op en neder en vlak gehouden; men doet derhalve alleen kracht, wanneer dit blad op en neder staat, daar door de weinige dikte van hetzelfde de tegenstand bij den vlakken stand onbeduidend is. De sloep krijgt door deze werking bij korte tuschenpoozen links en regts stooten, die denzelfden hoek met het midden der sloep maken; de zamengestelde kracht, dat is de diagonaal van het parallelogram van krachten, dat hier twee achtereenvolgende stooten zijn, gaat dus door het midden der sloep en beweegt dezelve in die rigting.

Op altijd aflopende rivieren vindt men somtijds, tot gemeenschap van het eene met het andere veer, zoogenaamde gierbruggen gebezigd; de stroom brengt zoowel de gierbrug van den rechter- naar den linker-, als, omgekeerd, van den linker- naar den rechter-oever. Men verkrijgt dit door in het midden der rivier, zoo als bij P, Fig. 21, een vast punt te stellen, gemeenlijk eene voor anker liggende schuit; aan dit vaste punt is de pont met eene lijn of ketting verbonden; de stroom drijft de pont weg, doch deze wordt door de lijn of ketting belet, verder dan de lengte des kettings weg te drijven; men geeft nu slechts aan de pont een' schuinen stand, ten opzichte van de rigting des strooms, waardoor de kracht S des strooms in twee andere krachten, eene loodrecht op de pont en eene in de rigting van dezelve, kan ontbonden worden; deze laatste kracht, welke in de figuur door een pijltje is aangeteekend, voert de pont naar den tegenovergestelden oever. Men moet dus de rigting der pont bij de terugvaart veranderen: om van A naar B te komen, moet men, b. v., aan de pont de rigting  $cd$ , en ten einde, daarentegen, van B naar A over te gieren, aan dezelve de rigting  $ab$  geven. Deze verandering van rigting geschiedt gemakkelijk door middel van een' hanepoot, welke slechts naar gelang wordt omgezet.

Wanneer men de touwen als werktuigen zal leeren kennen, zullen de toepassingen van het parallelogram der krachten nog menigvuldiger worden.

De kennis, dat men voor twee krachten, welke onder willekeurige rigting op een ligchaam werken, altijd ééne kracht in de plaats kan stellen, legt den grondslag, om na te gaan, met welk vermogen een lig-

ligchaam bewogen wordt, wanneer verscheidene krachten, alle in hetzelfde vlak gelegen, op eenig punt van dat ligchaam werkzaam zijn.

Laat, om dit aan te toonen, in Fig. 22 de krachten  $BA$ ,  $LA$ ,  $KA$ ,  $HA$  en  $GA$ , in de aangewezenen rigtingen, op het punt  $A$  werken. Neem verder aan, dat  $BA$  gelijk 19,  $LA$  gelijk 22,  $KA$  gelijk 15,  $HA$  gelijk 9 en  $GA$  gelijk 15 strepen lang, of even zoo vele Ned. ponden groot zijn. Wanneer men nu het parallelogram  $BALC$  teekent, dan doet de kracht  $CA$  even zoo veel als de krachten  $BA$  en  $LA$ ; koppelt men voorts de verkregene kracht  $CA$  met de kracht  $KA$ , zoo zal, op dezelfde wijze met deze twee handelende, de diagonaal  $DA$  de grootte en rigting van eene kracht zijn, die even zoo veel vermogen op het ligchaam uitoefent, als de krachten  $CA$  en  $KA$ , dat is, als de krachten  $BA$ ,  $LA$  en  $KA$  te zamen, en heeft men dus reeds de grootte en rigting van eene kracht bepaald, welke even zoo veel is als de drie gegevene krachten. De krachten  $DA$  en  $HA$  afzonderlijk als twee krachten nemende, kan men door het formeren van het parallelogram  $DAHE$  den diagonaal  $EA$  voor die twee krachten: dat is, voor de werking der krachten  $BA$ ,  $LA$ ,  $KA$  en  $HA$ , in de plaats stellen; eindelijk uit de kracht  $EA$  en de overblijvende kracht  $GA$  het parallelogram  $EAGF$  zamenstellende, weet men, dat de diagonaal  $FA$  de grootte en rigting van eene kracht aangeeft, die even zoo veel werkt, als de krachten  $EA$  en  $GA$ , of wel als al de opgegevene krachten te zamen.

Den diagonaal  $FA$  met den pasfer op den duimstok metende, verkrijgt men 63 strepen. Het ligchaam wordt dus door al de opgegevene krachten met eene kracht van 63 Ned. ponden, volgens de rigting  $FA$ , voortbewogen.

Eene nadere beschouwing van de geteekende figuur geeft nog tot de volgende opmerking aanleiding. Men heeft door het gedurig zamenstellen der onderscheidene parallelogrammen den veelhoek  $ABCDEFG$  verkregen. Gaat men de vorming van dezen veelhoek na, zoo ziet men, dat de eerste zijde  $AB$  de bovenste der gegevene krachten

D

is;

is ; terwijl de tweede zijde  $BC$  juist gelijk en evenwijdig met de tweede opgegevene kracht  $LA$ , en de derde zijde  $CD$  gelijk en evenwijdig met de derde kracht  $KA$  is, en even zoo zal men ontwaren, dat de vierde en vijfde zijden  $DE$  en  $EF$  gelijk en evenwijdig zijn met de vierde en vijfde der opgegevene krachten  $HA$  en  $GA$ .

Eindelijk is het uiteinde  $F$  van de vijfde zijde met het punt  $A$  vereenigd, en deze lijn was de grootte en de rigting der gevraagde kracht.

Hieruit leert men derhalve, dat, in plaats van al de parallelogrammen te teekenen, het genoegzaam is den veelhoek  $ABCDEF$ , op de wijze als de figuur aantoonst, zamen te stellen, daar de rigting en grootte van  $FA$  dezelfde blijft.

Men zal met eenig nadenken inzien, dat men bij de laatst opgegevene handelwijze de genoemde krachten ééne voor ééne op het ligchaam heeft doen werken en daardoor dezelfde uitkomst moest verkrijgen.

Door zich zelven dergelijke vraagstukken voor te stellen, zal men zich met de zaak gemeenzaam maken, en tevens wel doen, ook sommige der opgegevene krachten aan den anderen kant van het punt te doen werken.

De som der opgegevene krachten was 100 Ned. ponden, het voortgebrachte vermogen slechts 82 Ned. ponden; het is dus van belang, wanneer verscheidene bekende krachten in verschillende rigtingen op een ligchaam werken, te onderzoeken, hoe groot het wezenlijk uitgeoefend vermogen is, daar men op de som der krachten afgaande, in groote vergisfingen zou vervallen.

#### OVER DE EVENWIJDIG WERKENDE KRACHTEN.

Door evenwijdige krachten verstaat men zulke krachten, waarvan de rigtingen elkander niet snijden en dus evenwijdig zijn. Wanneer, twee paarden, naast elkander, voor eenen wagen gespannen zijnde, aangenomen wordt, dat deze paarden even sterk zijn, dan kan men, daar zij in dezelfde rigting voor den wagen staan, zich voorstellen, dat de wagen door twee evenwijdige gelijke krachten wordt voort-



voortbewogen. Plaatsle men de twee paarden, in stede van naast elkander, vóór elkander, gelijk bij karren dikwijls gedaan wordt, zoo komt een derzelve in het midden voor den wagen te staan, en het tweede in dezelfde rigting en vóór het eerste. De paarden werken nu als twee krachten in dezelfde rigting, en brengen dus eene kracht in die rigting voort, gelijk aan de som der krachten van de paarden. Bij ondervinding weet men ook, dat het aan den voortgang van den wagen niets toe- of afdoet hoedanig de paarden, dat is naast of vóór elkander, gespannen worden, en de uitkomst moet alzoo dezelfde blijven. Hieruit mag men derhalve besluiten, dat, wanneer twee gelijke evenwijdige krachten  $P$  en  $P$  (Fig. 23) aan eene staaf of eenen stok  $AB$  werken, deze staaf met eene kracht gelijk aan de som der twee krachten, dus met eene kracht  $2P$ , wordt voortbewogen, en dat deze laatste als in het midden  $C$  van  $AB$  aangebragt moet worden gerekend. Hetzelfde ontwaart men, wanneer twee menschen eenen derden, die vóór eenen wagen loopt, helpen willen. Zij plaatsen zich namelijk aan beide zijden, even ver uit het midden, achter den wagen en duwen, in evenwijdige rigtingen, met al hun vermogen, tegen denzelfden. De wagen wordt alsnu met de som van drie gelijke en evenwijdige krachten voortbewogen in de rigting van de middelste  $AB$  (Fig. 24), dat is in de rigting van den trekenden man. Werken dus drie gelijke evenwijdige krachten op eenige lijn, zoodat de twee uitersten, als in Fig. 25, op gelijken afstand van de middelste zijn, of  $BA$  gelijk  $BC$  is, dan zal eene kracht gelijk aan de som van de drie aangebragte krachten, volgens de rigting  $BM$  van de middelste werkende, even zoo veel doen, als de drie krachten te zamen.

Wanneer derhalve in het algemeen een even groot aantal gelijke evenwijdige krachten, alle even wijd uit elkander, op eenige lijn werken, zoo zal men den afstand tusschen de twee uiterste of de twee middelste midden door moeten deelen, en in dat punt eene kracht aanbrengen, evenwijdig met de opgegevene en gelijk aan derzelve som. Had men een oneven aantal krachten, dan zou de rigting van de

de kracht, die even zoo veel uitwerkt als al de opgegevene te zamen, de rigting van de middelste kracht zijn. Hoe vele evenwijdige krachten dus zoodanig werken, men zal altijd eene kracht in de plaats kunnen stellen, die het vermogen van al de andere doet, en welke alzoo in omgekeerde rigting aangebragt, de werking der opgegevene krachten vernietigt, of met deze evenwigt maakt.

Wordt eenig ligchaam bewogen, of werken op eenig ligchaam een zeker aantal evenwijdige krachten, verschillende in grootte en ook verschillende in afstanden van elkander, echter alle naar denzelfden kant, dan zal men zich overtuigd houden, dat zulk een ligchaam bewogen wordt door eene kracht, die gelijk is aan de som van al de evenwijdig werkende krachten; doch waar moet die kracht aangebragt worden, om, wanneer dezelve in tegenovergestelde rigting als de gegevene werkt, het ligchaam in evenwigt of rust te houden? De beantwoording van deze belangrijke vraag zal men het gemakkelijkst verkrijgen door met het eenvoudigste geval te beginnen; dat is te onderzoeken, waar de kracht aangebragt moet worden, die evenwigt maakt met twee ongelijke, maar evenwijdig op ééne lijn werkende krachten.

Neem eens aan, dat  $AC$  (Fig. 26) eene rol of een zuivere cilinder van ijzer of koper ware, wegende 80 Ned. ponden; verdeelt men deze  $AC$  bij  $E$  in twee gelijke deelen, en hangt men de staaf bij die plaats door middel van eene koord met een stropje op, zoo is het bekend, dat de staaf waterpas in evenwigt zal blijven. Snijd nu de staaf eens in twee stukken  $AB$  en  $BC$ , zoodat het eene stuk 20 en het andere 60 pond weegt, en hang elk dezer stukken zuiver bij het midden in  $D$  en  $F$  op, en wel zoodanig, dat de doorsnede of breuk  $BG$  juist tegen elkander, en de staaf in ééne rigting komt, zal dan alles niet hetzelfde blijven, nu er twee evenwijdige krachten  $Dd$  en  $Ff$  van 20 en 60 pond werken, als toen er in  $E$  ééne kracht gelijk aan de som van de twee laatstgenoemde, dat is gelijk 80 pond, werkzaam was? Dit toegeftemd zijnde, moet men slechts nagaan, hoedanig het punt  $E$  ten opzichte van de punten  $D$  en  $F$  ge-

legen is; want dan is bekend, waar de kracht aangebragt moet worden, die even zoo veel te weeg brengt als twee evenwijdig werkende, doch ongelijke krachten.

Hiertoe merke men in de eerste plaats op, dat  $AE$  gelijk  $DF$  en  $CE$  gelijk  $DF$  is; want de figuur naziende, wordt gevonden, dat elke dezer vier lijnen juist de halve lengte van de geheele staaf is. Wanneer van twee gelijke lijnen  $AE$  en  $DF$  gelijke lijnen  $AD$  en  $DB$  afgetrokken worden, dan zullen de overschietende lengten nog gelijk blijven;  $AE$  min  $AD$  is derhalve gelijk  $DF$  min  $DB$ , of  $DE$  is gelijk  $BF$ ; men kan zich hiervan ook met den pasfer overtuigen. Op dezelfde wijze verkrijgt men, dat, wanneer van de gelijke lijnen  $CE$  en  $DF$  de gelijke lijnen  $CF$  en  $FB$  worden afgetrokken, de resten, dat zijn de lijnen  $EF$  en  $DB$ , aan elkander gelijk zullen blijven; men heeft dus:

$BF$  gelijk  $DE$  en  $BD$  gelijk  $EF$ ; waaruit volgt, dat  $BF$  staat tot  $BD$  eveneens als  $DE$  staat tot  $EF$ . Maar de gewigten van de twee stukken  $AB$  en  $BC$  van de staaf staan immers tot elkander in verhouding als derzelver lengten, en gevolgelyk ook als derzelver halve lengten, en alzoo verkrijgt men hieruit: 20 staat tot 60, eveneens  $BD$ , dat is de halve lengte van het eene stuk, tot  $BF$ , dat is de halve lengte van het tweede stuk.

Schrijft men nu de twee verkregene proportiën bij elkander, dan zal men dezelve beter kunnen vergelijken:

$$BF : BD = DE : EF \text{ en}$$

$$BF : BD = 60 : 20$$

De twee eerste reden dezelfde zijnde, zoo moeten ook de twee laatste gelijk zijn, waaruit men heeft:

$$DE : EF = 60 : 20 = 3 : 1.$$

De lijn  $DF$  is derhalve in  $E$  zoodanig in twee stukken verdeeld, dat deze stukken omgekeerd evenredig zijn met de krachten  $Dd$  en  $Ff$ , welke aan de uiteinden van de lijn  $DF$  werken. Men kan alnu de staaf wegdenken, en zich alleen eene lijn  $DF$  voorstellen, aan welke in  $D$  en  $F$  de twee evenwijdige krachten van 20 en 60 pond werkzaam zijn.

Ter meerdere duidelijkheid heeft men hier de werken.

kende krachten door getallen uitgedrukt; de uitkomst gaat echter door, welke waarde men aan de krachten ook zoude willen geven. In het opgegevene voorbeeld moet dus  $DF$  in vier gelijke deelen verdeeld worden. Van  $D$  af drie deelen uitzetende, zal men het punt  $E$  hebben, waar de kracht van 80 pond moet worden aangebragt, die hetzelfde te weeg brengt als de krachten van 20 en 60. Had men derhalve bij  $D$  en  $F$  eens twee gewigten  $P$  en  $Q$  van 20 en 60 pond opgehangen, zoo zouden deze gewigten door de kracht  $E$  van 80 pond in evenwigt gehouden worden.

De verkregene uitkomst  $DE : EF = 60 : 20 = 3 : 1$  geeft, daar in elke evenredigheid het produkt der uiterste termen gelijk is aan het produkt der middelste, aanleiding tot eenen gemakkelijk te onthouden' regel, om het punt  $E$  te bepalen, wanneer twee ongelijke evenwijdige krachten in  $D$  en  $F$  aan de lijn  $DF$  werkzaam zijn. Men heeft namelijk  $DE \times 20$  gelijk  $EF \times 60$ , of, de kracht, vermenigvuldigd met de lengte van dat gedeelte der lijn van het punt  $E$  tot aan het aangrijpingspunt der kracht, is, aan beide zijden van het punt  $E$ , gelijk.

Laat, om dit laatste door een voorbeeld op te helderen (Fig. 27),  $AB$  de lengte van eene el hebben, en aan  $A$  en  $B$  de evenwijdige krachten  $P$  en  $Q$  van 20 en 15 pond werken: nu is het zeker, dat, waar ook het punt  $C$  gelegen moge zijn:

$AC \times 20$  gelijk  $BC \times 15$  zijn moet; men kan ook eveneens zeggen:

$AC \times 15$  gelijk  $AC \times 15$ . Dit bij elkander tellende, heeft men:

$35 \times AC$  gelijk  $15 \times AB$ , of  $7 \times AC$  gelijk  $3 \times AB$ ; waaruit volgt . . . .  $AC$  gelijk  $\frac{3}{7} AB$ .

Wanneer dus  $AB$  in 7 gelijke deelen verdeeld is, moeten 3 van die deelen van  $A$  naar  $C$  uitgezet en aan  $C$  eene kracht evenwijdig met en gelijk aan de som der opgegevene krachten aangebragt worden; maakt men de werking van de kracht bij  $C$  naar den anderen kant, zoo zal deze met de opgegevene in evenwigt zijn.

De hier genomene krachten zijn nu wel onderling evenwijdig, doch niet loodregt op de lijn  $AB$  aange-

gebragt, omdat men, door gewoonte, niet zou denken, dat het gezegde alleen doorging voor lood-regte krachten.

Door het hier opgegevene op evenwijdige krachten twee aan twee toe te pasfen, is men in staat, om, hoe vele evenwijdige krachten ook gegeven zijn, altijd de plaats, rigting en grootte van eene kracht te vinden, die, hetzij evenwigt met, hetzij even zoo veel vermogen als, de opgegevene krachten voortbrengt.

Om dit aan te toonen, kan men een willekeurig aantal evenwijdige krachten (Fig. 28) aannemen, welke onderling evenwijdig bij A, B, C, D en E werken, en achterevolgens gelijk 25, 15, 15, 20 en 12 Ned. ponden groot zijn. Het best zal zijn, hier te beginnen met de krachten, die in B en C werken, omdat deze beide gelijk zijnde, kunnen worden aangemerkt als op de lijn BC te werken, en dus een vermogen voortbrengen, gelijk aan eene kracht van 30 pond, in het midden F van BC aangebragt, zoo als door de gestipte lijn wordt aangewezen. Verder de punten A en F door eene regte lijn vereenigende, heeft men aan die lijn in A en F twee krachten van 25 en 30 pond werkende; men moet dus AF zoodanig in twee deelen verdeelen, dat  $FG : AG = 25 : 30 = 5 : 6$  zij. Verdeel derhalve AF in elf gelijke deelen en neem van F af vijf van die deelen, zoo zal G het punt zijn, waar eene kracht van 55 pond even zoo veel zal doen, als de krachten bij A en F, of als de krachten bij A, B en C werkzaam. Op dezelfde wijze de punten G en D vereenigende, zal men de lijn GD zoodanig moeten verdeelen, dat  $GH : HD = 20 : 55$  is, dat is: men moet GD in 75 gelijke deelen verdeelen, 20 van die deelen van G tot H uitzetten en alsdan in H eene kracht aanbrengen, evenwijdig met de gegebene en gelijk 75 Ned. ponden, welke krachten nu dezelfde uitwerking doen zullen, als de opgegevene krachten A, B, C en D te zamen. Eindelijk HE trekken- de en deze in 87 gelijke deelen verdeelende, waarvan 12 van H tot K moeten worden uitgezet, zoo heeft men het punt K gevonden, waar eene kracht, gelijk aan de som van al de opgegevene, en in de-

D 4

zelf-

zelfde evenwijdige rigting aangebragt, een ligchaam op dezelfde wijze zal voortbewegen, als al de krachten te zamen zouden gedaan hebben.

Men kan zich op een dergelijk aangenomen voorbeeld oefenen, en door de krachten, twee aan twee in verschillende rangorde te nemen, nagaan, of de uitkomsten, dat is de plaats van het laatst gevondene punt, altijd dezelfde zijn; dit zoo zijnde, is het zeker, dat de bewerking met zuiverheid verrigt is.

Daar twee evenwijdige lijnen altijd in een zelfde vlak liggen, gaat de hier opgegevene handelwijze even goed door, wanneer de evenwijdige krachten op verschillende punten van een ligchaam aangebragt waren.

Vroeger is reeds opgemerkt, waaraan het gewigt van verschillende ligchamen was toe te schrijven, en daarbij gezien, dat elk stoffelijk deeltje met hetzelfde vermogen naar het middelpunt der aarde getrokken wordt. Elk ligchaam, hoedanig ook deszelfs uiterlijke vorm wezen moge, kan derhalve, ten opzichte van deszelfs gewigt, aangemerkt worden, als aangedaan in elk deeltje van hetzelfde door gelijke en evenwijdige krachten. Misfchien zal hietegen ingebragt worden, dat de aantrekkingen of de krachten alle naar één punt, dat is het middelpunt der aarde, gerigt zijn, en dus niet evenwijdig zijn: dit is ook werkelijk zoo; doch span, b. v., twee slaglijnen, elke van 50 ellen lengte, zoodanig, dat beide aan den eenen kant aan hetzelfde punt bevestigd zijn, terwijl zij aan het andere einde slechts een' duim afstands van elkander hebben, en beschouw verder eens eene el lengte van deze twee lijnen niet al te dicht bij het gemeene punt genomen: zal men dan niet zeggen, dat die lijnen evenwijdig loopen? Welnu, zoo is het ook met de rigting van de zwaartekracht; bedenk daarbij slechts, dat de straal der aarde de straal is van eenen cirkel, die 40 millioenen meters omtrek heeft; het snijpunt der werkende krachten ligt dus voor ons op eenen onafzienbaren afstand, en het is daarom, dat men de rigtingen dier krachten als onderling evenwijdig aanneemt. De rigtingen, waarin elk deeltje van een ligchaam naar het middelpunt der aarde getrokken wordt, zijn dus onderling evenwijdig en allen vertikaal, dat wil  
zeg-

zeggen, loodregt op een waterpas vlak, of op een vlak, dat met het oppervlak van een stilstaand water overeenkomt. Daar men nu, hoe vele evenwijdige krachten ook gegeven zijn, altijd één punt kan aanwijzen, alwaar eene kracht, die gelijk is aan de som van al de evenwijdige krachten, in dezelfde richting aangebragt, hetzelfde vermogen en uitwerking doet, als al die evenwijdige krachten te zamen, zoo volgt hieruit deze belangrijke waarheid: dat men in elk ligchaam één punt bepalen kan, waarin eene kracht, vertikaal naar beneden werkende, die zoo groot is, als het gewigt van het ligchaam, of zoo groot, als het ligchaam zwaar weegt, even zoo veel doet, als al de evenwijdige krachten of aantrekkingen, waarmede elk stoffelijk deeltje van het ligchaam is aangedaan. Brengt men dus in dit punt eene vertikale en gelijke kracht naar boven aan, zoo zal deze evenwigt met al de evenwijdig werkende krachten maken, en het ligchaam zal gevolgelyk niet kunnen vallen, maar in rust blijven. Dit voorname punt, dat in elk ligchaam kan gevonden worden, wordt het zwaartepunt van het ligchaam genoemd. Wordt derhalve een ligchaam vertikaal in het zwaartepunt genoegzaam ondersteund, dan zal dit ligchaam in rust blijven.

De voornaamste toepassingen van het hier aangehaalde omtrent evenwijdige krachten moeten dus gezocht worden in het vinden der zwaartepunten van de verschillende lichamen. Bij alle lichamen, die in rust gehouden of in beweging moeten gebragt worden, speelt de plaats van het zwaartepunt eene voorname rol. Het best zal zijn, alvorens de plaats der zwaartepunten van de meest in de ambachten en schoone kunsten voorkomende lichamen op te geven, door een enkel voorbeeld aan te toonen, hoedanig ieder voor zich zelf zorg draagt, om bij beweging zijn zwaartepunt vertikaal te ondersteunen; dit zal het onontbeerlyke der kennis van de ware plaats der zwaartepunten doen inzien.

Wanneer een mensch in eene gewone rustende houding staat, wordt zijn zwaartepunt ondersteund door twee vertikale naar boven werkende krachten, welke men zich voorstellen moet in elke der voetzolen aanwezig te zijn; de krachten zijn de tegenstand, dien de grond aan de drukking van het

ligchaam biedt. De kracht, welke gelijk is aan de som van de naar boven werkende krachten, moet gelijk en in denzelfden vertikaal zijn met de kracht, die in het zwaartepunt van den mensch werkzaam, en welke, zoo men weet, gelijk aan het gewigt is; anders kan er geen evenwigt en dus geene rust zijn. Bij elke beweging nu zorgt men, door gewoonte, dat het zwaartepunt goed ondersteund blijve, want anders zou het vallen spoedig, als het gevolg van geene goede ondersteuning, moeten plaats hebben.

Dat hiertoe veel oefening vereischt wordt, ziet men aan het kind, dat, leerende loopen, daarhenen waggelt, en weldra naar een ander steunpunt dan wel de beenen omziet, ten einde niet te vallen. Bij het gaan brengt men gedurig het gewigt van het ligchaam van het eene been op het andere over; vandaar het heen en weder slingeren bij elk, die loopt; vandaar ook, dat men de soldaten, die op eene linie geschaard staan, alle met denzelfden voet tegelijk in beweging stelt, opdat de slingeringen alle denzelfden weg uit en dus aan elkander niet hinderlijk zouden zijn; verzuimen sommige den pas, dan ontwaart men ook dadelijk eene onregelmatige golving in de linie, en de manschappen stooten tegen elkander aan.

Bij het gewone loopen helpen de verschillende bewegingen, die de armen maken, zeer veel om het zwaartepunt gemakkelijk en spoedig van het eene been op het andere over te brengen, en van nog grooter nut zijn de armen, wanneer de eene zijde van het ligchaam meer belast is dan de andere; moet men, b. v., eenen emmer water dragen, dan houdt men onwillekeurig den anderen arm ver van het lijf verwijderd, om daardoor te gemoet te komen aan den onregelmatigen last, en te zorgen, dat de kracht, die hetzelfde uitwerkt als de twee evenwijdige krachten, welke in het zwaartepunt van het ligchaam en van den emmer werkzaam zijn, behoorlijk door de voetzolen ondersteund worde; daarom is het ook op den duur gemakkelijker twee emmers water, aan beide kanten een', te dragen, omdat daarbij, het gewigt van de emmers gelijk stellende, de gewone stand van den mensch kan behouden blijven. Men ziet dit aan de vooroverge-



gebogene houding dier kooplieden, welke met een groot pak, dekens of andere stoffen, op den rug hunne waren bij de huizen ronddragen; deze zorgen, door hunne gebukte houding, het zwaartepunt van hunnen last zoo na mogelijk in denzelfden vertikaal met hun zwaartepunt te brengen. Alle pakdragers weten ook door ondervinding, dat zij hunne pakken zoodanig moeten vormen of inrigten, dat deze bij denzelfden inhoud de grootste hoogte en breedte met de minste dikte paren, opdat het zwaartepunt der pakken zoo weinig mogelijk achter hun eigen zwaartepunt kome. Daarom ook pakt de soldaat zijnen jas bovenop, in plaats van achter den ransel. Het is om deze reden van groot belang voor den Schilder en Beeldhouwer, hunnen beelden zoodanige standen te geven, dat de zwaartepunten ondersteund zijn. Is daarvoor niet gezorgd, zoo krijgt men onnatuurlijke standen en slechtgeplaatste beelden, welke men bij de galjoenen der schepen zoo dikwijls aantreft. De Faam, welke men op het graf van *WILLEM den Eersten*, te *Delft* in de Nieuwe Kerk, geplaatst ziet, rust slechts op het voorste gedeelte der teenen van den eenen voet; de vertikaal, welke uit het zwaartepunt van dit beeld nedergelaten kan worden, moet derhalve door dat gedeelte des eenen voets gaan, daar, indien dit het geval niet ware, het beeld vallen moest, zoo lang totdat het zwaartepunt ondersteund was.

Men zal naderhand op dit ondersteunen van de zwaartepunten terugkomen; het hier gezegde zal voor alsnu genoegzaam zijn, om het groote nut der kennis van de zwaartepunten der verschillende lichamen te doen opmerken.

Wanneer eenig ligchaam, zie Fig. 29, bij eenen draad AB is opgehangen, zoo is dit ligchaam in rust; dit kan echter het geval niet zijn, als het zwaartepunt van het ligchaam niet vertikaal ondersteund is; de rigting van den draad AB, die men als de rigting van eene naar boven werkende kracht kan aanmerken, moet alzoo door het zwaartepunt van het ligchaam gaan. Hangt men nu hetzelfde ligchaam, gelijk de figuur aangeeft, bij een ander punt op, zoodat het ligchaam, in rust hangende, eenen anderen stand aanneemt, dan gaat hier mede

mede dezelfde redenering door, en de lijn  $AB$  moet alsnu insgelijks door het zwaartepunt gaan. Het zwaartepunt van het in beschouwing zijnde ligchaam ligt dus, zoowel in de eerste lijn  $AB$ , als in de tweede, en zal derhalve in de snijding van die twee lijnen gelegen moeten zijn. Is men alzoo in het teekenen en in het zoogenaamd doorsteken van lijnen ervaren, dan kan men op deze wijze proefondervindelijk het zwaartepunt van eenig ligchaam bepalen; doch alle lichamen zijn niet zoo gemakkelijk op te hangen, en is ook de ware plaats van het snijpunt zoo ligtelijk niet te vinden; daarom wordt deze manier om het zwaartepunt van lichamen te vinden weinig of nooit gebezigd.

Het is in de kunsten en ambachten ook meestal genoeg, de rigting van den vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, te kennen, zonder juist de ware plaats van de zwaartepunten te weten; het is toch doorgaans slechts te doen, om de lichamen behoorlijk te ondersteunen, en in welk punt van den vertikaal dit geschiedt, is, strikt genomen, hetzelfde; daarbij weet men door de berekening van het gewigt der lichamen, de grootte van de kracht, in het zwaartepunt aanwezig; zoodat tevens de grootte van de kracht, die tegengesteld moet worden, bekend is.

Neem eens aan, dat  $AB$  en  $CD$  (Fig. 30) twee stukken ijzer- of koperdraad waren van regelmatige, doch geringe dikte, dan zal men deze als zware lijnen kunnen aanmerken; het zwaartepunt van elke dezer lijnen zal wel juist in het midden derzelve, dat is in  $E$  en  $F$ , gelegen zijn; men weet toch bij ondervinding, dat, wanneer men deze draden bij het midden ophing, dezelve niet alleen in rust, maar waterpas gelegen zouden zijn. Maar kon men deze twee lijnen eens door de lijn  $EF$  vereenigen, waar zou dan het zwaartepunt dier vereeniging van twee lijnen zijn? Het vroeger aangetoonde wijst hier den weg, dien men inslaan moet, aan. Men heeft immers eene lijn  $EF$ , waarop in  $E$  en  $F$  twee evenwijdige krachten werken; de kracht bij  $E$  is gelijk het gewigt van de lijn  $AB$ , en die bij  $F$  gelijk het gewigt van de lijn  $CD$ . Waren de krachten gelijk, zoo moest men slechts de lijn  $EF$  midden doordeelen; doch in dit geval moet men de  
lijn

lijn  $EF$  zoodanig in twee stukken verdeelen, dat deze omgekeerd evenredig zijn met de gewigten. Woog dus de lijn  $AB$  twee en de lijn  $CD$  drie Ned. ponden, zoo zou men de lijn  $EF$  in vijf gelijke deelen moeten verdeelen, en van  $E$  tot  $G$  drie van die deelen moeten uitzetten; waardoor het punt  $G$  alsdan het zwaartepunt van de alzoo vereenigde lijnen zal zijn.

Door deze opgegevene handelwijze kan men het zwaartepunt vinden des omtreks van elken veelhoek, uit ijzer of koper, of dunne houten regels vervaardigd; want was  $ABCDE$  (Fig. 31) een zoodanige veelhoek, dan weet men, dat de zwaartepunten van elke der lijnen in het midden  $a, b, c, d$  en  $e$  van dezelve gelegen zijn; men heeft dus vijf evenwijdige krachten, waarvan de grootte door het gewicht van de lijnen of door de betrekking van hare lengte bekend zijn; men kan alzoo het zwaartepunt van deze vereeniging van krachten vinden op dezelfde wijze, als in Fig. 28 is aangetoond.

Wanneer men nu dit zwaartepunt slechts met twee van de zijden, b. v., door de lijnen  $az$  en  $cz$  vereenigde, en men bragt in  $z$  eene kracht vertikaal naar boven aan, dan zou de veelhoek waterpas vallen en in rust zijn. Wil men zich door eene proef verzekeren, of het zwaartepunt  $z$  goed is gevonden, zoo behoeft men slechts den veelhoek bij de verschillende hoekpunten  $A, B, C$ , enz. aan eenen draad op te hangen; de rigtingen van al deze draden zullen door het zwaartepunt  $z$  moeten gaan.

De vorm der verschillende figuren geeft dikwijls aanleiding, om, al is het dan ook niet dadelijk, de plaats van het zwaartepunt zelf, dan ten minste den vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, gemakkelijk te vinden, en dit is toch in de meeste gevallen genoegzaam. Laat, om dit aan te toonen, (Fig. 32)  $ACB$  een' gelijkbeenigen driehoek zijn: het is bekend, dat de lijn  $CD$  den driehoek in twee gelijke en gelijkvormige stukken verdeelen zal; vouwt men namelijk den driehoek om de lijn  $CD$  toe, dan zullen de driehoeken  $CDB$  en  $CDA$  elkander volkomen bedekken; de driehoek  $ACB$  is dus aan den eenen of anderen kant van  $CD$  volmaakt dezelfde. De zwaartepunten  $z$  van beide

de driehoeken  $ADC$  en  $CDB$  zullen dus even ver van de lijn  $CD$  verwijderd moeten zijn. Waar moet derhalve de kracht aangebragt worden, die even zoo veel doet als de gelijke en evenwijdige krachten  $z$ ? immers in de helft van de lijn  $zz$ , dat is in het punt  $m$ , waar de lijn  $zz$  de lijn  $CD$  snijdt? Men heeft alzoo deze voornamen eigenschappen: indien in eenige figuur eene lijn getrokken kan worden, die deze figuur in twee volmaakt gelijke en gelijkvormige stukken verdeelt, dan zal het zwaartepunt van die figuur in die lijn gelegen zijn. Wordt dus de driehoek bij  $C$  opgehangen, dan zal  $AB$  waterpas blijven; hetzelfde zal men bespeuren, wanneer  $D$  als ophangpunt gebezigd wordt.

Men ziet dit bij het ophangen van prenten of schilderijen in lijsten: als  $ABCD$  (Fig. 33) eene zoodanige lijst voorstelt, zal men, deze om de lijn  $HI$  toevouwende, ontwaren, dat de twee helften elkander volkomen bedekken zullen. Wordt dus de lijst in eenig punt van  $HI$  opgehangen, zoo zullen  $AB$  en  $CD$  waterpas hangen. Meestal hangen de lijsten aan twee koorden,  $EF$  en  $EG$ , welke in een punt  $E$  van de lijn  $HI$  te zamen komen; in dit geval gebruikt men, volgens het parallelogram der krachten, twee gelijke krachten  $EF$  en  $EG$ , die zamen zoo veel ophouden, als de kracht, in de rigting van  $EI$  werkende, groot is. Daar een ovaal (Fig. 34) ook om de lijn  $AB$  kan worden toegeflagen, zoo zullen de ovale lijsten mede zeer goed voor prenten en schilderijen zijn, dewijl bij het ophangen in de rigting van  $AB$ , de lijn  $FG$  waterpas zal komen. Men zou nog vele dergelijke figuren kunnen opnoemen; doch van meer belang is het tevens bij de lijst  $ABCD$  (Fig. 33) en de ovale lijst (Fig. 34) op te merken, dat de eerste ook om de lijn  $MN$  en de tweede ook om de lijn  $FG$  kan worden toegevouwen. De zwaartepunten van deze figuren moeten gevolgelijk mede op die lijnen gelegen zijn, en zal derhalve het zwaartepunt zelf in de snijding van de twee lijnen in elke der figuren gevonden worden. Men treft somtijds figuren aan, waarin men meer dan twee lijnen trekken kan, die, elke in het bijzonder, de figuren in twee gelijke en gelijkvormige deelen verdeelen. In dat geval zul-

zullen al deze lijnen elkander in één punt moeten ontmoeten, en dit ontmoetingspunt zal het zwaartepunt zijn. Een cirkel door elke middellijn in twee gelijke stukken verdeeld wordende, en het snijpunt van al de middellijnen het middelpunt zijnde, zoo is ook het zwaartepunt van eenen cirkel in het middelpunt gelegen. Dezelfde eigenschap heeft men bij alle regelmatige veelhoeken; de zwaartepunten van deze zullen in de middelpunten van de in- of omgeschrevene cirkels te vinden zijn.

Zoo als men dan in sommige vlakke figuren lijnen trekken kan, waarop het zwaartepunt dier figuren gelegen is, zal men ook vele lichamen zoodanig kunnen doorsnijden, dat de beide stukken volmaakt gelijk en gelijkvormig zijn. Neem slechts tot voorbeeld eenen teerling: dezen kan men door het vlak  $ABCD$  (Fig. 35) in twee gelijke stukken snijden, indien slechts  $MA$  gelijk  $NA$  genomen is. Waar de zwaartepunten van deze twee stukken ook mogen gelegen zijn, zooveel is zeker, dat dezelve ten opzichte van het vlak  $ABCD$  aan beide kanten op dezelfde wijze geplaatst zullen zijn. Vereenigt men dus deze twee zwaartepunten door eene regte lijn, zoo zal de kracht, die gelijk in uitwerking is als de twee gelijke evenwijdige krachten, in het midden van die lijn, dat is in het vlak  $ABCD$ , gelegen zijn. Kan men derhalve eenig ligchaam door een vlak in twee gelijke en gelijkvormige helften verdeelen, dan zal het zwaartepunt van zoodanig ligchaam in dat vlak gelegen zijn. De teerling, hier tot voorbeeld aangenomen, kan ook nog door het vlak  $abcd$  in twee gelijke deelen verdeeld worden; alzoo moet ook het zwaartepunt des teerlings, volgens het boven gezegde, in dat vlak gelegen zijn, en volgt hieruit verder, dat het zwaartepunt van den teerling liggen zal in de doorsnijding der vlakken  $ABCD$  en  $abcd$ , dat is in de lijn  $mn$ . Den teerling ten derden male door het vlak  $opqr$  in twee gelijke en gelijkvormige deelen verdeelende, moet het zwaartepunt mede in dit vlak, en alzoo in de doorsnijding der drie vlakken, dat is in het punt  $z$ , gelegen zijn. Laat daarom de vorm van eenig ligchaam toe, dat men hetzelfde door twee verschillende vlakken in twee gelijke en gelijkvormige de-

deelen kan verdeelen, zoo heeft men eene lijn, waarin het zwaartepunt gelegen is; terwijl, wanneer het ligchaam door drie verschillende vlakken zoodanig kan gesneden worden, het zwaartepunt geheel aangewezen wordt door de snijding van twee lijnen.

Het zwaartepunt van eenen bol kan dus niet anders dan in het middelpunt gelegen zijn; want al de groote cirkels van den bol hebben het middelpunt gemeen.

Men vindt in de kunsten en ambachten vele lichamen, die door hunnen vorm dadelijk eene lijn aangeven, waarin het zwaartepunt zal gelegen zijn. Deze lichamen zijn in de Meetkunde bekend onder den naam van omwentelings - lichamen, en wel omdat zulke lichamen geboren worden of ontstaan, door een vlak, van welken vorm dan ook, om eenige regte lijn als eene as te doen omdraaijen. Wanneer men een stuk geld op zijnen kant snel doet omdraaijen, of, zoo als men het noemt, opzet, dan kan men immers het stuk geld niet meer onderscheiden, en het is even alsof er een bol op de tafel stond? Hetzelfde ziet men, wanneer men een stukje kaartenpapier op eenen van de hoeken doet omdraaijen; men kan allerlei vormen aan het kaartenpapier geven, en zoo zullen dan ook verschillende lichamen ontstaan: maakte men er eenen regthoekigen driehoek van, en draaide men dezen om de regthoekszijde BC (Fig. 36), zoo zou men eenen kegel verkrijgen: had men daarentegen eenen regthoek ABCD gebezigd, en dezen om BC laten wentelen, zoo zou er een cilinder of rol ontstaan. Door eenige oefening zal men weldra het ontstaan van zulke lichamen door de omwenteling van een vlak duidelijk inzien, en vele voorwerpen in het dagelijksch leven als omwentelings - lichamen leeren onderscheiden. Tot de meest zamengestelde omwentelings - lichamen behooren de bekende koperen kerkkroonen, wanneer deze van de blaker - armen ontdaan zijn.

Dit aangaande de omwentelings - lichamen goed gevatt zijnde, zal het ook niet veel moeite kosten, om te begrijpen, dat deze lichamen, hoedanig ook, volgens de rigting der as (men verstaat door as de lijn, om welke men het vlak of stukje kaartenpapier heeft

heeft doen ronddraaijen) doorsneden, altijd uit twee gelijke en gelijkvormige helften zullen bestaan; in elke van die doorsneden moet dus het zwaartepunt gelegen zijn, en daar al deze doorsneden alleen de as gemeen hebben, zoo is het zeker, dat het zwaartepunt van elk omwentelings-ligchaam op de as van omwenteling gelegen zal zijn. Wordt derhalve een omwentelings-ligchaam volgens de rigting der omwentelings-as opgehangen, of vertikaal ondersteund, zoo zal er rust en evenwigt plaats hebben.

Men heeft door behulp der Wiskunde de plaats der zwaartepunten van de meest bekende lichamen bepaald. Dit hier uiteen te zetten, zou te veel plaats wegnemen en ook te veel van de Wiskundige kennis te vergen zijn; het zal voor het doel van dit Lees- en Leerboek genoegzaam geacht worden, een en ander op te geven.

Het zwaartepunt van eenen driehoek  $ABC$  (Fig. 37) wordt gevonden, door het midden  $D$  van eene der zijden  $AB$  met den top  $C$  te vereenigen, vervolgens deze lijn  $CD$  in drie gelijke deelen te verdeelen, en, van den top  $C$  af, twee van die deelen uit te zetten.

Daar nu elke veelhoek in een zeker aantal driehoeken kan verdeeld worden, zoo kan men van elken dezer driehoeken het zwaartepunt op de bovengezegde wijze aantekenen, en men verkrijgt een aantal punten, waaraan onderling evenwijdige krachten werken; deze krachten zullen niet gelijk, maar tot elkander in rede staan, als de inhouden van de driehoeken; want het is duidelijk: hoe grooter driehoek, hoe meer gewigt men in het zwaartepunt zal hebben. Aan al de krachten dus, naar de inhouden, eene waarde gegeven hebbende, slaat men den weg in, welke bij Fig. 28 is opgegeven, en het zwaartepunt van elken veelhoek zal gevonden kunnen worden.

Het zwaartepunt van eene driehoekige piramide  $ABCD$  (Fig. 38) wordt verkregen, door eerst het zwaartepunt  $z$  van het grondvlak  $ABC$  te zoeken, en verder dit punt met den top  $D$  door de lijn  $Dz$  te vereenigen; voorts een vierde van de lengte der lijn  $Dz$ , van  $z$  tot  $P$ , op de lijn  $Dz$  uit-  
E

uitzettende, zal dit punt  $P$  het zwaartepunt van de driehoekige piramide zijn.

In de Meetkunde is geleerd, dat elk veelvlakig ligchaam in een zeker aantal driehoekige piramiden kan verdeeld worden; men kan alzoo weder voor elke van deze piramiden het zwaartepunt aangeven, en zich op deze wijze een aantal evenwijdige krachten in die punten aanwezig voorstellen; ieder van deze krachten is gelijk aan het gewigt van die piramide, waarbij dezelve behoort, en de handelwijze, bij Fig. 28 opgegeven, zal het zwaartepunt van elk veelvlakig ligchaam doen kennen.

Het zwaartepunt van elken regten of scheeven cilinder (Fig. 39) is gelegen op de helft van de lijn  $AB$ , die de middelpunten van het grond- en bovenvlak vereenigt.

Het zwaartepunt van elken regten of scheeven kegel (Fig. 40) is gelegen op een vierde van de lengte der lijn  $AC$ , die den top met het middelpunt der bazis vereenigt, en wel gerekend van het punt  $C$  af.

Het zwaartepunt van elke regthoekige of scheefhoekige zuil is gelegen op de helft van de lijn  $AB$  (Fig. 41), die de zwaartepunten van het grond- en bovenvlak vereenigt.

Het zwaartepunt van eenen halven bol is gelegen op  $\frac{3}{8}$  van de hoogte  $AB$  (Fig. 42), gerekend van het middelpunt  $A$  af.

Het zwaartepunt van eenen ring ligt in het middelpunt van denzelven.

In de ambachten vergelijkt men, om, ten naasten bij, de zwaartepunten van voorkomende lichamen te bepalen, deze met zulke lichamen, die niet veel in vorm met de voorkomende verschillen, en waarvan de plaats der zwaartepunten bekend is. Zulke vergelijkingen komen veel te pas, wanneer stukken hout, steen of ijzer in zekere rigting opgeheschen moeten worden; men zal bij het omleggen der stropen de plaats der zwaartepunten moeten raadplegen, indien men met eenige zekerheid wil te werk gaan.

Een ligchaam, vertikaal in deszelfs zwaartepunt ondersteund, zal in rust zijn; vandaar het zoogenaam-



naamde balanceren met eenig voorwerp, bestaande dit slechts in de handigheid, om het zwaartepunt altijd vertikaal te ondersteunen.

Het groote nut van de kennis der zwaartepunten zal in het vervolg nog nader blijken, wanneer aangewezen zal worden, op hoedanige wijze de Werktuigkunde moet geraadpleegd worden, bij het samenstellen van al die voorwerpen, welke in de verschillende ambachten uit onderscheidene deelen worden zamengesteld: men kan toch het gewigt van elk stuk als in het zwaartepunt van dat stuk vereenigd zich voorstellen.

Het kan ook voorkomen, dat gevraagd wordt naar het zwaartepunt van een aantal lichamen, in stand ten opzichte van elkander gegeven; zulk een zwaartepunt wordt het algemeene zwaartepunt van een stelsel lichamen genoemd. Zoo zou men, b. v., kunnen vragen, waar eene plank ondersteund moest worden, op welke verschillende lichamen geplaatst waren, zoo als in eene Apotheek de planken met verschillende potten en fleschen bevracht zijn. In zulk een geval moet men van elk der lichamen, op de plank geplaatst, het zwaartepunt zoeken, en op den bovenkant der plank aantekenen, waar de loodlijnen, uit de zwaartepunten getrokken, den bovenkant der plank aandoen; alsdan heeft men weder een aantal evenwijdige krachten, waarvan de grootten gelijk aan de gewigten der lichamen zijn; van deze krachten nu kan gevonden worden de plaats, waar eene kracht zou moeten aangebragt worden, om met al de gegevene evenwigt te maken, en deze plaats zal het gevraagde zwaartepunt zijn.

#### OVER DE ENKELVOUDIGE WERKTUIGEN.

Men noemt enkelvoudige werktuigen zulke stofelijke zamenstellingen, dat is, zoodanige voorwerpen van hout, ijzer, koper, enz., welke dienen om de rigting van eene kracht te veranderen, of, waardoor eene kracht, buiten eenig ligchaam werkende, op dat ligchaam haar vermogen uitoefent. Ook dienen de enkelvoudige werktuigen, om, ten koste der snelheid, de kracht te vermeerderen.

E 2

Men

Men onderscheidt drie voorname enkelvoudige werktuigen, als :

- 1°. de touwen of koorden,
- 2°. den hefboom en
- 3°. het hellend vlak.

Verder verdeelt men den hefboom ook in de werktuigen :

- 1°. den eigenlijken hefboom,
- 2°. de katrollen of takels en
- 3°. het windås.

Tevens kan men het hellend vlak verdeelen in :

- 1°. het hellend vlak,
- 2°. de schroef en
- 3°. de wig.

Om de regelmatigheid te bevorderen, zullen wij elke der drie hoofdsoorten van enkelvoudige werktuigen afzonderlijk behandelen, en beginnen met de

#### *touwen of koorden.*

Dat touwen of koorden wezenlijk werktuigen zijn, zal niemand betwisten, die hiervoor gezien heeft, dat werktuigen zulke zamenstellingen zijn, waardoor eene kracht buiten een ligchaam op hetzelfde werkzaam gemaakt wordt.

De strengen, waarmede de paarden aan de rijtuigen vastgemaakt worden, zijn de werktuigen, door welke de krachten der paarden op het voertuig werkzaam zijn.

Bij het luiden der kerkklokken zijn de touwen de werktuigen, waardoor de krachten der klokkluiders, hoezeer op zulk eenen grooten afstand van de klok werkzaam, echter dienstbaar worden, om de klok te bewegen. Hetzelfde kan men bij het heijen opmerken. In één woord: waarvoor men een touw ook gebruike, zal men hetzelfde, uit zulk een oogpunt beschouwd, altijd als werktuig leeren kennen.

Zeker weet men bij ondervinding, dat een dunne draad gemakkelijk om het dunste spilletje, zoo als, b. v., eene naald, te wikkelen is; doch dat dit moeilijker en moeilijker wordt, naar mate het touw dikker is, zoodat een kabeltouw van een schip niet dan met groote moeite volgens het be-  
loop van eenen grooten cirkel kan worden opge-  
scho-

schoten. Men noemt zulks de stramheid of niet volkomen buigbaarheid der touwen, en dit moet bij het beschouwen en bezigen derzelfde als werktuigen wel degelijk in aanmerking genomen worden. Ten einde echter niet ineens te veel om te halen, zullen wij eerst de touwen als volkomen buigbaar vooronderstellen, en naderhand afzonderlijk de stramheid in rekening brengen.

Een touw kan niet in rust zijn, wanneer aan de uiteinden twee krachten volgens de rigting van het touw werken, ten zij deze krachten gelijk en in tegenovergestelde rigting haar vermogen uitoefenen. Wanneer dus (Fig. 43) de krachten  $P$  en  $P$  ieder gelijk 10 pond waren, zou het touw  $AB$  in rust zijn, terwijl elk punt  $C$ ,  $D$ ,  $E$ , enz. van het touw dezelfde spanning te verduren zou hebben; deze spanning is in dit geval gelijk  $2P$ , dat is gelijk 20 pond. Indien alzoo een touw overal even sterk was, zou het op alle punten, wanneer de spanning de sterkte van het touw te boven ging, tegelijk breken. Dit heeft echter door de ongelijkheid van de touwen nooit plaats, en het is zeker, dat een gespannen touw op de zwakste plaats het eerst breken zal. Werd het touw aan het eene einde daarenboven nog door eene kracht  $Q$  van 15 pond in dezelfde rigting getrokken, zoo zou de spanning blijven als boven; maar het touw zou door eene kracht van 15 pond van  $A$  naar  $B$  bewogen worden.

Wordt eenig touw AB (Fig. 44) bij de uiteinden A en B door onderscheidene krachten P, Q, R, S en p, q, r, s en t gespannen, zoo zal dit touw niet in rust zijn, dan onder de voorwaarde, dat de kracht M, die hetzelfde spanning-vermogen uitoefent als al de krachten P, Q, R en S te zamen, gelijk aan en in tegenovergestelde rigting werkt met de kracht N, die de plaatsvervanger is van al de krachten p, q, r, s en t. Deze krachten M en N worden op dezelfde wijze verkregen, als opgegeven is bij de krachten, die op één punt werken, namelijk de krachten twee aan twee door het parallelogram van krachten tot ééne te herleiden.

Wordt derhalve gevraagd: wanneer drie jongens bij A aan het touw BA (Fig. 45) met gelijke krachten  $E_1, E_2, E_3$  trekken, welke is de spanning in het touw?

krachten, elke van 20 pond, in de rigting A Q, A R en A P de voorgestelde klok luidden, hoedanig de rigting van het touw B A en hoe groot de daarop werkende kracht zijn zou? — zoo heeft men in de eerste plaats, voor elk pond kracht eene streep lengte nemende, de lijnen A Q, A R en A P gelijk twee duim genomen; verder uit P de lijn P r gelijk en evenwijdig met A R en r q gelijk en evenwijdig met A Q trekkende, zal de lijn A q, in overeenstemming van hetgene bij Fig. 22 gezegd is, de rigting en de grootte van de kracht zijn, die door de drie opgegevene wordt voortgebracht: de lijn A q metende wordt gelijk 40 strepen, en dus de kracht A q gelijk 40 pond gevonden.

Doordien de spanning van een touw, dat door eenige krachten in rust gehouden wordt, in elk punt of in elke doorsnede even groot is, zoo kan men, wanneer, als in Fig. 44, aan beide einden verschillende krachten werken, de lengte A B van het touw, bij het zoeken naar de uitwerking dier krachten, weglaten, en alzoo de punten A B in elkander, of al de krachten als op één punt werkende, beschouwen; hierdoor worden deze vraagstukken geheel teruggebracht tot hetgene vroeger over het evenwigt van krachten, die op één punt werken, gezegd is.

Wanneer een touw A C B (Fig. 46) aan twee punten A en B vastgemaakt is, en bij C, door middel van een ander touw met eenen knoop, of hoe dan ook, volgens de rigting C D getrokken werd met eene kracht van 100 pond, zoo zal, of het touw moeten breken, of er zal evenwigt bestaan tusschen de spanningen A C en B C van het touw met de aangebrachte kracht. In het laatste geval is het van belang de spanningen A C en B C van het touw te leeren kennen. Hiertoe kan men aannemen, dat 5 pond kracht door eene streep lengte wordt uitgedrukt; de lijn C D dus 2 duim lang makende, zal eene kracht van 100 pond voorstellen. Bij het punt C werken derhalve drie krachten, welke evenwigt maken; volgens het parallelogram der krachten moet alzoo C D de diagonaal van een parallelogram zijn, waarvan de gevraagde spanningen de zijden uitmaken; de rigtingen dezer zijden door de rigting van A C en B C bekend zijnde, zal het  
gee-

geene moeite inhebben het parallellogram  $CEDF$  te teekenen; de spanning van  $BC$  wordt, zoo als de pijltjes aantoonen, door  $EC$  aangegeven; de lijn  $EC$  metende, zal gevonden worden 16 streep lengte; dus zal de spanning van  $BC$  80 pond groot zijn; de lengte van  $CF$ , of de spanning van  $AC$ , 14 streep bedragende, zal alzoo deze spanning 70 pond groot zijn.

Als in Fig. 47 dezelfde vraag voorgesteld, maar het touw als in  $ACB$  genomen wordt, zoo zullen,  $CD$  hier 1 duim nemende, in het parallellogram  $CEDF$ ,  $CE$  en  $CF$  de spanningen van  $BC$  en  $AC$  voorstellen; de lengte van  $CE$  7 en van  $CF$  5 streep zijnde, is ook de spanning van  $AC$  50 en van  $BC$  70 pond.

Het touw ten derden male in dezelfde figuur door  $AMB$  voorstellende en  $MN$  weder 1 duim lengte gevende, wordt alsnu de grootte der spanningen door de zijden  $MO$  en  $MP$  van het parallellogram uitgedrukt;  $MO$  is 23 en  $MP$  21 streep lang: de spanning van  $BM$  is dus 230 en van  $AM$  210 pond groot.

Het doel van deze drie voorbeelden met dezelfde kracht van 100 pond was, om de verkregene spanningen onderling te vergelijken. In het eerste voorbeeld waren de spanningen 80 en 70, in het tweede 70 en 50 en in het derde 230 en 210. Van waar nu dat grootte verschil in de spanningen? Zeker door den vorm der drie verschillende parallellogrammen; en daar de vorm van deze parallellogrammen van de grootte der hoeken  $ACB$  afhangt, zoo zal men ook bij deze hoeken het verschil in de spanningen moeten zoeken. De hoek  $ACB$  (Fig. 46) is grooter dan de hoek  $ACB$ , Fig. 47; de spanningen in Fig. 46 waren ook grooter dan in Fig. 47. De hoek  $ACB$  (Fig. 46) is kleiner dan de hoek  $AMB$  (Fig. 47); de spanningen in Fig. 46 waren ook veel kleiner dan de spanningen  $AM$  en  $MB$  in Fig. 47. Hieruit kan men dus met zekerheid besluiten, dat de spanningen der touwen bij dezelfde trekkende kracht zullen toenemen, naar mate de hoek, dien de spanningen te zamen maken, grooter en grooter wordt.

Als men nagaat, dat de spanningen in Fig. 47

E 4

bij

bij den hoek  $AMB$  reeds 230 en 210 pond groot waren, zal men inzien, dat door den hoek  $AMB$  stomper en stomper te nemen, de spanningen grooter en grooter, ja eindelijk ondenkbaar groot zouden worden, en dat het touw, hoe dik of sterk dan ook, onder deze spanningen zou moeten bezwijken; met eene kleine kracht kan alzoo, onder zulke omstandigheden, het sterkste touw gebroken worden.

Het toenemen der spanningen, bij het vergrooten der boven aangehaalde hoeken, ziet men duidelijk bij den lantaarnansteker, wanneer deze de neder-gelatene lantaarn weder ophaalt. Het gewigt van de lantaarn, dat niet groot is, werkt, gelijk men weet, vertikaal naar beneden, en daar de lantaarn, als in Fig. 48 is aangewezen, met een beweegbaar schijfje over het touw loopt, zoo zal de vertikaal  $CD$  den hoek  $ACB$  altijd midden doordeelen, en de spanningen van  $AC$  en  $BC$  zullen in dit geval gelijk worden, daar het parallelogram in eene ruit verandert. In het eerst, als de hoek  $ACB$  zeer scherp is, kost het weinig moeite, om de lantaarn aan het touw  $AE$  op te trekken; de man, die trekt, heeft de spanning  $AC$  slechts te overwinnen; doch bij het rijzen der lantaarn wordt de hoek  $ACB$ , en dus ook de spanningen grooter en grooter, en is de lantaarn in  $D$  en alzoo de hoek  $ACB$  in  $ADB$  gekomen, dan moet de man bij  $AE$  met groote kracht trekken, en nooit zal het hem, hoe ligt de lantaarn ook wezen moge, gelukken deze zeer nabij de lijn  $AB$  te brengen; de lantaarnansteker gevoelt dan ook genoegzaam aan de kracht, die hij uitoefenen moet, of de lantaarn de vereischte hoogte bereikt heeft.

Het komt in vele ambachten en vooral bij den scheepsbouw zeer dikwijls te pas, om groote gewigten, door middel van twee schalken, waaraan boven blokken genaaid zijn, en dus met twee touwen, tot zekere hoogte op te voeren. Uit het gezegde is het duidelijk, dat men de schalken zoo dicht mogelijk bij elkander plaatsen moet; want hoe grooter de afstand tuschen de schalken is, des te stomper zal de hoek  $ACB$  worden, en al heeft men dan ook geene vrees voor het breken der touwen.

wen, zoo moet men toch altijd trachten, het verplaatfen van gewigten met de minst mogelijke kracht te doen.

Om dezelfde reden moet men, wanneer een balk door middel van twee stropfen en twee toptaliën aan ééne schalk wordt opgeheshen, deze stropfen niet te ver van elkander nemen, daar, door de noodelooze stomphheid des hoeks, de spanningen zeer vergrooten.

Een merkwaardig en zeer dikwijls voorkomend voorbeeld van de toeneming der spanningen bij de meerdere stomphheid van den hoek, is het fporren van een touw om eene kist of koffer. Laat Fig. 49 den bovenkant of het deksel der kist voorstellen: wanneer nu het touw om de lengte en hoogte der kist geflagen is, haalt men, door bij B eene lus of een' ring te maken, het touw zoo ftrak mogelijk aan; dit gedaan zijnde, trekt men in de rigting BD, en niet zelden breekt alsdan het touw, niet tufchen B en D, maar in de gedeelten AB of BC. De reden is gemakkelijk in te zien: door het trekken in de rigting BD, wordt ABC, die eerst eene regte lijn was, alnu een zeer stompe hoek, en de spanningen van BA en BC, door de kracht BD veroorzaakt, zijn derhalve zeer aanmerkelyk.

Wilde men de kist bij het gedeelte BD ophalen, zoo liep men groot gevaar, het touw te zien breken. Hieruit volgt dus nog, dat men den strop, dien men om eenig zwaar ligchaam flaat, om hetzelfde daaraan, door middel van takels of anderzins, op te halen, niet al te fterk moet aanhalen, zoodat er eenige ruimte tufchen den bovenkant van het voorwerp en de plaats, waar de kracht aangebragt wordt, overblijft; want hoezeer de hennepen touwen veel rekken, voordat zij breken, is dit over het algemeen meer van nieuwe dan wel van reeds veel gebruikte touwen te verwachten.

Door middel van een touw kan derhalve eene zeer kleine kracht evenwigt maken met twee zeer groote krachten of spanningen, en vandaar de waarheid, dat een touw, in den ftriktften zin des woords, nooit door twee krachten in eene zuiver regte lijn gehaald kan worden. Bij dunne touwen valt dit

minder in het oog; maar neemt men een dik touw van aanmerkelijke lengte, zoo kan men zich immers voorstellen, dat het gewigt van het touw, in het zwaartepunt van hetzelfde als vereenigd, vertikaal naar beneden werkt; dit zwaartepunt zal op het midden van de lengte gelegen zijn, en het gewigt van het touw werkt dan op dezelfde wijze als de lantaarn in Fig. 48; dat is, men zal met de grootst mogelijke krachten hetzelfde nooit tot in de lijn AB kunnen brengen.

Hangt men bij de punten B, C en D van het touw, bij A en E (Fig. 50) vastgemaakt, gewigten P, Q en R op, dan zal dit touw den vorm des veelhoeks ABCDE aannemen. Zal het touw in rust of evenwigt zijn, dan moet, b. v., het gedeelte BC van C naar B even zoo hard gespannen of getrokken worden, als van B naar C; dezelfde aanmerking gaat op alle zijden van den veelhoek door. Om de spanningen na te gaan, heeft men slechts te bedenken, dat bij B drie krachten evenwigt maken, namelijk de spanning van B naar A, het gewigt P en de spanning van B naar C, of, anders gezegd, het gewigt P moet met de twee genoemde spanningen evenwigt maken. Wordt nu de grootte der krachten P, Q en R door de lengte der lijnen BP, CQ en DR aangetoond, en verder de parallelogrammen BbPe en CfQc zamengesteld, dan zal Be de grootte der spanning bij AB en Bb de grootte der spanning van C naar B zijn; op dezelfde wijze zal, in het tweede parallelogram, Cc de spanning B naar C en Cf de spanning van D naar C aangeven. Wanneer derhalve, na deze figuur alzo ingerigt te hebben, bleek, dat Bb niet even zoo groot als Cc was, zou het touw, met die gewigten bezwaard, niet zoo in evenwigt kunnen zijn, maar zulk eenen vorm en afstand aannemen, dat aan dit vereischte voldaan werd. Een derde parallelogram bij D tekenende, zou voor de spanning van C naar D dezelfde lengte als Cf moeten gevonden worden. De drie evenwijdig werkende krachten BP, CQ en DR kunnen, zoo als bij de behandeling der evenwijdige krachten gezien is, vervangen worden door eene kracht, gelijk aan de som van de drie gegevene, en die de spanningen van



van B naar A en van D naar E dezelfde doet blijven, als toen de drie gegevene krachten op het touw werkten. Maar waar moet deze kracht aangebragt worden? Hiertoe moet men slechts een punt zoeken, waarop de spanningen van B naar A en van D naar E gerekend kunnen worden te werken. Twee rechte lijnen elkander slechts in één punt snijdende, moet het punt M het gevraagde aanbreningspunt der kracht zijn.

Hangt alzoo bij M een gewigt, gelijk aan de som der gewigten P, Q en R, dan zullen de ophangpunten A en E hetzelfde te verduren hebben, als te voren bij het bezwaarde touw A B C D E.

Men zou daarenboven verschillende eigenschappen van touwen, zoodanig bevracht of getrokken, kunnen opsporen; doch daar dezelve bij de ambachten van weinig nut zijn, zullen wij dezelve hier niet opgeven.

Hoe meer gewigten men opgehangen had, des te meer zijden zou de veelhoek verkregen hebben; men zou deze gewigten zoo dicht bij elkander kunnen hangen, dat de lengten der zijden van den veelhoek onmerkbaar klein werden, en dus zoo spoedig op elkander volgen zouden, dat het moeilijk te onderscheiden zou zijn, waar de eene begon en de andere eindigde. In zulk een geval verkeert een touw of ketting A C B (Fig. 51), bij twee punten A en B opgehangen. Verdeelt men, namelijk, het touw, van A af te rekenen, in kleine en gelijke stukjes, dan heeft elk dezer stukjes evenveel gewigt, welke gewigten in de zwaartepunten, dat is, in het midden van die stukjes vertikaal naar beneden werken; de veelhoek verkrijgt dan den vorm van de kromme lijn A C B, die in de Werktuigkunde onder den naam van kettinglijn bekend is.

Had men, in plaats van een touw, een' ketting opgehangen, dan zou elke schalm eene zijde van den veelhoek zijn; mischien zegt men ook daarom liever eene kettinglijn dan eene touwlijn. Liggen de ophangpunten A en B in eene waterpasle lijn, en stelt men op het midden D van A B de loodlijn D C, dan zal deze, zoo als wel te begrijpen is, de kettinglijn in twee gelijke en gelijkvormige deelen verdeelen.

Spij-

Spijkerde men de lijn in het punt D vast, zoo zou daardoor de vorm van het gedeelte A C E D niet veranderen. Men kan dit gemakkelijk beproeven, door een touw, zoodanig als in de figuur, op te hangen tegen eenen of anderen muur.

Werd het touw bij E of F bevestigd, zoo zou men ontwaren, dat nog altijd de gedeelten A C F E of A C F denzelfden vorm behielden. Wanneer derhalve de ophangpunten van het touw of van den ketting bij B, D, E of F genomen werden, zou dit aan den vorm der bogt van het overblijvende gedeelte van het touw of den ketting niets veranderen.

Bij eenen zoodanig opgehangen ketting gaat ook weder door, dat elke schalm even zoo sterk van beneden naar boven, als van boven naar beneden getrokken of gespannen wordt; want anders zou er geen evenwigt zijn. Dit neemt echter niet weg, dat de spanningen in verschillende gedeelten des kettings veel zullen verschillen. Om dit na te gaan, kan men beginnen met te vragen: hoe groot de spanningen bij de ophangpunten A en B zullen zijn? Hiertoe merke men in de eerste plaats op, dat het zwaartepunt van den ketting op de helft van deszelfs lengte en dus in het punt C geplaatst zal zijn; men kan alzoo, in overeenstemming met hetgene over de zwaartepunten gezegd is, het geheele gewigt van den ketting als in C opgehangen beschouwen. Wanneer A C B een ketting was, dan zouden de spanningen bij A en B in de rigtingen van de eerste schalmen zijn; voor deze rigtingen moet men in de geteekende figuur aannemen de lijnen A G en B G, welke de kettinglijn bij A en B aanraken; is nu de kettinglijn goed geteekend, zoo zullen die lijnen elkander in het punt G snijden, welk punt G in het verlengde van D C zal gelegen zijn. In het punt G werken alzoo drie krachten, welke met elkander evenwigt maken, namelijk het gewigt van den ketting naar beneden, en de twee spanningen van G naar A en G naar B naar boven; als dus de lengte der lijn G G het gewigt van den ketting voorstelt, zal men, door het parallellogram M G N G te teekenen, de grootte G M en G N der spanningen, welke gevraagd zijn, kunnen meten. Het was uit der aard der zaak wel  
in

in te zien, dat de spanningen bij A en B even groot moesten zijn; de figuur toont dit nog nader aan, doordat G M G N eene ruit is.

Ook de spanning onder aan den ketting bij C kan gemakkelijk door teekenen gevonden worden. Vooreerst wordt het punt C even zoo sterk van C naar H, als van C naar L getrokken; dat de spanning aldaar volgens de rigting L K werkt, is wel te begripen, de schalm zal op die plaats evenwijdig aan A B zijn. Het gewigt van de helft C B des kettings kan men aanmerken als in het zwaartepunt, dat is op de helft van B C in H, vertikaal naar beneden te werken. De rigtingen der spanningen bij C en B snijden elkander in I; er werken dus in het punt I wederom drie krachten, welke evenwigt maken, als: het gewigt van den halven ketting en de twee opgenoemde spanningen. Wanneer nu de lengte der lijn II wederom de grootte van het halve gewigt des kettings voorstelt, en het parallelogram I L I K beschreven wordt, zal, even als boven, I K de spanning bij C, en I L de spanning bij B aangeven. Wil men derhalve de spanning in eenig willekeurig punt van de kettinglijn weten, zoo moet men slechts dat gedeelte des kettings beschouwen, gelegen tusschen een der ophangpunten en het gegebene punt, vervolgens het gewigt van dat gedeelte des kettings in het midden, dat is in het zwaartepunt van dat gedeelte, vertikaal naar beneden doen werken; de raaklijnen, getrokken aan het genomen ophangpunt en aan het gegeven punt, duiden de rigtingen der spanningen aan, welke elkander in eenig punt van den geteekenden vertikaal zullen snijden, en alzoo heeft men de gegevens, om een der parallelogrammen van spanningen of krachten zamen te stellen, waarvan de zijden de grootte der gevraagde spanningen zijn zullen.

Het zal van belang zijn, na eerst eene zuivere kettinglijn door middel van een opgehangen touw tegen eene plank geteekend te hebben, deze spanningen voor onderscheidene punten te zoeken; hierbij zal men ontdekken, dat de spanning bij C het kleinste, en van daar naar A of B opgaande, grooter en grooter worden zal, zoodat de spanningen bij de ophangpunten het grootste zullen zijn.

Necmt

Neemt men (de lengte van het touw altijd behoudende) de ophangpunten A en B verder van elkander, zoo ziet men dadelijk, dat de diepte DC van het touw daardoor minder worden zal. Maar, moet deze verandering van ophangpunten geen invloed op de spanning bij A en B hebben? Eene opletende beschouwing van het parallelogram G M G N zal deze vraag beantwoorden. De zwaarte van den ketting of het touw blijft dezelfde; aldus zal de lengte GG onveranderd blijven; doch de lijnen AG en BG zullen elkander onder eenen grooteren hoek snijden; waarvan het natuurlijk gevolg is, dat de lijnen MG en GN, zijnde de spanningen bij A en B, grooter zullen worden. Hoe verder derhalve de ophangpunten A en B (altijd hetzelfde touw bezigende) van elkander geplaatst worden, des te grooter zullen de spanningen bij de ophangpunten zijn. De grootste afstand, dien men zich kan voorstellen, zou de lengte van het geheele touw zijn; het is echter uit al het te voren gezegde duidelijk, dat men nimmer het touw zoodanig zal kunnen hangen, daar de spanningen alsdan ondenkbaar groot zouden worden, en het touw dus reeds, vóór men er iets aan kon hangen, zou gebroken zijn.

Al de touwen, welke men in de verschillende ambachten gebruikt, om eenig punt met een ander te verbinden, of, vastgemaakt aan eenig ligchaam, dienstbaar doet zijn, om het ligchaam daaraan voort te trekken, zullen kettinglijnen vormen.

Men zie slechts de lijn, aan welke het paard voor eene jaagschuit trekt: indien men twee of meer paarden voor de schuit gespannen had, zou de bogt wel minder, maar nooit geheel weggenomen worden. Verder is het gemakkelijk te begrijpen, dat, daar het touw van de jaagschuit aan den top van den mast zoo veel hooger is als bij het paard, de spanning aldaar grooter moet zijn dan bij hetzelfde: is dus de lijn overal even sterk, zoo zal dezelve het eerst bij den mast breken.

Eene verzameling van allerlei kettinglijnen kan men vinden aan een opgetuigd schip; vooral zijn deze bij de stengstaggen duidelijk te onderscheiden; de ophangpunten van deze kettinglijnen liggen ook, meest alle, eenen aanmerkelijken afstand onder elkander;

der; vandaar dus ook een groot verschil in de spanningen boven of beneden; eene zaak, welke bij het tuigen der schepen in aanmerking dient genomen te worden. Men heeft zelfs opgemerkt, dat, indien het mogelijk ware, touwen van regelmatig afnemende dikten te vervaardigen, deze tot dergelijke einden eene groote besparing van gewigt en materialen zouden kunnen opleveren.

Een schip, dat voor anker ligt en door stroom en wind eene gedurige achterwaartſche en voorwaartſche beweging ondergaat, geeft aan het kabeltouw of den kabelketting geſtadig andere ophangpunten; het kabeltouw of de ketting blijft echter altijd eene kettinglijn vormen, en wanneer het touw of de ketting overal even ſterk was, zou dezelve bij de kluisgaten het eerst moeten breken. Indien men dus zag, dat een kabeltouw of ketting aan het eene einde meer had geleden dan aan het andere, zou men het zwakſte einde op het anker moeten ſteken.

De vorm der kettinglijnen is aangenaam voor het oog; zij worden veel tot verſiering gebezigd: dit ziet men aan de draperiën van gordijnen en bij de zoogenaamde guirlandes.

Er zijn miſſchien geene werktuigen, die zoo algemeen gebruikt worden, als de touwen of koorden, en dit zal nog meer in het oog vallen, wanneer men nagaat, dat eene buigbare koord of touw ook de merkwaardige eigenschap bezit, om den kortſten weg aan te duiden tuſſchen twee punten, genomen op eenig bolvormig oppervlak. Zet men namelijk het touw met eenen ſpijker op eenig punt van een bol ligchaam vaſt, en trekt men aan het andere einde zoodanig, dat de rigting van het touw door een ander punt op den anderen kant van het bolle ligchaam gaat, dan zal de lengte van het touw, begrepen tuſſchen deze twee punten, den kortſten aſtand over het oppervlak van het ligchaam, tuſſchen deze twee punten, aanwijzen; en is het ligchaam volkomen bol, dan zal het touw eene vloeiende kromme lijn uitmaken, en overal het oppervlak van het ligchaam raken. Daarom ſpant een ſcheepſtimmerman koorden of lijnen op bepaalde punten van den omtrek eens ſchips, en haalt de beide einden van die lijn ſterk aan; vervolgens gaat

gaat hij naauwkeurig na, waar de lijn niet tegen het schip komt, en neemt met den disfel de beltselen, die daarvan de oorzaak zijn, weg; dit gedaan zijnde, houdt hij zich overtuigd, dat het schip op die plaats eene zuiver vloeiende kromme lijn uitmaakt. Deze bewerking is bij den scheepsbouw bekend onder den naam van *flechten*, terwijl de lijn daarom *flechtlijn* genoemd wordt.

De kleermaker neemt de maat der kleederen door middel van buigbare lijnen, opdat de gemaakte kleederen goed op het oppervlak des ligchaams zouden sluiten. De uitgerekte lijn geeft hem de ware breedte, waarnaar hij het laken snijden moet. Hetzelfde ziet men den schoenmaker bij het aanmeten van schoenen, en den hoedenmaker bij het nemen der maat van het hoofd verrigten.

De tuigen der paarden zijn niet anders dan eene vereeniging van touwen, of koorden, welke op het ligchaam van het paard evenwigt maken. Men is door het opgegevene in staat gesteld, wanneer de rigting der strengen, benevens de kracht van het paard bekend zijn, de sterkte, die de verschillende deelen van het tuig hebben moeten, te berekenen. Offchoon het niet te denken is, dat de zadelmakers, bij het maken van hunne tuigen, hier veel op rekenen, leert echter de ondervinding hun in de meeste gevallen genoegzaam, ook in hun ambacht, aan de wetten der Werktuigkunde te gehoorzamen. Ten einde dit door een voorbeeld op te helderen, moet men zich een tuig voorstellen, bestaande, zoo als men weet, voornamelijk uit dat gedeelte, hetwelk over de borst van het paard heenkamt, en een ander gedeelte, het eerste regthoekig kruisende, dat over den rug heengaat. Moet nu het tuig dienen voor eenen wagen, dan loopen de strengen bijna evenwijdig met den grond; doch moet hetzelfde voor eene fiede gebruikt worden, zoo loopen de strengen schuin naar den grond. In het laatste geval zal men wel gevoelen, dat, bij het trekken van het paard, het tuig veel sterker op den rug drukken zal, dan bij het eerste; de gedeelten der tuigen, die aan deze drukking of trekking wederstand bieden moeten, zullen derhalve door den zadelmaker ook naar die mate sterker gemaakt worden,

den, en op deze wijze zoude men het geheele tuig kunnen ontleden en nagaan.

Men heeft in andere Landen, en voornamelijk in *Engeland*, de kettinglijn dienstbaar gemaakt tot het leggen van bruggen over snelvlietende rivieren. Hiertoe heeft men op zulk eenen afstand als de brug breedte moest hebben, twee zware kettingen, aan beide zijden der oevers goed bevestigd, opgehangen: men verkreeg dus daardoor twee gelijke en gelijkvormige kettinglijnen. Op gelijke afstanden uit elkander, worden nu aan de beide kettingen ijzeren staven gehangen, welke zoodanig in lengte verschillen, dat derzelver onder-einden in eene waterpasfe lijn komen; de staaf, die in het midden hangt, is alzoo de kortste. Deze staven worden voorts dwars, twee aan twee, door balken of ribben vereenigd en eindelijk, overlangs van deze ribben, de beplanking der brug geplaatst. Over zulke bruggen, waarvan de spanningen te voren goed berekend zijn, ziet men de zwaarste vrachtwagens zonder gevaar heenrijden.

#### *Over de hefboomen.*

De touwen zijn, gelijk gezien is, wel zeer geschikt, om krachten, trekkend op eenig ligchaam te doen werken; doch zijn door hunne buigbaarheid ongeschikt, om de rigtingen van drukkende krachten te verlengen. Hiertoe gebruikt men staven van hout of ijzer, zoo als de haken en boomen der schippers, de aanzetters en wischers, bij de bediening van het geschut gebezigd, de krukken, door verminkte menschen gebruikt, en meer andere. Deze alle zouden daarom, zonder het vermogen der krachten te vermeerderen, als werktuigen kunnen worden beschouwd.

Van meer algemeen nut en gebruik zijn de hefboomen. Door eenen hefboom verstaat men eene staaf van hout of ijzer, welke op eenig vast punt rust of steunt, en waaraan verder krachten werken, aan beide zijden van het steun- of rustpunt aangebragt. Onder welke omstandigheden nu zulk een hefboom in rust of evenwigt op het steunpunt zal

F

lig-

liggen, zal het doel van deze beschouwing zijn; terwijl wij daarbij het gewigt van den hefboom zelven vooreerst niet in aanmerking zullen nemen.

Men onderscheidt de hefboomen in drie foorten:

De eerste foort wordt in Fig. 52 voorgesteld. Zoo als men ziet, is het steunpunt tusschen den last en de kracht gelegen. De gewone balansen, unsters, scharen, nijptangen, enz. zijn dus hefboomen van de eerste foort.

De tweede foort vindt men in Fig. 53. De last hangt alhier tusschen het steunpunt en de aangewende kracht. Wordt dus, als in Fig. 55, een steen door middel van eene handspaaak S B opgetild, zoo gebruikt men eenen hefboom van de tweede foort. De riem, tot het voortbewegen van eene sloep (Fig. 56) gebezigd, is mede een hefboom van de tweede foort. Het steunpunt is de tegenstand van het water; bij A werkt de last, namelijk de voort te bewegen sloep, bij B de kracht van den roeijer.

Bij de derde foort (Fig. 54) bevindt zich de kracht tusschen den last en het steunpunt. De hefboom S A (Fig. 57), welke onder de draaibanken, tot omvoering van de groote schijf, gebruikt wordt, is derhalve een hefboom van de derde foort. De pen, het potlood en de teekenpen geven bij het gebruik insgelijks hefboomen van de derde foort aan. Het steunpunt is gedeeltelijk op den duim, gedeeltelijk op den middelsten vinger; de last is de wrijving op het papier; de kracht, tusschen deze twee gelegen, wordt door den voorsten vinger aangebragt.

De wetten van het evenwigt dezer drie foorten van hefboomen zijn dezelfde; daarom zullen wij de eerste foort eenigzins uitvoerig behandelen, en daarna het aangetoonde bij deze foort ook kortelijk op de andere toepassen.

Men heeft bij de behandeling der evenwijdig werkende krachten reeds den grond gelegd, om de wetten van evenwigt bij den hefboom na te gaan. Heeft men namelijk (Fig. 58) een' hefboom A B, waarvan het steunpunt S even ver van de punten A en B gelegen is, en waaraan bij A en B gelijke krachten vertikaal naar beneden werken, of waar-

aan,



aan, dat op hetzelfde nederkomt, gelijke gewigten  $Q$  gehangen zijn, zoo bestaat er geene reden, waarom de hefboom naar den eenen of naar den anderen kant bewegen zou, en dezelve is alzoo in rust of evenwigt. De druk op het steunpunt zal gelijk de som der opgehangene gewigten, dat is gelijk  $2Q$  zijn; men zou dus, in plaats van het steunpunt bij  $S$ , eene kracht in de vertikale rigting naar boven en gelijk  $2Q$  kunnen aanbrengen, en de toefstel zal nogmaals in evenwigt zijn.

Deze algemeen bekende eigenschap des hefbooms vindt men toegepast bij de balansen, alwaar het steunpunt juist in het midden, tusschen de ophangpunten der schalen, gelegen is. De gedeelten  $SA$  en  $SB$  van den hefboom worden algemeen de hefbooms-armen genoemd.

Is het steunpunt  $S$  niet juist in het midden van den hefboom gelegen, en zijn alzoo de hefbooms-armen, als in Fig. 59, ongelijk, hoedanig zal dan de wet voor het evenwigt zijn? Ook dit is reeds bekend uit hetgene over de werking van twee ongelijke, evenwijdige krachten gezegd is. Men denke het steunpunt eens voor een oogenblik weg, en verandere de vraag in de volgende: Bij  $A$  en  $B$  werken twee ongelijke, maar evenwijdige krachten; waar zal nu de kracht in de lijn  $AB$  moeten worden aangebragt, die even zoo veel te weeg brengt, als de twee gegevene krachten te zamen, dat is, met andere woorden: in welk punt van de lijn  $AB$  moet eene kracht aangebragt worden, welke in tegenovergestelde rigting, maar evenwijdig aan de gegevene werkzaam zijnde, met deze evenwigt maakt? Vroeger heeft men gezien, dat alsdan de lijn  $AB$  zoodanig moest verdeeld worden, dat de stukken  $AS$  en  $SB$  omgekeerd evenredig waren met de krachten of gewigten  $Q$  en  $R$ . Is derhalve  $Q$  driemaal zoo groot als  $R$ , dan is  $Q$  tot  $R$  als 3 tot 1, en daar de stukken  $SA$  en  $SB$  omgekeerd evenredig met de gewigten moeten genomen worden, heeft men  $SA$  tot  $SB$  gelijk 1 tot 3. Nemende dus  $AS$  gelijk een vierde, en  $BS$  gelijk drie vierden van de lijn  $AB$ , zoo zal  $S$  het punt zijn, waar eene kracht  $P$ , naar boven werkende, en gelijk de som der krachten van  $Q$  en  $R$  genomen, evenwigt met de gegevene maken zal. Indien nu, in

F 2

plaats

plaats van eene kracht naar boven, bij S een steunpunt geplaatst werd, dan is het duidelijk, dat het evenwigt nog zal blijven bestaan. Werken alzoo twee evenwijdige krachten aan de uiteinden van eenen hefboom met ongelijke hefbooms-armen, dan zullen de grootten dezer krachten, zal er evenwigt bestaan, in de omgekeerde rede van de lengte der hefbooms-armen moeten zijn; dat wil zeggen: de grootste kracht moet werken aan den kortsten hefbooms-arm, terwijl de krachten tot elkander dezelfde verhouding moeten hebben, als de twee hefbooms-armen. In het opgegevene voorbeeld was Q gelijk drie en R gelijk één, en zoo was ook de hefbooms-arm S B gelijk drie en S A gelijk één; vermenigvuldigt men nu aan beide zijden van het steunpunt de lengte van den hefbooms-arm met het aangehangen gewigt, dan ontwaart men, dat beide produkten 3 en dus aan elkander gelijk zijn. Men zegt daarom, dat voor het evenwigt, dat twee gewigten of evenwijdige krachten aan eenen hefboom maken, de produkten, wanneer men de gewigten of krachten met de lengte der hefbooms-armen, waaraan zij werken, vermenigvuldigt, aan beide zijden van het steunpunt gelijk moeten zijn. Was alzoo Q een gewigt van 500 pond en S B tienmaal langer dan S A; dan moet men voor het evenwigt bij B een gewigt ophangen, zoodanig dat  $R \times 10 = 500 \times 1$  is; hieruit heeft men dadelijk  $R = \frac{500}{10} = 50$ . Wordt de vraag omgekeerd, zoodat men vinden moest, hoe lang de hefbooms-arm S B moest genomen worden, om, door middel van een gewigt van 50 pond, aldaar opgehangen, evenwigt te maken met een gewigt van 500 pond, bij A op eene palm afftands van S opgehangen: volgens liet bovenstaande moet  $500 \times 1 = 50 \times S B$ , en dus  $S B = \frac{500}{50} = 10$  palm zijn.

De oplossing van dergelijke vragen kan geene zwaarigheid hebben, en is vooral van belang, omdat het groote nut en veelvuldig gebruik der hefboomen, waarvan de armen ongelijk zijn, daardoor dadelijk in het oog moet vallen, en ieder bij zich zelve in de beschouwing van de hefboomen, bij de verschillende ambachten in gebruik, over het vermogen, dat door den mensch met behulp dezer werktuigen wordt voortgebracht, oordeelen kan;  
want

want ook dit is van belang in de uitoefening der handwerken, om de kracht, waarover een mensch beschikken kan, geheel te gebruiken. Wie zal, om eenen gewonen spijker uit eene plank te trekken, eenen koevoet gebruiken, daar de eenvoudige nijptang genoegzaam is? Beide zijn hefboomen, doch bij den koevoet is de eene hefbooms-arm zeer veel langer, in vergelijking met den kleinsten, dan dit bij de nijptang plaats heeft. Wanneer dus de kracht van den werkman te kort schiet bij het gebruik der nijptang, dan eerst moet de koevoet of eenig ander werktuig gebezigd worden; men zal naderhand nog te beter inzien, waarom het voordeliger is, zich van de geheele beschikbare kracht te bedienen.

Het zal wel niet noodig zijn, al de gereedschappen der verschillende handwerken, welke hefboomen zijn, op te noemen. Ook zal men gemakkelijk aan de werktuigen kunnen zien, waar zich het steunpunt bevindt, waar de kracht aangebragt wordt, waar het vermogen werkzaam is en tot welke soort van hefboom het in beschouwing zijnde werktuig behoort. Tot handleiding zullen wij eenige meest voorkomende werktuigen beschouwen. De nijptang is een hefboom van de eerste soort; het steunpunt is het klinkboutje, om hetwelk de beide armen zich bewegen; de kracht wordt aangebragt op de uiteinden der stelen, terwijl tusschen de kortere hefbooms-armen eenig voorwerp beknepen wordt; hoe langer de stelen der nijptang zijn, des te meer drukking zal men kunnen te weeg brengen; vandaar dan ook, dat deze werktuigen in de ambachten onder verschillende grootte voorkomen; de zoogenaamde buigtangen verschillen van de nijptangen enkel in vorm, maar niet in soort; men zal ook gemakkelijk inzien, dat het beknepen ligchaam van de beide zijden even sterk gedrukt wordt. Alle soorten van scharen, die zich om een boutje bewegen, zijn hefboomen van de eerste soort; het boutje is weder het steunpunt; aan de oogen wordt de kracht aangebragt; de tegenstand van het ligchaam, dat gesneden wordt, is de last, dien men te overwinnen heeft; men ziet het aan de velerlei soort van scharen, hoe de lengte der hefboomen naar hunne bestemming is ingerigt; de kantoor- of papiercha-

ren hebben de kortste hefbooms - armen daar, waar zich de oogen bevinden, of waar de kracht wordt aangebragt; men kan daarom met zulke scharen geen groot vermogen doen, hetwelk ook niet behoeft, wijl de tegenstand van het papier gering is, en men alsnu het voordeel heeft van slechts zeer kleine beweging met de vingers tot het genoegzaam openen der schaar noodig te hebben, terwijl ook met eene toenijping een lange reep papier geknipt wordt. Verder vindt men scharen, waar het pennerje of steunpunt in het midden is, en is de schaar geschikt om hardere of dikkere voorwerpen te snijden, dan zijn de hefbooms - armen, waaraan zich de oogen bevinden, veel langer; een voorbeeld daarvan heeft men bij de blik- en ijzerfcharen, welke echter in zooverre van de andere scharen verschillen, dat slechts een der hefboomen beweegbaar is en het geheele gewigt van den werkman op den beweegwaren hefboom kan werken; het vermogen, dat met deze scharen uitgeoefend wordt, is dan ook aanmerkelijk, daar men met dezelve koperen of ijzeren platen, van 0,005 el tot 0,007 el, kan snijden, terwijl het noodig is, dat de platen zoo dicht mogelijk bij het steunpunt geplaatst worden.

In de pakhuizen vindt men veelal kleine wagentjes op twee wielen gebezigd, om koffijbalen, enz. gemakkelijk van de eene naar de andere plaats te vervoeren; men ziet deze wagentjes niet alleen als voertuig, maar ook als hefboomen van de eerste soort gebruiken; de wielen zijn namelijk zeer dicht aan het vooreinde geplaatst; de ijzeren as is hier het steunpunt; de boomen met de handvatfels dienen, om de kracht aan te brengen, terwijl men op den voorkant, winkelhaaks of eenigzins schepende, op het wagentje een' ijzeren verheven' rand geplaatst heeft; dezen rand brengt men onder de baal, en door de lengte van de hefbooms - armen, waarop de kracht werkt, worden deze gemakkelijk nedergedrukt en gevolgelyk de baal van den grond opgeligt. De wijnwagens, handwagens, enz. zijn alle hefboomen van de eerste soort; men legt gewoonlyk de goederen zoodanig, dat er evenwigt is aan beide zijden van de as of het steunpunt, opdat de kracht van den werkman geheel tot het voortdu-

duwen der wagens zou kunnen gebruikt worden; bij alle soorten van karren zal men hetzelfde opmerken.

De snijmesfen, door de droogisten gebruikt, zijn hefboomen van de tweede soort; het steunpunt is de bout, om welken het mes bewogen wordt; de kracht wordt aan het handvatfel op het uiteinde van het mes aangebragt; de last is de tegenstand, dien het te snijden voorwerp biedt; men vindt dergelijke mesfen gebezigd bij de kerfbanken, en in de stallen bij het stroo snijden. De kruiwagens zijn insgelijks als hefboomen van de tweede soort aan te merken; het steunpunt is de as van het wiel; aan de uiteinden der boomen wordt de kracht aangebragt, terwijl de last, zijnde de geladen voorwerpen, zich tusfchen het steunpunt en de kracht bevindt; men zal ook opmerken, dat bij sommige dezer kruiwagens, zoo als die der kruijers aan de veerschuiten, de hefboomen buitengewoon lang zijn, daar men weder bij de kruiwagens der aard- of dijkwerkers het voorgedeelte der wagens zoo ver mogelijk over de as heengewerkt heeft, hetwelk geschiedt om den last boven het steunpunt te brengen, waardoor de arbeider niets te ligten heeft.

Ook de snij-ijzers, in de smederijen tot het snijden van schroeven gebezigd, zou men voor hefboomen van de tweede soort kunnen houden, wanneer men namelijk het steunpunt juist in het midden rekende, terwijl de last, zijnde de tegenstand van het ijzer, op kleinen afstand van het steunpunt, op den omtrek der schroef werkzaam is; de kracht wordt, zoo als bekend is, op de uiteinden der hefbooms-armen aangebragt.

Bij de droog- en schaapscheerders-scharen ontmoet men hefboomen van de derde soort; deze scharen hebben geene eigenlijke as of steunpunt; maar de twee gedeelten vormen te zamen een geheel, door het ronde achtergedeelte, hetwelk sterk veert; de kracht wordt in het midden aangebragt, terwijl de last, de tegenstand van het te scheren haar, aan den voorkant is; deze scharen openen zich van zelve door de veer aan den achterkant, en moeten alleen door de kracht toegedrukt worden.

De gewone huis- of vuurtang is mede een hefboom

boom van de derde soort; het steunpunt bevindt zich in het scharnier; de kracht wordt in het midden der beenen van de tang aangebragt, terwijl de lichamen tusschen de bladen der tang door de kracht beknepen wordt.

De alwijze Schepper heeft in het menschelijk lichaam, gelijk ook bij de dieren, een aantal hefboomen van de derde soort vereenigd; de steunpunten zijn de gewrichten; de krachten zijn de spieren, die op eenigen afstand van het steunpunt werken; den last vindt men in de gewigten, die men b. v. met den arm ligt; het is juist de eigenschap der hefboomen van de derde soort, dat de lasten met veel snelheid door dezelve worden bewogen, waardoor men die vlugheid in de bewegingen onzer verschillende ledematen waarneemt.

Bij het boren wordt de kracht op den omslag van de boor aangebragt; de last wordt veroorzaakt door den tegenstand der houtvezelen tegen de scherpe kanten van het boorijzer, terwijl dit boorijzer met meer of minder kracht in het hout gedrukt wordt; de lengte van den hefbooms-arm, waarop de kracht werkt, verkrijgt men door den afstand te meten tusschen het midden van den omslag en de lijn, die men zich voorstellen kan, dat het midden van het boor-ijzer met het midden des knops vereenigt; ofschoon dus alle boor-omslagen hefboomen zijn, zoo behooren dezelve, gelijk men naderhand zal kunnen opmerken, eigenlijk tot de windassen. Even zoo is het gelegen met alle krukken, door welke eenige kracht op zekere as wordt overgebragt, en insgelijks met de pompslingers. Wanneer over het windas en deszelfs evenwigt gehandeld wordt, zal men gelegenheid hebben, op het hierboven gezegde terug te komen.

Indien men derhalve slechts weet, wat een hefboom is, zal men denzelven dadelijk in de werktuigen kunnen onderscheiden; kent men de wetten voor het evenwigt van eenen hefboom, dan zal men, zonder moeite, bij voorkomende gelegenheden de betrekking tusschen de lengte der hefbooms-armen voor een of ander werk vinden.

Een smid, die gewoon is zelf, door middel van eenen hefboom, aan den blaasbalg te trekken, zal, wan-

wanneer hij in het vervolg hiertoe eenen jongen bezigen wil, door behulp van het vorenstaande, den langsten hefbooms-arm nog een bepaald stuk verlängen.

Hetzelfde ziet men bij beproeving de houtwerkers doen, welke, bij het omkeeren van zware balken, langere of kortere handspaken of kenterhaken gebruiken, of ook wel, door een rond stuk hout onder de handspaken te plaatsen, het steunpunt eenen anderen stand geven.

Niet altijd komen de hefboomen onder zulke eenvoudige omstandigheden, als hierboven zijn opgegeven, voor; heeft men b. v. eenen hefboom, die (Fig. 6o) aan verschillende punten A, B, C, D, op verschillende afstanden van het steunpunt S, met ongelijke gewigten belast is, zoo kan men echter, door toepassing van het reeds behandelde, de grootte der kracht of het gewigt vinden, hetwelk bij E aan den anderen kant van het steunpunt moet worden opgehangen, om evenwigt daar te stellen. Ten einde dit door een voorbeeld duidelijk te maken, zal men aannemen, dat de lengte van SA 5, die van SB 4, van SC  $2\frac{1}{2}$  en van SD 1 palm zij; verder dat de gewigten P 8, Q 16, R 32 en S 24 pond zijn. Alsnu SE 8 palm lengte heeft, dan moet bij E, om alleen met het gewigt P bij A evenwigt te maken, een gewigt M, van 5 pond, worden opgehangen, want dan is  $SA \times P$  gelijk  $SE \times M$  gelijk 40. Ten einde met Q bij B evenwigt te maken, moet men bij E een gewigt N, van 8 pond, aanbrengen, opdat  $SB \times Q$  gelijk  $SE \times N$  gelijk 64 zij. Wordt verder bij E een derde gewigt O, van 10 pond, opgehangen, zoo zal hetzelfde met het gewigt R bij C evenwigt maken, omdat  $SC \times R$  gelijk  $SE \times O$  gelijk 80 is. Eindelijk bij E een gewigt K, van 3 pond, hangende, zal hierdoor evenwigt met het gewigt S bij D zijn, daar  $SD \times S$  gelijk  $SE \times K = 24$  gevonden wordt.

Nu zal het wel dezelfde uitwerking doen, of men bij E *één* gewigt van 26 pond zwaar, of *vier* gewigten, achtereenvolgens, gelijk 5, 8, 10 en 3 pond opgehangen had. Een gewigt van 26 pond, bij E opgehangen, zal dus evenwigt maken met de gewigten P, Q, R en S, bij A, B, C en D aangebragt. Maar  $26 \times SE$  is gelijk  $26 \times 8$ , dat

F 5
is

is gelijk 208 en  $AS \times P$ ,  $BS \times Q$ ,  $CS \times R$  en  $DS \times S$  heeft men gelijk 40, 64, 80 en 24 gevonden, waarvan de som ook 208 is; derhalve ziet men, dat voor het evenwigt bij dergelijk belaste hefboomen, de som der produkten, welke men verkrijgt door elk der gewigten met deszelfs afstand uit het steunpunt te vermenigvuldigen, gelijk moet zijn aan het produkt, dat men verkrijgt, wanneer, aan den anderen kant van het steunpunt, de lengte van den hefbooms-arm met het aangehangen gewigt vermenigvuldigd wordt. De drukking op het steunpunt is gelijk de som der opgehangene gewigten, dat is, gelijk 106 pond; men zou gevolgelijk, in plaats van het steunpunt bij S, eene kracht vertikaal naar boven, 106 pond groot, kunnen aanbrengen, en het evenwigt zou niet verbroken worden.

Het kan ook voorkomen, dat aan denzelfden hefbooms-arm krachten aangebragt zijn, waarvan sommige naar beneden en andere naar boven werken; dit zal echter geen verschil maken in de algemeene wet voor het evenwigt van krachten, op eenen hefboom werkzaam.

Om dit aan te toonen, zullen wij in Fig. 61 een' dergelijk belasten hefboom voorstellen, en als bekend aannemen, dat SA 5, SB 4, SC 3, verder SD 2,5, SE 5 en ST 6 palmen lengte hebben. De gewigten zijn als volgt: P gelijk 40, Q gelijk 30, R gelijk 10, S gelijk 8, T gelijk 6 en U gelijk 50 pond. Voor het evenwigt wordt vereischt, dat de som der produkten, welke verkregen worden door elk der gewigten te vermenigvuldigen met de lengte van den hefbooms-arm, waaraan hetzelfde opgehangen is, aan den eenen kant van het steunpunt gelijk zij aan de som der produkten van de opgehangene gewigten met de lengte der hefbooms-armen, aan den anderen kant van het steunpunt werkende.

Alvorens men evenwel in het opgegeven voorbeeld de sommen dezer produkten neemt, moet men acht geven, hoedanig het gewigt R, bij B werkende, en waarvan de koord, waaraan hetzelfde is opgehangen, over de katrolschijf a geslagen is, ten opzigte van de gewigten P en Q, bij A en C werkende, moet berekend worden. Het is duidelijk, dat de gewigten P en Q den hefbooms-arm SA naar beneden trekken, terwijl men even gemakkelijk zal



zal inzien, dat de kracht  $R$  denzelfden hefbooms-arm  $SA$  naar boven tracht te brengen; hieruit volgt, dat het gewigt  $R$  het vermogen, door de gewigten  $P$  en  $Q$  voortgebracht, tegenwerkt. Ware het punt  $B$  nu juist in  $C$  gelegen, dan zou men twee in tegenovergestelde rigting werkende krachten in het punt  $C$  hebben, en men zou derhalve de kracht  $R$ , als zijnde de kleinste, van de kracht  $Q$  moeten aftrekken; doch dit geene plaats hebbende, moet men nagaan, hoe groot het vermogen is, dat het gewigt  $R$  op den hefbooms-arm  $SA$  uitoefent; dit vermogen is het produkt  $R \times SB$ , welk vermogen aangewend wordt, om de vermogens der gewigten  $P$  en  $Q$  tegen te werken; ten einde alzoo de uitwerking der drie opgehangene gewigten  $P$ ,  $Q$  en  $R$  op den hefbooms-arm  $SA$  te vinden, moet men van de som der produkten  $P \times SA$  en  $Q \times SC$  het produkt  $R \times SB$  aftrekken. De gegrondheid van deze handelwijze zal nog beter in het oog vallen, wanneer men nagaat, dat het gewigt  $R$ , bij  $B$ , zoo als de figuur aantoon, werkende, zou kunnen vervangen worden door hetzelfde gewigt  $R$  aan den hefbooms-arm  $SF$ , op denzelfden afstand van het steunpunt, naar beneden te doen werken; want, laat (in Fig. 62) den hefboom alleen met het gewigt  $R$  belast afzonderlijk beschouwd worden, dan zal de werking van  $R$  op den hefboom niet veranderen, indien men op gelijke afstanden  $SB$  en  $SA$ , aan beide zijden van het steunpunt, de gelijke gewigten  $R$  ophangt; want deze zullen te zamen evenwigt maken; doch alsnu heeft men aan den eenen hefbooms-arm twee gelijke en in tegenovergestelde rigting werkende krachten, welke elkander vernietigen, en het gewigt  $R$ , aan den hefbooms-arm  $SA$  werkende, blijft alleen over; waaruit de waarheid van het boven gezegde zichtbaar is.

Om dezelfde reden zal men voor het vermogen der krachten  $S$ ,  $T$  en  $U$  (Fig. 61), op den hefbooms-arm  $SF$ , de produkten  $S \times SD$  en  $T \times SE$  van het produkt  $U \times SF$  moeten aftrekken, en wanneer nu dit verschil gelijk is aan het verschil, boven voor den hefbooms-arm  $SA$  opgegeven, zoo zal de hefboom  $AF$  door de opgehangene gewigten in evenwigt gehouden worden. De opgegevene leng-

lengte en gewigten in rekening brengende, zal men vinden, dat  $P \times SA$  gelijk 200,  $Q \times SC$  gelijk 90 en  $R \times SB$  gelijk 40 is; trekkende derhalve dit laatste produkt van de som der twee voorgaande af, zoo verkrijgt men tot rest 250. Aan den anderen hefbooms-arm is  $U \times SF$  gelijk 300,  $S \times SD$  gelijk 20 en  $T \times SE$  gelijk 30; de som dezer twee laatste produkten van het eerste aftrekkende, is de verkregene rest, even als bij den hefbooms-arm SA, gelijk 250, en de hefboom zal alzoo in rust of evenwigt zijn.

Wij hadden tot deze zelfde uitkomst op eene eenigzins andere wijze kunnen geraken: men zal toch zeker door de gegevene voorbeelden reeds opgemerkt hebben, dat dezelfde krachten of gewigten grooter uitwerking op eenen hefboom hebben, naar mate de hefbooms-armen langer zijn, en daarom heeft men, van het produkt, voortgekomen door de lengte van den hefbooms-arm met het opgehangene gewigt te vermenigvuldigen, sprekende, reeds gebruik gemaakt van de uitdrukking: het vermogen van het gewigt of de kracht.

Gaat men nu de werking der gewigten, in Fig. 61 opgegeven, na, dan ziet men, dat de gewigten R en U den hefboom naar den eenen kant, en de gewigten P, Q, S en T juist naar den anderen kant trachten te dragen of te bewegen, en ziet hierbij tevens in, dat er geen evenwigt kan bestaan, indien niet de som van al de vermogens, waarmede de hefboom naar den eenen kant gedraaid wordt, gelijk is aan de som van al de vermogens, waarmede de hefboom naar de tegenovergestelde zijde bewogen wordt. Dat dit hier werkelijk plaats heeft, ontwaart men dadelijk, daar de som van  $R \times SB$  en  $U \times SF$  gelijk 340 en de som van  $P \times SA$ ,  $Q \times SC$ ,  $S \times SD$  en  $T \times SE$  ook gelijk 340 is.

De hierboven beschrevene vermogens der krachten aan eenen hefboom werkende, worden in de Werktuigkunde *momenten* genoemd; alzoo is  $P \times SA$  het moment van P,  $U \times SF$  het moment van U, en zoo vervolgens.

De algemeene regel voor het evenwigt van eenen hefboom, belast zoo als in Fig. 61 wordt opgegeven, kan dus uitgedrukt worden door te zeggen: de som van al de momenten, die den hefboom naar den eenen

eenen kant trachten te draaijen, moet gelijk zijn aan de som van al de momenten, die den hefboom naar de tegenovergestelde zijde zoeken te bewegen.

Opmerkelijk is het, dat in dezen algemeenen regel de wetten voor het evenwigt van de hefboomen der tweede en derde soort vervat zijn. De hefboom van de tweede soort, in Fig. 53 voorgesteld, zal dus niet in evenwigt zijn, ten zij dat  $L \times SA$  gelijk  $K \times SB$  zij; hetzelfde gaat letterlijk door bij den in Fig. 54 aangewezen' hefboom van de derde soort.  $L \times SA$  tracht den hefboom naar beneden,  $K \times SB$  daarentegen naar boven te bewegen; al hetgene derhalve over den hefboom van de eerste soort gezegd is, gaat ook voor de twee andere soorten door; alleen zal de drukking op het steunpunt, die bij den hefboom van de eerste soort gelijk de som der gewigten opgegeven is, bij den hefboom van de tweede soort gelijk  $L - K$  en bij den hefboom der derde soort gelijk  $K - L$  zijn; hetwelk uit de beschouwing der figuren duidelijk genoeg zal zijn op te maken.

Wil men de drukking op het steunpunt S bij Fig. 61 weten, zoo moet men bedacht zijn, dat de gewigten P, Q en U op het steunpunt drukken met een gewigt, gelijk de som van P, Q en U, dat is, met een gewigt van 120 pond; daarentegen wordt de hefboom met eene kracht, gelijk aan de som der gewigten R, S en T, dat is, met eene kracht van 24 pond van het steunpunt S afgetrokken; de drukkende kracht van 120 pond moet dus verminderd worden met de aftrekkende kracht van 24 pond, en het verschil van 96 pond zal alzoo de werkelijke drukking op het steunpunt zijn.

Bij den hefboom of de balans van eene brandspuit zal men een' dergelijk belasten hefboom, als in Fig. 61, ontmoeten. Bij de balansen der stoomwerktuigen zal men het evenwigt op de gegevene wijze moeten berekenen. Verder vindt men de toepassing dezer hefboomen bij de wentelassen, waarmede in molens de heijen of stampers in beweging worden gebragt, alsmede, gelijk men hierna zien zal, bij de wippen der ophaalbruggen en meer anderen, welke bij eene oplettende beschouwing gemakkelijk te herkennen zijn.

Tot

Tot hier toe heeft men altijd voorondersteld, dat de krachten niet alleen onderling evenwijdig, maar ook loodrecht op de rigting van den hefboom werkten; men zou dus kunnen vragen: of het evenwigt verbroken zou worden, wanneer de krachten wel onderling evenwijdig en op dezelfde afstanden van het steunpunt werkzaam bleven, doch niet meer loodrecht op den hefboom werkten? Wanneer nagegaan wordt hetgene hieromtrent bij de behandeling der onderling evenwijdige krachten gezegd is, ziet men, dat het evenwigt zal blijven bestaan; alleen moet in het oog gehouden worden, dat, wanneer Fig. 63 eenen zoodanigen hefboom voorstelt, de kracht, op het steunpunt werkende, wel gelijk zal blijven aan de som van de evenwijdig werkende krachten P, Q, R en S; doch dat de rigting dier kracht evenwijdig aan de rigting der gegebene krachten, en derhalve in de rigting M S op het steunpunt werken zal.

Daar het niet onbelangrijk is, de uitwerking van deze, volgens de rigting M S, op het steunpunt werkende kracht op den hefboom zelven na te gaan, zullen wij, ter vereenvoudiging, S A gelijk 2, S B gelijk 1, S D gelijk 4 en S C gelijk 1 palm lengte nemen, terwijl de krachten P gelijk 8, Q gelijk 10, S gelijk 5 en R gelijk 6 pond gewigt worden gesteld; hierdoor kan men zich overtuigen, dat er evenwigt bestaan zou, indien de krachten loodrecht op den hefboom aangebragt waren, en verder, dat de kracht S M, op het steunpunt drukkende, gelijk 29 pond is; om deze 29 pond door de lengte van eene lijn uit te drukken, of aan te toonen, kan men, b. v., voor elke 2 pond gewigt *eene* streep lengte aan S M geven, waardoor de geheele lengte van S M  $14\frac{1}{2}$  streep zal zijn. Wanneer men nu nagaat, dat door het parallelogram van krachten geleerd is, om de uitwerking van twee op één punt werkende krachten door ééne kracht voor te stellen, dan kan men door hetzelfde parallelogram van krachten ook voor elke kracht *twee* andere in de plaats stellen; want voor het eerste geval waren de zijden van het parallelogram gegeven, en men teekende daardoor den diagonaal, en bij het tweede geval is de diagonaal gegeven, en men zoekt de zijden van het parallelogram; bij beproeving zal men echter spoedig zien, dat

dat dezelfde lijn de diagonaal van een groot aantal parallelogrammen zijn kan; doch dit geeft aan den anderen kant het voordeel, dat men de zijden van het parallelogram, en dus ook de rigtingen der krachten, kan nemen zoo als men dit verkiest. Wij zouden derhalve de lijn  $MS$  als den diagonaal van een parallelogram kunnen beschouwen, waarvan de eene zijde  $OS$  loodregt op het steunpunt, en de andere zijde  $NS$  in de rigting van den hefboom kwam.

Men ziet in dit geval, dat de krachten  $OS$  en  $NS$  te zamen hetzelfde vermogen doen als de kracht  $MS$  alleen; deze krachten met den pasfer op den duimstok metende, zal men vinden, dat  $OS$  omtrent 13 en  $NS$  omtrent 7 strepen lang is; gevolgelyk is de kracht  $OS$  gelijk 26 en  $NS$  gelijk 14 pond. Maar wat is de uitwerking dezer krachten? De kracht  $OS$  maakt, als werkende loodregt op het steunpunt, evenwigt op dit steunpunt, of wel de werking van de kracht  $OS$  wordt door den tegenstand van het steunpunt vernietigd; maar de kracht  $NS$  wordt door geene andere kracht in hare werking verhinderd, en zal alzoo met eene kracht van 14 pond den hefboom van  $D$  naar  $A$  over het steunpunt schuiven, en bij de minste verschuiving zal, zoo als te begrijpen is, het evenwigt verbroken zijn.

Wil men dus het evenwigt bij den hefboom, gelijk in Fig. 63, blijven behouden, zoo moet men nog eene kracht van 14 pond, van  $A$  naar  $D$  werkende, aanbrengen, om daardoor de kracht  $NS$  te vernietigen.

Men maakt in de Werktuigkunde veel gebruik van hefboomen, waarvan de armen niet in eene regte lijn liggen, maar, zoo als in Fig. 64, eenen hoek  $ASB$  te zamen vormen. Wanneer nu  $S$  het steunpunt en  $AS$  en  $BS$  de armen van dezen hefboom zijn, dan zal, wanneer de hefbooms-armen aan elkander gelijk en de krachten  $P$ , loodregt op de armen aangebragt, even groot zijn, de hefboom in rust wezen. Er bestaat namelijk geene reden, waarom de beweging naar den eenen of naar den anderen kant zoude plaats grijpen; het vermogen  $SA \times P$  aan den eenen arm is even zoo veel als het vermogen  $SB \times P$  aan den anderen. Zulk een hef-

hefboom wordt, ter onderscheiding van de andere, een gebroken hefboom genoemd; de grootte van den hoek  $ASB$  doet niets tot het evenwigt, wanneer slechts de armen en krachten gelijk en deze laatste loodrecht op de eerste werken; indien dus de hoek  $ASB$  gelijk  $180$  graden ware, ging de gebroken hefboom over in eenen hefboom van de eerste soort, zoo als de gestipte lijnen in de figuur aantoonen, en men zal den bekenden regel voor het evenwigt aan eenen hefboom in den hierboven opgegevenen herkennen. Het moment  $AS \times P$  of  $SB \times P$  is het draaijingsvermogen aan beide zijden van het steunpunt; derhalve moeten ook hier weder de draaijingsvermogens aan beide zijden van het steunpunt voor het evenwigt even groot zijn.

Befchouwt men nu (Fig. 65) als een' gebroken' hefboom  $ASB$ , waarvan de armen  $SA$  en  $SB$  ongelijk zijn, en waarop twee krachten  $P$  en  $Q$  loodrecht werken, dan zal de wet voor het evenwigt blijven de gelijkheid der draaijingsvermogens. Het draaijingsvermogen aan den eenen kant van het steunpunt is  $P \times SA$  en aan den anderen kant  $Q \times SB$ ; voor het evenwigt zal alzoo gevonden worden  $P \times SA$  gelijk  $Q \times SB$ , dat is, even als bij den gewonen hefboom, de gewigten of krachten moeten omgekeerd evenredig zijn met de lengte der hefbooms - armen.

Had men aan eenen gebroken' hefboom, op verschillende afftanden van het steunpunt, onderscheidene loodrechte krachten werkende, dan moest men, om het evenwigt na te gaan, de som der vermogens, welke den hefboom den eenen weg omdraaijen, vergelijken met de som der vermogens, door welke de hefboom in tegenovergestelde rigting wordt rondgevoerd; zijn nu deze sommen gelijk, dan vernietigen dezelve elkander, en er bestaat dus geene ronddraaijing, maar evenwigt of rust.

Laat, om dit door een voorbeeld op te helderen, in Fig. 66 gegeven zijn  $SA$  gelijk 2,  $SB$  gelijk 2,5,  $SC$  gelijk 4,  $SD$  gelijk 3 en  $SE$  gelijk 3,5, en verder de krachten  $P$  gelijk 10,  $Q$  gelijk 20,  $R$  gelijk 15, en  $T$  gelijk 25, terwijl de rigting der krachten door de pijltjes aangewezen is, en verder gevraagd worden: hoe groot de kracht  $U$  moet

moet genomen worden, om, bij E aangebragt, met de gegevene evenwigt te maken? Hiertoe merke men op, dat de krachten R, P en T den hefboom eenen en denzelfden weg trachten om te voeren; de som der vermogens van deze krachten is gelijk aan  $SA \times P + SC \times R + SD \times T$ , en dus, door de gegevens, gelijk  $20 + 60 + 75$ , of wel gelijk 155; daarentegen werkt de kracht Q de bovengenoemden tegen, en wel met een vermogen van  $SB \times Q$  of 50; dit van 155 aftrekkende, houdt men voor het draaijingsvermogen naar den eenen kant nog 105 over. Zal er dus evenwigt zijn, zoo moet men bij E eene kracht U aanbrengen, zoo groot, dat dezelve, met SE vermenigvuldigd, 105 uitmaakt; daaruit volgt dus  $SE \times U$  gelijk 105, of U gelijk  $\frac{105}{SE}$  gelijk  $\frac{105}{3,5}$ , dat is, gelijk 30 pond.

Men noemt in het algemeen vermogen van om-draaijing, zoowel bij de rechte als bij de gebrokene hefboomen, het produkt der kracht en de loodlijn, die uit het steunpunt op de kracht wordt nederge-laten. In het hier behandelde geval zijn de krachten loodregt op de hefbooms-armen; dus zijn de hefbooms-armen ook tevens de loodlijnen, die uit het steunpunt op de rigting der krachten getrokken worden. Men zal nader zien, hoedanig men de draaijingsvermogens gebruikt, om het evenwigt bij den hefboom na te gaan, indien de krachten onder verschillende rigtingen op de hefbooms-armen zijn aangebragt.

Men vindt deze gebrokene hefboomen veelal ge-bezigd, om eene heen- en wedergaande beweging daar te stellen, zoo als men dit zien kan bij de gewone karnton; de stok, die door het deksel der karnton heengaat, wordt op en neder bewogen door eenen gebroken' hefboom, welke het onderste boven gekeerd staat, en dus, in plaats van op het steunpunt te rusten, bij het steunpunt opgehangen is; ook bij het dwars doorzagen van harde hout-foorten, zoo als palmhout, pokhout, enz., waarbij de zaag door eenig werktuig in beweging gebragt wordt, vindt men den gebroken' hefboom eenig-zins, als in Fig. 67, gebezigd.

G

Eene

Eene eenvoudige en zeer onderscheidene toepassing van den gebroken' hefboom vindt men bij de tuimelaars, die in de muren vastgemaakt zijn, om de trekkende kracht, aan de schelkoorden aangebragt, gedurig van rigting te doen veranderen, en daardoor op de schel zelve werkzaam te doen zijn; men zal onder deze tuimelaars sommige vinden, welke vertikaal geplaatst, andere, welke horizontaal gelegen zijn; met een weinig nadenken zal men spoedig kunnen weten, wanneer deze twee verschillende standen moeten worden toegepast.

Wanneer, zoo als in Fig. 68, wel beide hefbooms - armen  $SA$  en  $SB$  even groot zijn, en bij  $A$  een gewigt  $Q$  van 50 pond is opgehangen, doch de kracht  $P$ , bij  $B$  aangebragt, in de rigting  $BE$  werkt, zoo zal de kracht  $P$  voor het evenwigt grooter dan het gewigt  $Q$  moeten zijn. Daar bij het gebruik der hefboomen in de verschillende ambachten slechts zelden de krachten loodregt op de hefbooms - armen kunnen worden aangebragt, zal het van belang zijn na te gaan, wat tot het evenwigt in het hier voorgestelde geval vereischt wordt. In de eerste plaats kan men, hoe groot de kracht  $P$ , en dus hoe lang de lijn  $BE$ , welke deze voorstelt, ook wezen moet, deze, gelijk reeds vroeger opgemerkt is, als den diagonaal van een parallelogram beschouwen, waarvan de rigtingen der zijden willekeurig, en derhalve ook volgens de rigtingen  $BD$ , dat is die van den hefboom, en  $BC$ , dat is loodregt, op den hefboom zijn. Daar de diagonaal nog niet bepaald is, kan men ook het parallelogram niet voltooijen; doch dit ziet men uit de figuur, dat, zal er evenwigt aan den hefboom zijn, de kracht  $BC$ , die loodregt op den hefboom werkt, gelijk aan het gewigt  $Q$ , dat is gelijk 50 pond, zal moeten zijn, aangezien de kracht in de rigting  $BD$  niets tot evenwigt aan den hefboom toebrengt, maar slechts den hefboom van  $A$  naar  $B$  over het steunpunt tracht heen te trekken.  $BC$  moet daarom gelijk 50 pond, dat is, wanneer 5 pond door eene streep lengte voorgesteld wordt, een' duim lang genomen worden; dit gedaan zijnde, zoo is ook het geheele parallelogram  $BCEd$  bekend;  
want



want trek uit C de lijn CE evenwijdig aan BD, zoo heeft men de lengte BE van den diagonaal en dus ook de grootte der kracht P. BE metende, zal men omtrent 11 strepen of 55 pond vinden. De kracht BD omtrent 5 strepen of 25 pond groot zijnde, moet tegengewerkt worden, indien het steunpunt deszelfs plaats wil behouden. Dit geschiedt bij de hefboomen, in het dagelijksch leven in gebruik, gewoonlijk, doordat men door het steunpunt eenen bout geflagen of eene as gebragt heeft, welke bout of as in oogen of potten vastzit, en dus den hefboom belet weg te glijden.

Wanneer men acht geeft op eenen man, die den zuiger van eene pomp door middel van eenen hefboom op en neder beweegt, op zulk eene wijze als men dit algemeen in bierbrouwerijen en branderijen aantreft, zal men ontwaren, dat de stok, waaraan de kracht van den man werkt, en die dus de rigting van de kracht voorstelt, ten opzichte van den hefboom, gedurende de beweging van denzelfen, gestadig van rigting verandert. Blijft derhalve het vermogen aan den anderen kant van het steunpunt hetzelfde, zoo zal de man dan eens meer, dan eens minder kracht moeten aanwenden, naar mate de rigting van den stok, waaraan hij trekt, meer of minder van de loodrechte rigting afwijkt.

Is men er dus meester van, zoo zal de kracht, waarover beschikt kan worden, zoo veel mogelijk loodrecht op den hefboom moeten worden aangebragt. Moet derhalve eenig groot gewigt G (Fig. 69) door middel van verscheidene krachten, aan verschillende touwen bij B aan den hefboom AB werkende, opgehouden worden, zoo moet men (in overeenstemming met hetgene bij de behandeling der touwen aangemerkt is) zorgen, dat de touwen zoo weinig doenlijk uit elkander loopen, en regelmatig in de ronde verdeeld zijn, om geene kracht nutteloos op den hefboom te besteden.

Werken twee krachten P en Q, de eene van 40 en de andere van 25 pond, onder de in Fig. 70 aangegevene rigtingen op den hefboom AB, zoo zou men kunnen vragen: waar het steunpunt S zou moeten aangebragt worden, om den hefboom door die krachten in evenwigt te houden? Men

G 2

heeft

heeft reeds meer opgemerkt, dat men voor het steunpunt eene kracht naar boven zou kunnen aanbrenge-  
gen, die gelijk aan en in de rigting van de drukking op het steunpunt moest genomen worden. Die kracht, welke men voor het steunpunt in de plaats kan stellen, moet alzoo dezelfde uitwerking doen als de gegeven krachten  $P$  en  $Q$  te zamen, doch in tegenovergestelde rigting aangebragt worden. De rigtingen der krachten  $P$  en  $Q$  snijden elkander, verlengd zijnde, in het punt  $C$ ; men is dus door het parallelogram van krachten in staat eene kracht te teekenen, hetzelfde uitwerkende als de twee gegeven; neemt men hiertoe voor elke 5 pond gewigts ééne streep lengte, volgens de rigting van de kracht, dan moet  $CD$  gelijk 8 en  $CE$  gelijk 5 strepen genomen, en, het parallelogram  $CDFE$  geteekend zijnde, de kracht  $CF$  gelijk 10 strepen of gelijk 50 pond gevonden worden.

Verder is het duidelijk, dat het steunpunt  $S$  in de rigting van de kracht  $CF$ , dat is, waar deze rigting den hefboom snijdt, moet genomen worden, daar anders de drie krachten geen evenwigt kunnen maken; hierbij moet men echter vooronderstellen, dat er gezorgd is, dat de hefboom niet van het steunpunt kan afglijden, of men zou het steunpunt zoodanig moeten plaatsen, dat de rigting  $CF$  der kracht er loodrecht op viel. Hieruit blijkt derhalve, dat, wanneer twee krachten onder willekeurige rigtingen op eenen hefboom werken, voor het evenwigt vereischt wordt, dat de diagonaal van het parallelogram der krachten juist door het steunpunt gaat. Wanneer men zich door het teekenen van verschillende voorbeelden het hierboven gezegde goed eigen gemaakt heeft, zal er geene zwaarigheid bestaan, om het evenwigt van eenen hefboom, op welken een aantal krachten onder verschillende rigtingen werken, te vinden. Hiertoe zal de behandeling van een enkel voorbeeld genoegzaam zijn. Laat Fig. 71 een' hefboom verbeelden, waaraan de krachten  $P, Q, R, S, T$  en  $U$  in de punten  $A, B, C, D, E$  en  $F$  onder de aangegevene rigtingen werken; dan kan men met elke der gegeven krachten handelen, zoo als in Fig. 68 met de kracht  $P$  gehandeld is; men kan namelijk elke der gegeven krachten voorstel-

stellen door twee andere, waarvan eene in de rigting van den hefboom en de andere loodregt op denzelven werkzaam is; men moet hiertoe, zoo als in de figuur gedaan is, de verschillende regthoekige parallelogrammen teekenen, waardoor de loodregt werkende krachten kunnen gemeten worden. Verder moet men zien, of de som der momenten van den eenen kant gelijk is aan de som der momenten aan den anderen kant van het steunpunt; dit zoo zijnde, zal er evenwigt zijn, indien door de zamenstelling van den hefboom gezorgd is, dat dezelve niet van het steunpunt kan afglijden. Het kan ook zijn, dat de krachten, die in de rigting van den hefboom werken en waarvan de rigtingen door pijltjes aangegeven zijn, elkander vernietigen; alsdan zal er in den volsten zin des woords evenwigt zijn, en de hefboom zal in denzelfden toestand verkeeren als de hefboomen, in Fig. 60 en 61 voorgesteld. Op deze wijze zal men derhalve, wanneer het te pas komen mogt, altijd het evenwigt aan den hefboom kunnen vinden; men zou echter hiertoe ook den weg kunnen inslaan, bij Fig. 70 opgegeven, dat is, men zou al de onder verschillende rigtingen op den hefboom werkende krachten tot een stelsel van twee krachten moeten trachten te herleiden, en indien dan de rigting van de kracht, die even zoo veel doet als de twee verkregene krachten te zamen, en welke door het parallelogram van krachten kan geteekend worden, door het steunpunt gaat, zal men, de afschuiving over het steunpunt belettende, evenwigt hebben.

Laat, om dit aan te toonen, de krachten  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  en  $T$  (Fig. 72) bij  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  en  $E$  op den hefboom, volgens de geteekende rigtingen, werken; dan kan men, in de eerste plaats, de rigtingen der krachten  $P$  en  $R$  verlengen, tot zij elkander snijden in  $R$ ; wanneer nu door de lengten  $Ra$  en  $Rb$  de grootte der krachten  $P$  en  $R$  voorgesteld wordt, dan zal de diagonaal  $RR$  van het beschrevene parallelogram de grootte en rigting van eene kracht voorstellen, welke voor de krachten  $P$  en  $R$  in de plaats gesteld kan worden; men kan dus de krachten  $P$  en  $R$  weglaten, en aannemen, dat in het punt  $F$  de kracht  $FN$  even zoo sterk als  $RR$  op den hefboom werkt. Verder de rigting der kracht

Q verlengende tot daar, waar dezelve in N de rigting der kracht  $RR$  snijdt, zoo zal, wanneer N m gelijk  $RR$  en  $Nn$  gelijk  $Q$  genomen wordt, de diagonaal  $NM$  van het parallelogram  $mNnM$  de grootte en rigting der kracht voorstellen, die even zoo veel uitwerkt als de gegeven krachten  $P$ ,  $R$  en  $Q$ ; hetzij derhalve bij  $A$ ,  $B$  en  $C$  de krachten  $P$ ,  $R$  en  $Q$ , hetzij bij  $G$  de kracht  $MN$  op den hefboom werke, de uitwerking of het vermogen zal hetzelfde zijn.

De beschrevene handelwijze ook op de krachten  $S$  en  $T$  aan den anderen kant van het steunpunt toepassende, zal men zien, dat de rigtingen dezer krachten elkander in het punt  $O$  snijden; wanneer verder de lijnen  $Od$  en  $Oe$  de grootte der krachten  $S$  en  $T$  voorstellen, dan heeft men, na het parallelogram  $OdOe$  beschreven te hebben, de lengte van den diagonaal  $OO$  voor de grootte en rigting der kracht, welke, bij  $H$  op den hefboom aangebragt, hetzelfde vermogen doet als de krachten  $S$  en  $T$ , bij  $D$  en  $E$  werkende. De vraag is dus alsnu teruggebragt tot de vraag bij Fig. 70 behandeld; men moet slechts de rigtingen van de krachten  $NM$  en  $OO$  verlengen, tot zij elkander snijden in  $K$ , en van  $K$  af de stukken  $KI$  en  $KL$  gelijk  $NM$  en  $OO$  uitzetten; gaat voorts de diagonaal  $KK$  van het parallelogram  $KIKL$  door het steunpunt  $S$ , dan zal er, de affchuiving niet medegerekend, evenwigt plaats hebben.

Men kan zich van de gelijkheid der uitkomsten, welke manier ook gebruikt zij, overtuigen, door hetzelfde voorbeeld op de twee verschillende wijzen te teekenen of uit te slaan; bij beide de manieren zal het steunpunt op dezelfde plaats gevonden worden.

Er blijft dus nu nog slechts over, om na te gaan, hoe men voor het evenwigt aan eenen gebroken' hefboom de krachten, welke onder verschillende rigtingen, op de hefbooms- armen van zulk een' hefboom werken, in rekening brengen moet.

Indien (Fig. 73) bij  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  en  $E$  de krachten  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $T$  en  $U$ , onder de opgegevene rigtingen, aan den gebroken' hefboom  $CSE$  werken, dan zal voor het evenwigt de bekende vroeger opgegeven regel moeten blijven bestaan, dat is, het ver-

vermogen, waarmede de hefboom naar de eene zijde gedraaid wordt, zal gelijk moeten zijn aan het vermogen, waarmede de hefboom in tegengestelde rigting wordt omgevoerd. Wanneer men nu in aanmerking neemt, dat vroeger voor het draaijingsvermogen van eene kracht, werkende op een' der armen van eenen gebroken' hefboom, aangenomen is het produkt dier kracht met de lengte van de lijn, die van het steunpunt loodregt op de rigting dier kracht was nedergelaten (men zie, om zich hiervan te overtuigen, Fig. 65 en 66 en het daarbij verhandelde na), dan zal men bevinden, dat het draaijingsvermogen van de kracht R gelijk is aan  $R \times Sa$ ; dat van de kracht Q gelijk aan  $Q \times Sb$ ; van de kracht P gelijk  $P \times Sc$ , en zoo vervolgens ook met de krachten, op den anderen arm des hefbooms aangebragt. Is nu de som dier vermogens aan den eenen kant van het steunpunt gelijk aan de som der vermogens, aan de andere zijde werkzaam, zoo zal er evenwigt bestaan.

Men vindt ook dikwijls hefboomen, die, in plaats van eene regte lijn, den vorm van eenige kromme lijn hebben; dit kan geene zwarigheid geven bij het onderzoek van het evenwigt aan zulk eenen hefboom, wanneer men slechts goed acht geeft op hetgene door draaijingsvermogens verstaan wordt; want, was A S D (Fig. 74) een zoodanig willekeurig gebogen hefboom, aan welken, bij A, B, C, en D, krachten P, Q, R en T werkten, zoo zou men, in overeenstemming met het hierboven gezegde, slechts uit het steunpunt S de loodlijnen S a, S b, S c en S d op de rigtingen der krachten te trekken hebben, alswanneer de produkten van elke der krachten, met de lengte der loodlijnen van het steunpunt op hunne rigtingen getrokken, alhier wederom de draaijingsvermogens zullen aangeven. Als dus, in het hier genomen voorbeeld,  $P \times Sa + Q \times Sb$  gelijk  $R \times Sc + T \times Sd$  is, zoo zal er evenwigt zijn.

De ijzeren balansen der brandspuiten en scheepspompen, mitsgaders de in verschillende vormen gebogene armen van nijp- en knijptangen, alsmede de boomen der krui- en andere wagens, zijn derhalve

hefboomen , waarvan men het evenwigt als in Fig. 74 is opgegeven , moet nagaan.

De hefboomen , uit welke stof dan ook bestaande , hebben altijd eenig gewigt of zwaarte ; dit is tot hier toe bij de behandeling des hefbooms niet in acht genomen ; is het gewigt der hefboomen echter aanmerkelijk , dan mag men den invloed daarvan op het evenwigt derzelve niet verwaarloozen . Men zal dus in het kort nagaan , hoedanig dit gewigt bij de drie soorten van hefboomen in rekening moet gebragt worden . Hiertoe moet men zich herinneren , dat , daar de vormen der hefboomen zoo zeer verschillen kunnen , het gewigt van den hefboom kan gerekend worden in het zwaartepunt van denzelven vereenigd te zijn ; als derhalve (Fig. 75) A B een hefboom van de eerste soort en Z het zwaartepunt van denzelven is , zal men het gewigt G van den hefboom moeten aanmerken als een gewigt of kracht G , op eenen afstand S z van het steunpunt op den hefboom werkende ; de kracht Q zal alzoo door het gewigt van den hefboom geholpen worden , en wel meerder of minder , naar mate het produkt  $G \times S z$  grooter of kleiner is ; de kracht Q , die aangewend moet worden , om met het gewigt P evenwigt te maken , zal dus kleiner zijn , dan tot hier toe aangenomen is . Bij de hefboomen van de tweede en derde soort , in Fig. 76 en 77 voorgesteld , ziet men duidelijk , dat de gewigten G en G der hefboomen aan de krachten Q en Q niet voordeelig zijn , en maken , dat deze zoo veel grooter moeten zijn , totdat men ziet , dat  $Q \times S B$  gelijk aan de som der produkten  $P \times S A$  en  $G \times S z$  is . Indien men gevolgelyk slechts de plaats van het zwaartepunt des hefbooms kent , kan men den invloed van het gewigt deszelven op het evenwigt door de bekende regels in rekening brengen ,

Al het verhandelde over het evenwigt der hefboomen op de verschillende werktuigen , welke in de uitoefening der onderscheidene ambachten gebruikt worden , toe te pasfen , laat de vereischte beknoptheid van dit Leer- en Leesboek niet toe ; om echter deze toepasfingen niet geheel achter te laten , zal men de inrigting der balansen of weegschalen aan de wetten

ten van het evenwigt, bij den hefboom opgegeven, toetsen, en daarna als enkel voorbeeld van een samenstel van verschillende hefboomen nagaan, hoedanig, bij het maken der bekende ophaalbruggen, de kennis van de wetten voor het evenwigt des hefbooms dienen kan.

*Over de balans.*

De inrigting van eene balans mag men als bekend vooronderstellen; men weet, dat dezelve met twee messen of scherpe tappen op verstaalde kussens vrijelijk heen en weder kan bewegen, terwijl de loodregt op de balans geplaatste tong of evenaar dient, om den zuiveren waterpassen stand der balans aan te geven, de afwijking waarvan dadelijk in het oog valt, wanneer de evenaar zich buiten het zoogenoemde huisje bevindt en dit de doorslag van de balans genoemd wordt.

De balans, een hefboom van de eerste soort zijnde, moeten voor het evenwigt, daar de aan beide zijden opgehangene gewigten of werkende krachten te allen tijde even groot moeten zijn, de hefbooms-armen volmaakt even lang genomen worden; daar verder de balans een stoffelijke hefboom is, moeten de gewigten van beide armen even groot en hunne zwaartepunten even ver van het hang- of steunpunt verwijderd zijn. De hefbooms-armen moeten dus volmaakt gelijke en gelijkvormige lichamen wezen; waaruit dan ook wel op te maken is, dat het zwaartepunt van de geheele balans in het midden en in de rigting van het ophangpunt moet gelegen zijn.

Ten einde de inrigting der balans na te gaan, zou men kunnen vragen, of eene staaf AB (Fig. 78), die aan al de opgegevene vereischten voldoet en aan het zwaartepunt is opgehangen, — terwijl de ophangpunten der schalen A en B met het zwaarte- en steunpunt in eene regte lijn gelegen zijn, — zal kunnen dienen om te wegen.

Zeker is het, dat, wanneer de staaf waterpas en dus de tong SC vertikaal is, de opgehangene gewigten P en Q even zwaar zullen zijn; doch even

zeker is de onmogelijkheid , om dadelijk het gewigt van een ligchaam , dat gewogen moet worden , op de schaal te plaatfen; de tong der balans dient immers , om aan te toonen , of men te veel dan te weinig gewigt op de schaal geplaatst heeft. Neem nu eens , dat het op de schaal geplaatste gewigt  $Q$  iets zwaarder ware dan het ligchaam  $P$  , dan zal de balans naar  $Q$  doorslaan , dat wil zeggen , er zal eene draaijende beweging plaats grijpen; maar hoe lang zal die draaijende beweging duren? De balans eens naar dien kant bewegend , zal niet ophouden die beweging voort te zetten , voordat de oorzaak , dat is de meerdere zwaarte van  $Q$  , weggenomen wordt; dit niet gedaan wordende , zal de balans regt op en neder staan , zoo als men dit in de winkels , wanneer bij kleine balansen het gewogen ligchaam plotfeling wordt uit de schaal genomen , gebeuren ziet. Bij het minste alzo , dat  $Q$  zwaarder weegt dan  $P$  , zal de tong of evenaar niets helpen; want de doorslag kan niet waargenomen worden door de snelheid , waarmee de balans regt op en neder gaat staan. Men heeft begonnen te zeggen , dat de gewigten  $P$  en  $Q$  , wanneer de staaf  $AB$  waterpas ware , zeker gelijk zouden zijn; maar zullen deze gewigten niet even zoo goed gelijk blijven , indien aan de staaf de rigting  $ab$  gegeven werd? De waarheid hiervan heeft men gezien bij de behandeling der evenwijdige krachten , alsmede bij het nagaan van het evenwigt des hefbooms. Welken stand men dus ook aan de staaf  $AB$  geve , wanneer slechts de gewigten  $P$  en  $Q$  gelijk zijn , zal de staaf in dien stand in evenwigt zijn en daarom in rust blijven; men noemt dit: dat het evenwigt of de rust der staaf onverschillig is; de stand van de tong der balans is derhalve ook onverschillig en de tong zal nergens toe dienen.

Wil men dus met gemak wegen , zoo zal de inrigting des hefbooms , welke voor balans dienen zal , anders moeten zijn. Wanneer men den vorm der balansen in zijne gedachten nagaat , zal men zich herinneren , dat er onder de tappen der balans altijd eene verdikking of verbreeding van ijzer waargenomen wordt , welke verbreeding dan door eene meer of min sierlijke kromme lijn op de armen toegehaald of bijgewerkt is. Deze verbreeding heeft



heeft men daar ter plaatse aan het ijzer gegeven, om de moeilijkheden, waarin men boven vervallen was, weg te nemen. Het zwaartepunt van de balans moet wel altijd in het midden in de rigting van de tong blijven; maar door de verbreeding van ijzer onder de tappen is het duidelijk in te zien, dat het zwaartepunt meer naar den onderkant der balans en dus onder de tappen komen zal. Laat dan (Fig. 79) de lijn A B eene lijn zijn, die de ophangpunten der schalen vereenigt, S C de tong der balans en Z het zwaartepunt van dezelve, op eenen afstand Z S van den onderkant der tappen gelegen, terwijl men voorts de gelijke gewigten P en Q in de schalen geplaatst of bij de ophangpunten opgehangen heeft. Wanneer nu de zoodanig ingerigte balans in den stand a b geplaatst wordt, zoo zal S L de rigting der tong en het punt z, in dezelfde rigting gelegen, de plaats van het zwaartepunt bij dezen stand aanduiden. Het gewigt G van de balans zal, volgens de rigting Z G, vertikaal naar beneden werken, en oefent dus op de balans een draaijingsvermogen uit, volgens die rigting, ten einde de balans weder naar derzelver eerste standplaats te brengen. Wil men weten, hoe groot dit draaijingsvermogen wezen zal, zoo moet, volgens hetgene vroeger geleerd is, eene loodlijn S m van het steunpunt op de rigting der kracht G getrokken worden, en  $G \times S m$  zal het draaijingsvermogen zijn.

Heeft men alzoo eene dusdanig ingerigte balans uit den waterpassen stand gebragt, zoo zal deze zich weder in dien waterpassen stand trachten te herstellen met een vermogen  $G \times S m$ , en vandaar de slingeren, die men alsdan waarneemt; deze slingeren worden door de wrijving of schuring van de tappen op de kussens kleiner en kleiner, en zullen eindelijk geheel ophouden.

Is nu het gewigt Q zwaarder dan het gewigt P, dan zal de balans in eene zekere helling in rust kunnen blijven, wanneer slechts het draaijingsvermogen van het meerdere gewigt van Q niet grooter is, dan het draaijingsvermogen  $G \times S m$  ooit worden kan. Laat, om dit eenigzins duidelijk te maken, P 300 en Q 310 pond zwaar zijn, en stel verder S B 4 palm lang, terwijl men voor het gewigt der

der balans 60 pond stellen zal. Daar nu Q 10 pond zwaarder weegt dan P, zoo zal de balans met een vermogen van  $10 \times SB$  dat is  $10 \times 4$  of 40 van B naar b omslaan; wanneer S m 7 streep lang kon worden (want dit hangt daarvan af, hoe veel het zwaartepunt onder de tappen gelegen is), zoo zal het draaijingsvermogen  $G \times S m = 60 \times 0,7 \text{ palm} = 42$  zijn. Dit laatste vermogen het eerste met 2 overtreffende, zal dus de balans met eenen zekeren doorslag in rust kunnen blijven. Men ziet uit het aangevoerde, dat het gewigt van de balans hier eenen aanmerkelijken invloed uitoefent, te meer, daar het lijntje S m slechts zeer klein is; vandaar dan ook, dat een doorslag bij eene zware balans zoo veel meer aan gewigt in goederen geeft, dan bij eene kleine balans. Bij het beproeven eener balans moet men dus aan den vorm nagaan, of het zwaartepunt onder de tappen gelegen is, doch tevens zorgen, dat die afstand niet te groot is; want het draaijings- of herstellingsvermogen zoo groot zijnde, worden de slingeringen, als wel te begrijpen is, veel te hevig en duren derhalve ook langer; men noemt dit, dat de balans te ras of te snel is; daarbij komt nog, dat zulk eene balans niet zeer gevoelig is; dat wil zeggen, dat de tong derzelve bij weinig overwigt onmerkbaar weinig van stand verandert. Men verhelpt dit door het gewigt der balans aan den onderkant iets te verminderen. Bepreurt men, dat, wanneer eene balans in eene schuine rigting geplaatst wordt, deze zich met langzame slingeringen zoekt te herstellen, dan noemt men dit eene trage balans, en het zwaartepunt zal derhalve digt bij den onderkant der tappen gelegen zijn; aan den anderen kant is zulk eene balans veel gevoeliger, dat wil zeggen, bij het minste overwigt zal de tong dit aanduiden.

Men verkrijgt hetzelfde voordeel, hetwelk hierboven gevonden is, door het plaatsen van het zwaartepunt onder de tappen, door het zwaartepunt en den onderkant der tappen in elkander te laten, of de balans onmiddellijk bij het zwaartepunt op te hangen, doch de lijn A B (Fig. 80), die de ophangpunten der schalen vereenigt, beneden het zwaarte- en steunpunt te doen komen. De balans wordt alsdan, zoo als de figuur aantoont, een gebroken hefboom A S B.

Is

Is nu deze balans in den stand gebragt, zoodat  $SC$  de rigting der tong voorstelt, en zijn de gewigten  $P$  en  $Q$  even zwaar, dan is het draaijingsvermogen van  $P$  gelijk  $P \times Sa$ , en van  $Q$  gelijk  $Q \times Sb$ ; maar uit de beschouwing van de driehoeken  $aSA$  en  $bSB$  volgt, dat  $Sb$  grooter is dan  $Sa$ ; derhalve is het vermogen  $Q \times Sb$  grooter dan  $P \times Sa$ . De balans zal dus trachten zich te herstellen met een vermogen, dat gelijk is aan het verschil der opgegevene vermogens en na eenige schommelingen in den eersten stand terugkomen, zoodat de lijn  $AB$  waterpas wordt.

Men moet hier echter ook weder zorgen, van in geene uitersten te vervallen, en dus, om de slingeringen of bewegingen niet te hevig te maken, de lijn  $AB$  op slechts weinig afstands onder  $S$  plaatsen. Dit een en ander bij elkander overziende, zal men, behalve de vereischten, waaraan eene balans als hefboom moet voldoen, eene goede balans samenstellen, wanneer men het zwaartepunt van dezelve een weinig onder de tappen brengt, en tevens zorgt aan de balans eene zoodanige gedaante te geven, dat de lijn, waarmede men de ophangpunten der schalen kan vereenigen, een weinig onder de tappen blijft; eene zoodanige balans wordt in Fig. 81 opgegeven.

Indien men nagaat, hoe vele zaken bij het maken van eene balans in het oog moeten gehouden worden, is het niet te verwonderen, dat vele der balanssen in het dagelijksch leven voorkomende niet geheel zuiver zijn. Gelukkig is men door eene eenvoudige manier van wegen in staat gesteld, om met elke, zelfs de onzuiverste balans, het ware gewigt van eenig ligchaam te vinden. Met de opgave van dezen regel zal men het hier gezegde over de gewone balanssen besluiten. Wanneer men het zuivere gewigt van eenig ligchaam kennen wil, plaatse men hetzelfde in eene der schalen van de balans, terwijl men in de andere schaal zoo veel zand of kleine steentjes werpt, totdat er evenwigt plaats heeft, dat is, totdat de tong der balans juist in het huisje is. Daarna neme men het ligchaam uit de schaal, en plaatse daarin zoo veel gewigt, totdat de gewigten weder met de steentjes of het zand evenwigt maken; dit

dit gewigt zal alsdan zuiver aantoonen, hoe vele ponden, oncen, looden, enz. het ligchaam weegt. De reden is duidelijk in te zien, daar aan denzelfden hefboom, met dezelfde lengte van hefbooms-arm, niet anders dan twee gelijke krachten, met dezelfde kracht aan den anderen hefbooms-arm werkende, evenwigt kunnen maken.

### *De unster.*

Offchoon de balans een hefboom met gelijke hefbooms-armen zij, zoo is het uit de wetten van het evenwigt voor den hefboom blijkbaar, dat elke hefboom, hoe ongelijk de hefbooms-armen ook wezen mogen, zal kunnen dienen om te wegen. Een' zoodanigen hefboom met ongelijke armen, daartoe dienende, vindt men bij den unster.

Wanneer Fig. 82 een' unster voorstelt, zoo moet men, om dezelfde reden als bij de gewone balans, het zwaartepunt een weinig onder het steunpunt S, maar in denzelfden vertikaal plaatsen; verder moet de tong S C loodrecht staan op de lijn A B, die de ohangpunten vereenigt, of wel, de tong moet liggen in het verlengde van de lijn, die door het zwaarte- en steunpunt gaat. De unster kan van hout of ijzer zamengesteld zijn, doch is meestal van ijzer, en kan zich, even als de balans, vrijelijk heen en weder op de scherpe tappen bewegen. Aan den kortsten hefbooms-arm hangt de schaal, om de voorwerpen in te plaatsen, terwijl men aan den langsten geene schaal, maar slechts een gewigt P heeft hangen, aan den bovenkant zoodanig ingerigt, dat men hetzelfde langs den hefbooms-arm tot aan het einde verschuiven kan; voorts ontwaart men op den kant van den langsten hefbooms-arm een aantal streepjes of merkjes, alle op gelijken afstand van elkander, waarbij gewoonlijk de cijfers 0, 1, 2, 3, enz. geschreven staan. De bedoeling dezer streepjes is spoedig te ontdekken: zoo wil, b. v., het nulpunt zeggen, dat, wanneer het gewigt P daarbij opgehangen wordt, dit gewigt aan den unster met de zwaarte der aan den anderen arm opgehangene schaal evenwigt zal maken. Indien dus de schaal onbelast is, en heeft men het gewigt P tot op het nul-streepje geschoven,

ZOO

zoo moet de tong des unsters juist in het huisje zijn. Neem eens aan, dat men in de schaal een pond gewigts zette, zoo zal het evenwigt verbroken zijn, en het gewigt P moet, om dit te herstellen, meer naar B geschoven worden; dit langzaam doende, zal men, wanneer het gewigt P tot b. v. bij D verschoven was, den unster weder in den waterpaslen stand gebragt hebben. Men teekent alsnu dit ophangpunt D door een lijntje aan, en merkt het met 1, hetwelk zeggen wil, dat, wanneer het gewigt P bij D hangt en alzoo evenwigt aan den unster maakt met eenig ligchaam in de schaal geplaatst, dit ligchaam een pond zwaar wegen zal. Wordt voorts de afstand van 0 tot 1 tusschen den pasfer genomen en in de rigting van de rechte lijn A B naar B omgeslagen, zoo verkrijgt men de verdeelingen, welke door de lijntjes 2, 3, 4, enz. zijn aangegeven. Deze cijfers duiden aan, dat, wanneer het gewigt P daarbij opgehangen is, en evenwigt maakt met eenig voorwerp op de schaal, het gewigt van dat voorwerp zoo veel pond zal bedragen, als het cijfer bij het ophangpunt van het gewigt P aangeeft. Laat, om dit aan te toonen, het gewigt P bij E op het streepje 4 opgehangen zijn, dan is het draaijingsvermogen van P, doordien de hefbooms-arm van 0 afgerekend viermaal langer geworden is, ook viermaal vergroot, en daar de schaal altijd op dezelfde plaats blijft hangen, moet immers, voor de gelijkheid der draaijingsvermogens, het gewigt in de schaal ook viermaal zoo veel vergroot worden, als toen het gewigt P bij 1 opgehangen was. Indien men elken afstand, of de lengte der lijntjes 0,1, 1,2, 2,3, enz. nog eens in tien gelijke deelen verdeelde, zou men met den unster tot oncen toe kunnen wegen.

Men kan met een' zoodanig ingerigten unster geene zwaardere ligchamen wegen, dan van zoo veel pond, als het achterste cijfer aanwijst. Om dit wezenlijk gebrek der unsters eenigzins te gemoet te komen, kan men aan de andere zijde van dezelve eene andere verdeeling maken voor een gewigt Q, dat b. v. vijfmaal zwaarder is dan het gewigt P. Het is hierbij duidelijk, dat alsdan eerst een nieuw nulpunt moet gezocht worden, hetwelk in dit geval  
veel

veel digter bij S zal komen; voor het overige handelt men, om de verdeeling te vinden, op dezelfde wijze als boven is opgegeven. De unster geeft het voordeel, dat men slechts één gewigt noodig heeft, en de geheele schaal en het gewigt gemakkelijk bij elkander te houden is.

Men heeft ook wel unsters, waarbij, in plaats dat het gewigt verschoven wordt, hetzelfde aan den unster onbewegelijk bevestigd is, en alsdan, om te wegen, het steunpunt gedurig verplaatst wordt; doch zulke weegtoestellen worden, om het ongemak, daaraan verbonden, weinig gebruikt; terwijl door het hier verhandelde, het, des verkiezende, geene moeite zal inhebben, om de verdeeling voor de plaatsingen van het steunpunt te vinden.

De gewone balans en de unster zijn hier niet alleen om derzelver algemeen gebruik, maar tevens als eene toepassing van den hefboom opgegeven. Men vindt somtijds werktuigen, bij welke onderscheidene hefboomen op elkander werken; het evenwigt bij zulke zamengestelde hefboomen kan door behulp van het behandelde gevonden worden; doch daar men tegenwoordig veel gebruik ziet maken van een weegtoestel, bij hetwelk men verscheidene hefboomen bezigt, zal men trachten het evenwigt of de manier van wegen bij zulke balansen aan te toonen en duidelijk te maken; te meer daar dit eene handleiding zal geven, hoedanig men bij soortgelijke zamensstellingen te werk moet gaan.

De balans, waarover men hier spreken zal, wordt in Fig. 83 voorgesteld; dezelve draagt, als van Franschen oorsprong zijnde, veeltijds den naam van *balance bascule*; men zal dezelve hier *brug-schaal* of *brugbalans* noemen; het gebruik dezer balansen in magazijnen, pakhuizen, enz. thans zoo algemeen zijnde, mag men vooronderstellen, dat de onderzoekende lezer hetgene in de figuur niet duidelijk zijn mogt, aan zulke balansen zelve zal trachten waar te nemen.

Gaat men de figuur na, zoo ziet men in de eerste plaats den hefboom K G, waarvan de hefbooms-armen ongelijk zijn; bij K wordt de schaal opgehangen, om het gewigt te ontvangen, terwijl aan de andere zijde van het steunpunt D, bij H en G, twee stan-  
gen

gen HI en GL gevonden worden, waardoor het gewigt van zeker ligchaam, dat op de brug B geplaatst is, op den korten hefbooms-arm werkt. Alles is zoo ingerigt, dat 1 pond in de schaal gelijk staat met 10 pond op de brug, of wel de hefbooms-arm, waaraan de schaal werkt, is tienmaal langer dan de gemiddelde hefbooms-arm, waaraan de brug werkt. Van het grootste belang is het bij deze brugbalans, dat het geen' invloed maakt op het evenwigt, op welk gedeelte der brug B men ook het te wegen voorwerp plaatst; hetwelk men spoedig kan beproeven, door, b. v., 5 Ned. p. in de schaal te zetten en daarentegen op verschillende plaatfen der brug B 50 Ned. p. te stellen: bij alle verschillende standplaatfen moet dit laatste gewigt met de 5 Ned. p. in de schaal evenwigt maken. Deze belangrijke eigenschap heeft men door eene doelmatige en schrandere vereeniging van twee hefboomen van de tweede soort aan deze balans gegeven. De stang GL is bij L vereenigd met eenen hefboom La; het steunpunt of liever de steunpunten zijn de mesfen bij a, want aan de andere zijde bevindt zich ook een mes a, alsmede een hefboom La, welke met den hefboom, die in de figuur gezien wordt, bij L vereenigd is, waardoor men eigenlijk een hefboomsvlak verkrijgt, hetwelk echter op de wet voor het evenwigt geene verandering maakt; de kracht werkt bij L, wordende de hefboom door de stang GL opgehouden; de last drukt bij O; derhalve is de last tusfchen het steunpunt en de kracht, en de hefboom dus van de tweede soort. De stang HI is bij I aan eenen hefboom of beweegbaar vlak IO bevestigd, welk vlak in de teekening niet was aan te wijzen; de steunpunten zijn op twee mesfen O, welke mesfen O gelegen zijn op twee eerst beschreven' hefboom; de kracht wordt bij I aangebragt; de last is het gewigt, dat ergens op de brug B geplaatst wordt, en gerekend kan worden tusfchen de punten O en I in te liggen, waardoor men alhier weder een' hefboom van de tweede soort heeft.

Ter bevordering der duidelijkheid, heeft men in Fig. 84 het geraamte der brugbalans, voor zoo verre dezelve tot het aantoonen van het evenwigt noodig was, voorgesteld; men zal, deze figuur met de vorige vergelijkende, in R P en S N de twee

H

hef-

hefboomen herkennen, waarover men vroeger gesproken heeft. De geheele samenstelling bestaat derhalve uit drie hefboomen: de eerste is  $ED$ ; het steunpunt is bij  $B$ , terwijl men  $EB$  gelijk tienmaal  $BC$  genomen heeft; de tweede hefboom  $RP$  is de eigenlijke brug, op welke de goederen geplaatst worden; het steunpunt is bij  $P$ ; zoodat deze hefboom rust op den derden hefboom  $SN$ , waarvan het steunpunt in  $a$  en de last of drukking altijd bij  $O$  is; de hefbooms-armen  $OS$  en  $Oa$  blijven derhalve onveranderd; terwijl men de lengten dezer hefbooms-armen zoodanig genomen heeft, dat  $Oa$  staat tot  $OS$  gelijk  $BC$  tot  $CD$  (zie den bovensten hefboom); in de figuur zijn de lengten  $OS$  en  $Oa$  door de letters  $d$  en  $c$  aangeduid, en alzoo heeft men  $c : d = BC : CD$ .

Met deze gegevens kan aangetoond worden, dat, waar men ook eenig ligchaam  $Q$  op de brug  $RP$  plaatst, een gewicht  $M$  op de schaal bij  $E$  evenwigt maakt met een gewicht  $Q$  gelijk  $10 \times M$  op de brug. Men mag daarom aannemen, dat het zwaartepunt van het ligchaam  $Q$  op eenen afstand  $m$  van  $R$  en op eenen afstand  $n$  van  $P$  gelegen is, en kan men derhalve aan  $m$  en  $n$  verschillende waarden geven, indien maar  $m$  en  $n$  te zamen genomen, gelijk aan  $RP$  blijft.

Zal er evenwigt aan den hefboom  $ED$  zijn, dan moet, volgens het vroeger geleerde, bij den hefboom  $M \times EB = p \times BC + q \times BD$  zijn. (Door  $p$  en  $q$  worden hier de krachten bij  $C$  en  $D$  werkzaam, verstaan.) Men zal nu moeten nagaan, hoe groot de krachten  $p$  en  $q$  zijn; hiertoe stelle men de drukking, die het steunpunt  $P$  te verduren heeft,  $r$ ; dan heeft men bij den hefboom  $RP$  voor het evenwigt  $p \times RP = Q \times QP$ , of wel  $p \times m + n = Qn$ , waaruit gevonden wordt  $p = \frac{n}{m+n} Q$ ; om de

drukking  $r$  te vinden, weet men, dat  $p + r = Q$  en derhalve  $r = Q - p$  is; de boven gevondene waarde van  $p$  in de plaats stellende, verkrijgt men  $r = Q - \frac{n}{m+n} Q$ , dat is gelijk  $\frac{m}{m+n} Q$ .

De hefboom  $SN$  wordt dus bij  $O$  gedrukt door eene



eene drukking  $r$  gelijk  $\frac{m}{m+n} Q$ ; voor het evenwigt aan dezen hefboom moet derhalve  $q \times S a$  gelijk  $\frac{m}{m+n} Q \times O a$  zijn; maar  $S a$  is uit de figuur gelijk  $c + d$  en  $O a$  gelijk  $c$ , en alzoo heeft men  $(c + d) q = \frac{m}{m+n} \times Q \times c$ , waaruit gemakkelijk

$$\text{gevonden wordt } q = \frac{m \times c}{(m + n) (c + d)} \times Q.$$

De krachten  $p$  en  $q$  gevonden zijnde, moet men derzelve waarden in de opgegevene evenwichtsvergelijking  $M \times E B = p \times B C + q \times B D$  stellen. Vooraf echter dient men op te merken, dat de samenstelling zoodanig gemaakt is, dat de evenredigheid  $c : d = B C : C D$  plaats heeft; hieruit heeft men

$$C D = \frac{d}{c} \times B C, \text{ en daar } B D \text{ uit de figuur gelijk } B C + C D \text{ is, zoo heeft men } B D = B C + \frac{d}{c} \times B C = \frac{c + d}{c} \times B C. \text{ De waarde van } p,$$

$q$  en  $B D$  in de bovenstaande vergelijking overbrengende, wordt dezelve  $M \times E B = \frac{n}{m + n} \times Q \times B C$

$+ \frac{m \times c}{(m + n) (c + d)} \times Q \times \frac{c + d}{c} \times B C$ ; in den laatsten term gaat  $c$  in den teller tegen  $c$  in den noemer, en  $c + d$  in den teller tegen  $c + d$  in den noemer weg, waardoor de vergelijking ver-

$$\text{andert in } M \times E B = \frac{n}{m + n} Q \times B C + \frac{m}{m + n} \times Q \times B C = \frac{n + m}{n + m} Q \times B C, \text{ dat is}$$

$\frac{n + m}{m + n}$  gelijk één zijnde,  $M \times E B = Q \times B C$ ; eindelijk heeft men vroeger opgegeven, dat  $E B$  gelijk tienmaal  $B C$  was, derhalve is  $10 \times M = Q$ . Ware derhalve  $M$  gelijk 20 Ned. ponden, dan zou het gewogen wordend ligchaam  $20 \times 10$  of 200 Ned. ponden zwaar zijn. Men ziet dus, daar men hier

H 2

noch

noch aan m, noch aan n eene bepaalde waarde gegeven heeft, dat men met deze brugbalans altijd zuiver wegen kan.

Voor hen, dien het welligt te moeilijk vallen zou deze Wiskundige berekening te volgen, kan men, door aan de letters en lijnen in Fig. 84 waarden in getalmerken te hechten, eene meer eenvoudige verklaring van dit belangrijk werktuig geven. Stel, bij voorbeeld, dat het gewigt M zij 20 pond, de hefbooms-arm E B 40 duim, de afstand van B tot C 4 duim, van C tot D 12 duim, de hefboom S N van S tot O 15 duim, van O tot a 5 duim en het gewigt Q 200. — Dan heeft men aan de eene zijde het gewigt M, of 20,  $\times$  de lengte van den hefbooms-arm E B, of 40, = 800, en dit getal moet men evenzeer aan de andere zijde verkrijgen, om evenwigt te hebben. Aan den arm B C, of 4, hangt de hefboom R P met het gewigt Q of 200; stel dat dit zoodanig op de brug geplaatst zij, dat m  $\frac{1}{4}$  en n  $\frac{1}{4}$  van de geheele hefbooms-lengte uitmaakt, dan draagt R, of het punt C,  $\frac{1}{4}$  van 200 of 50; dit vermenigvuldigd met de lengte B C, of 4, geeft . . . . . 200

De hefbooms-arm B D, of 16, draagt het steunpunt des hefbooms R P met het overige, of  $\frac{3}{4}$  van den last, = 150. — Doch daar a S 20 en a O 5 is, wordt die last van 150 bij S slechts voor  $\frac{1}{4}$  gedragen, zijnde 37,5, dat, met B D, of 16, vermenigvuldigd, geeft . . . . . 600

Zoodat aan den arm B D des hefbooms E D de som der produkten, welke men verkrijgt door de krachten p en q met de lengte der hefbooms-armen B C en B D te vermenigvuldigen, ook is . . . . . 800.

Ieder, die deze berekening voor zich zelfen wil overbrengen op het geval, dat het gewigt Q, in plaats van het bovengestelde, juist in het midden van de brug of  $\frac{1}{2}$  of  $\frac{1}{2}$  van het steunpunt af zij, zal dezelfde uitkomst verkrijgen, wanneer men slechts in-dachtig blijft, dat de hefbooms-armen B D en S a bij C en O in dezelfde rede verdeeld moeten zijn.

Het

Het is ook opmerkelijk, dat de hefboom, of de brug, R P onder het wegen altijd waterpas zal blijven, indien slechts aan den toestel voor het wegen een waterpasfe stand gegeven is. Laat, om dit aan te duiden, d gelijk 4 en c gelijk 1 genomen zijn, dan is uit het vroeger gezegde ook C D gelijk 4 en B C gelijk 1. Wordt nu O, en dus ook P, naar beneden bewogen, dan daalt het punt S, en ook D, vijfmaal zoo veel als O; maar daarentegen daalt het punt C, en dus ook R, slechts  $\frac{1}{5}$  van de daling van het punt D, en alzoo dalen de punten R en P altijd evenveel; waaruit volgt, dat de hefboom, of brug, R P altijd deszelfs stand behoudt.

De voordeelen, die deze soort van balans boven de gewone balans heeft, zijn: 1°. dat de balans op het mes bij B slechts 1 en  $\frac{1}{15}$  van het te wegen voorwerp te dragen heeft; 2°. het gemakkelijk verplaatsen van den toestel; 3°. men behoeft daarbij, om groote voorwerpen, zoo als vaten, enz. te wegen, geene touwen los en vast te maken, en 4°. men heeft minder voor ongelukken te vreezen, die bij het breken der gewone balansen veelal plaats hebben.

*Toepassing op zamenstellingen, waarin het evenwigt enkel van het evenwigt der hefboomen afhangt.*

Men moet, om met vrucht de kennis van het evenwigt aan den hefboom toe te passen, niet te veel hechten aan het denkbeeld, van in den hefboom slechts een werktuig of gereedschap te zien, maar vooral onder het oog houden, hetgene omtrent het draaijingsvermogen gezegd is. Hierdoor zal het geleerde van toepassing worden bij zulke zamenstellingen, waarin men anders niet dadelijk den hefboom ontdekken zou. Zoo zal men ontwaren, dat de achtergedeelten der ploegen van twee hefboomen voorzien zijn; de eene dient enkel, om eene meer of minder sterke drukking voort te brengen, waardoor het ploegijzer meer of minder diep in den grond gewerkt wordt; terwijl de andere, welke slechts een losse stok is, die tusschen den ploeg ingestoken

ken wordt, door den ploeger wordt gebezigd, om den ploeg te besturen.

De molens, bekend onder den naam van bovenkruifers, zijn zoodanig ingerigt, dat de kap of kop derzelve op den molen kan ronddraaijen; hiertoe wordt veel kracht vereischt; om daaraan te moeten te komen, heeft men een' meer of minder langen hefbooms-arm buiten de kap uitstekende, waarop de kracht beneden op de balie wordt aangebragt.

Men weet, dat, om een schip te kielen, dat wil zeggen, hetzelfde zoo veel om te halen als noodig is, om de naden onder water te kalefateren, groote kracht moet aangewend worden; men maakt daarom gebruik van de lengte der masten, als hefboomen van aanmerkelijke lengte, terwijl de blokken aan de boveneinden van dezelve vastgemaakt worden.

In de groote smederijen, alwaar ankers, molenkrukken, spilstanders, enz. gefmeed worden, moeten deze zware stukken gedurig van het vuur op het aanbeeld gebragt worden, latende daarenboven de hitte niet toe, deze stukken met de hand aan te raken. Men vindt daarom eene kraan tuschen het vuur en het aanbeeld, en aan dezelve hangt een hefboom, op de wijze van eenen unster, door middel van welken nu met gemak de masfa's ijzer uit het vuur geligt worden, terwijl men, door de kraan om te draaijen, de stukken op het aanbeeld brengt. Om, verder, zulke zware stukken gemakkelijk op het aanbeeld rond te draaijen, en zoo doende de geheele oppervlakte aan de hamerlagen bloot te stellen, ziet men, dat de smid eene lange staaf ijzer aan het stuk vastwelt, ten einde deze staaf als hefboom, op welken zijne kracht werken kan, te bezigen.

De roerpen, welke, in het roer van een schip gestoken, den schipper of roerganger dient, om het roer te draaijen, is niets anders dan een hefboom.

In de staarten der rosmolens, aan welke de kracht van het paard werkt, alsmede in de disselboomen der rijtuigen, zal men insgelijks hefboomen ontdekken.

In de binnenwerken der zaagmolens zal men de gebroekene hefboomen gebezigd vinden bij den krabbe-

belaar, waarmede de slede voortbewogen wordt; dezelfde toepassing zal men in de snuifmolens vinden, om de kuipen gedurig om te draaijen; doch in die gevallen zijn de hefboomen meer overbrengers van beweging, dan wel werktuigen, om een groot vermogen mede uit te oefenen.

Bij het zamenstellen en belasten der ophaal- of wipbruggen zal men met vrucht het evenwigt aan den hefboom kunnen toepassen.

Wanneer men den gewonen vorm dezer bruggen beschouwt, zal men toestemmen, dat zij, wanneer het mogelijk ware, dezelve in het midden der lengte door te snijden, aan beide zijden gelijk en gelijkvormig zijn. Indien men zich nu herinnert, hetgene bij de behandeling der zwaartepunten gezegd is over ligchamen, welke door eenig vlak juist in twee gelijke en gelijkvormige helften konden verdeeld worden, zal men inzien, dat het zwaartepunt der *wip* gelegen is juist in de lijn, die op gelijken afstand tuschen de twee wipbalken evenwijdig aan deze getrokken is; want deze lijn, of een vlak volgens die lijn, verdeelt de geheele wip in twee gelijke en gelijkvormige helften. Dezelfde redenering gaat door voor den *klap* der brug; ook deze wordt door een vlak op de halve breedte in twee gelijke en gelijkvormige deelen verdeeld. Dit geeft het groote voordeel, dat men in deze lijnen de gewigten van de wip en den klap werkzaam kan beschouwen, en men dus voor het hier bedoelde onderzoek slechts die lijnen te teekenen heeft.

De bouten, om welke de wip draait, zijn gewoonlijk aan den achterkant van de poorten der brug geplaatst, terwijl de bouten, om welke de klap draait, aan den voorkant der gezegde poorten gevonden worden; de lijn *BA* (Fig. 85), welke het midden dezer bouten vereenigt, is dus niet loodrecht, maar eemigzins hellende, en men kan derhalve de lengte *BG* van het vooreinde der wip zoo lang maken, dat, wanneer het uiteinde *G* met het uiteinde *K* van den klap door eene lijn vereenigd werd, deze lijn evenwijdig aan de lijn *BA* zoude komen. Wanneer nu *HG* de geheele lengte van de wip, *C* het zwaartepunt van het achtereinde en *D* dat

H 4

van

van het voorgedeelte van dezelve voorfelt, dan kan men de zwaarte P en Q van die gedeelten als gewigten, vertikaal in de zwaartepunten opgehangen, befchouwen. Op dezelfde wijze kan men, wanneer E het zwaartepunt van den klap voorfelt, het gewigt R van dezen klap aanmerken als vertikaal in het punt E naar beneden werkende.

De wip is met den klap der brug vereenigd door den ketting G K; waaruit voortvloeit, dat de wip niet kan bewegen zonder den klap en omgekeerd. Bij de behandeling der touwen en kettingen heeft men gezien, dat deze aan twee punten, welke niet vertikaal boven elkander liggen, vastgemaakt zijnde, altijd eene kromme lijn vormen; doch in deze befchouwing zal men, om de berekening niet te moeilijk te maken, den ketting door eene staaf ijzer doen vervangen en alzoo door eene rechte lijn G K voorstellen. Het zwaartepunt van de staaf, of den ketting, zal in het midden van denzelven vertikaal naar beneden werken, hetwelk in de figuur door het gewigt T voorgesteld is. Zal nu de brug in den geteekenden stand in rust zijn, zoo moet de ketting van K naar G, en van G naar K, met dezelfde kracht gespannen of getrokken worden; want ware de trekking naar den eenen kant meer, dan zou ook de geheele toefstel naar dien kant bewogen worden. Wanneer men alzoo de spanning van G naar K kan vinden, en tevens ook het vermogen berekenen, waarmede de ketting van K naar G getrokken wordt, zal men, door deze twee uitkomsten aan elkander gelijk te stellen, de voorwaarde voor het evenwigt der wipbrug gevonden hebben.

In de eerste plaats merke men op, dat het gewigt T des kettings, bij M op de helft van de lengte werkende, kan vervangen worden door twee vertikaal hangende gewigten bij G en K, ieder ter zwaarte van  $\frac{1}{2}$  T; dat dit beftaanbaar is, zal blijken uit hetgene over de evenwijdig werkende krachten gezegd is, daar T even zoo veel uitwerkt als de twee evenwijdige krachten  $\frac{1}{2}$  T, even ver aan beide zijden van T werkende. De wip H G is een hefboom, waarvan het steunpunt bij B is, en verder is uit den aard der wippen bekend, dat het gewigt

P



$A o$ ; gevolgelyk zyn de vermogens  $\frac{1}{2} T \times B p$  en  $\frac{1}{2} T \times A o$  even groot.

Verder bij twee gelijke grootheden twee gelijke grootheden optellende, zoo zullen de sommen nog gelijk blijven; men mag dus aan beide zijden van de gevondene voorwaarde  $\frac{1}{2} T \times A o$  optellen; waardoor men verkrijgt

$$P \times B c - Q \times B d \text{ gelijk aan } R \times A a + T \times A o,$$

en nog eens aan beide zijden  $Q \times B d$  optellende, heeft men

$$P \times B c \text{ gelijk aan } R \times A a + T \times A o + Q \times B d.$$

Is alzo het gewigt van den klap, van den ketting en de voor- en achtergedeelten der wip bekend, dan zal men het gewigt, waarmede het achtergedeelte der wip moet bezwaard worden, uit de hierboven opgegevene voorwaarde kunnen vinden.

Eene zoodanig ingerigte brug zal in elken stand in evenwigt zyn, en men heeft dus slechts weinig kracht noodig, om dezelve op te halen of neder te laten.

### *Over de katrollen en takels.*

De katrollen, blokken, takels, taliën, gijnen, enz. zyn te algemeen bekend, om den vorm van dezelve te beschrijven.

Wij zullen derhalve dadelijk overgaan, om het vermogen, dat met deze werktuigen uitgeoefend wordt, te overwegen.

Bij het opnoemen der enkelvoudige werktuigen heeft men de katrollen als eene soort van hefboomen opgegeven; uit de hier volgende beschouwing zal blijken, dat het behandelde, wegens het evenwigt aan eenen hefboom, genoegzaam is, om ook het evenwigt bij de katrollen te bepalen. Indien twee gewigten van gelijke zwaarte  $P$ , in Fig. 86, door middel van eenen draad of koord over eene katrolschijf worden gehangen, zoo zullen dezelve evenwigt maken; want de middellijn  $CD$  getrokken hebbende, kan men deze als eenen hefboom aanmer-



merken, waarvan het steunpunt in O is; de lengte der hefbooms-armen is even groot; de opgehangene gewigten zijn even zwaar; de hefboom zal alzoo in evenwigt en daardoor de katrolschijf in rust zijn. Men zou hiertegen kunnen aanvoeren, dat dan ook de koorden of touwen, waaraan de gewigten hangen, even lang moesten zijn, daar anders de gewigten van deze niet even groot kunnen gerekend worden; dit is ook zoo; doch wij willen hier, tot meerdere vereenvoudiging, de gewigten der koorden weglaten.

Wanneer, in plaats van gelijke gewigten P, gelijke krachten K onder willekeurige rigting werken, zou er nog evenwigt zijn; want trekt men de stralen OA en OB loodrecht op de rigtingen der krachten, zoo is AOB een gebroken hefboom, waarvan de hefbooms-armen gelijk zijn, terwijl aan deze armen gelijke loodrechte krachten werken; deze hefboom, zoowel als de katrolschijf zullen derhalve in evenwigt of rust zijn. Men moet echter hierbij opmerken, dat de beugel, waarin de katrolschijf hangt, alsdan eene zoodanige rigting zal aannemen, dat dezelve den hoek ASB midden doordeelt.

Hoedanig dan ook de rigting der touwen zijn moge, men zal voor het evenwigt om zulk eene katrolschijf altijd ondervinden, dat de kracht en de last even groot moeten zijn. Zoodanig eene katrolschijf wordt een vast blok of schijf genoemd, en men kan derhalve met zulk een vast blok wel de rigting van eene kracht veranderen, doch geen grooter vermogen dan de kracht zelve is daarmede te weeg brengen. Wanneer eenig gewigt door de kracht van een paard opgeheffen wordt, gebruikt men twee vaste blokken, een boven aan den trijsbalk, en een beneden, hetwelk men een voet- of kinnebakblok noemt; de rigting van de kracht wordt dus tweemaal veranderd; doch de kracht, die het paard uitoefenen moet, zou slechts iets grooter behoeven te zijn dan het gewigt zelf. Naderhand zal men echter ontwaren, dat, door de wrijving en de stramheid der touwen, de kracht, die het paard uitoefenen moet, aanmerkelijk grooter dan het gewigt zijn zal.

In

In deze Fig. 86, waar de gelijke gewigten P vertikaal naar beneden hangen, heeft het steunpunt O eene drukking te verduren, gelijk aan  $2P$ ; doch wanneer de gelijke krachten K als in Fig. 87 werken, zal die drukking niet zoo groot zijn. Om dit aan te toonen, moet men de rigtingen van de krachten K verlängeren, tot zij elkander in het punt C snijden; de rigting van den beugel, waarin de schijf hangt, is derhalve volgens de lijn CO. Zal er alzoo evenwigt zijn, dan moeten ook de drie krachten, welke bij C zamenkomen, evenwigt maken. Stelt men nu de gelijke krachten K voor door de lengte der gelijke lijnen CD en CF, en teekent men het parallelogram CDEF, dan zal, zoo als dit uit het vroeger aangetoonde bekend is, de lengte van den diagonaal CE de grootte en rigting van de drukking op het steunpunt of op de spil O aanduiden, en daar de diagonaal altijd kleiner is dan de som der lijnen CD en CF, zal gevolgelyk ook de drukking kleiner zijn dan de som der krachten. De kracht K zal dus staan tot de drukking op het steunpunt als de lijn CD tot de lijn CE; wanneer nu de stralen OA en OB loodregt op de rigtingen der krachten getrokken worden, en men verder de punten A en B door eene regte lijn vereenigt, zoo heeft men eenen driehoek AOB, waarvan twee der hoeken OAB en OBA aan elkander, en ook aan de hoeken DCE en DEC van den driehoek CDE gelijk zijn; men kan zich hiervan, de figuur zuiver geteekend hebbende, met de twee overtuigen, of door de *Volks-Meetskunde* weten, dat twee hoeken, waarvan de beenen des eenen loodregt staan op de beenen des anderen, even groot zijn; terwijl uit de figuur te zien is, dat de hier opgegevene hoeken in dezen toestand verkeeren. De driehoeken AOB en CDE derhalve gelijkvormig zijnde (dat wil zeggen, dat tusfchen de lijnen, waaruit deze driehoeken zijn zamengefteld, dezelfde evenredigheid bestaat), zoo zal CD staan tot CE in dezelfde verhouding als OA tot AB; maar vroeger vond men, dat de kracht stond tot de drukking als CD tot CE; dus heeft men ook nu, dat de kracht staat tot de drukking als de ftraal OA van de schijf tot de lengte AB. Deze evenredigheid is hier opgegeven, omdat,

wan-

wanneer men zich eenmaal van de waarheid derzelve overtuigd heeft, het bij voorkomende gelegenheden niet meer noodig is het parallelogram C D E F te teekenen; men kan echter, des verkiessende, het parallelogram blijven gebruiken.

Wordt het touw A K bij G aan eenen spijker vastgemaakt, en doet men bij C eene kracht L, gelijk aan de drukking naar boven, werken, zoo zal het evenwigt niet verbroken zijn, en de overschietende kracht K, volgens B K werkende, zal evenwigt maken met de kracht L. Deze opmerking strekt ten grondslag, om na te gaan, hoedanig, door middel van eene katrolschijf, het vermogen van eene kracht vermeerderd wordt. Als men, namelijk, in Fig. 88, de katrolschijf, in Fig. 86 voorgesteld, het onderst boven keert, en aan den beugel een gewigt Q van 100 pond hangt, terwijl het eene gedeelte B A van het touw bij A vastgemaakt wordt, en aan het andere touw eene kracht P naar boven wordt aangebragt, dan is het immers duidelijk, dat elk der touwen B A en C P de helft van het gewigt Q draagt, en, daar het touw B A bij A vastgemaakt is, heeft men voor het evenwigt slechts ééne kracht P gelijk aan de helft van de kracht Q, dat is gelijk 50 pond, noodig. Wordt het touw volgens de rigting C P naar boven getrokken, zoo gaat ook de katrolschijf met het gewigt Q naar boven, en het is om die reden, dat men alsnu de katrolschijf een beweegbaar blok of schijf noemt. Met een zoodanig beweegbaar blok is dus slechts de helft van den last noodig, om evenwigt te maken. Men kan nu in die figuur de rigting van de kracht P door een vast blok veranderen, dewijl dit tot het evenwigt niets doen zal.

Had men, zoo als in Fig. 89, een stelsel van een zeker aantal beweegbare katrolschijven, dan is het uit het boven gezegde blijkbaar, dat bij C slechts de helft van het gewigt P als kracht moet aangewend worden, om evenwigt te maken; doch de daarop volgende touwen D E en F G dragen te zamen de kracht bij C, en dus ieder de helft van  $\frac{1}{2}$  P, dat is  $\frac{1}{4}$  P; verder zullen de touwen L I en K H, om de derde beweegbare schijf geslagen, ieder de helft te wederstaan hebben van de kracht bij G F;

GF; dat is de helft van  $\frac{1}{4}$  P, of  $\frac{1}{8}$  P. Nog eene beweegbare schijf aanbrengeude, zou men voor de kracht, om evenwigt met het gewigt P te maken, vinden de helft van  $\frac{1}{8}$  P, dat is  $\frac{1}{16}$  P. De wet van opvolging is hier zoo duidelyk, dat verdere uitlegging overbodig zou zijn. Bij het gewigt P zou men nog gedurig het gewigt der beweegbare schijf moeten nemen, daarbij altijd acht gevende op de rangorde, welke zulk eene schijf in de rij der beweegbare schijven bekleedt.

Wordt dus gevraagd, hoe veel kracht men noodig zou hebben, om, met een stelsel van vijf zoodanig ingerigte beweegbare schijven, evenwigt te maken met een gewigt van 3200 pond, zoo heeft men voor ééne schijf *de helft*, voor de tweede schijf  $\frac{1}{4}$ , voor de derde schijf  $\frac{1}{8}$ , voor de vierde schijf  $\frac{1}{16}$ , en eindelijk voor de vijfde schijf  $\frac{1}{32}$  van het gegeven gewigt als kracht voor het evenwigt noodig, dat is, voor het hier opgegeven voorbeeld, 100 pond. Hoe voordeelich echter de hier opgegeven toetsel ook zij, in het dagelyksch leven wordt dezelve weinig of niet gebezigd, en wel voornamelyk, omdat hiertoe zoo vele vaste punten A, E, H, enz. vereischt worden, en de last slechts eene geringe hoogte kan opgevoerd worden.

De takels, welke meest in gebruik zijn, bestaan uit een gelijk of ongelijk aantal vaste en beweegbare schijven, waarbij al de vaste, alsmede al de beweegbare, in één beslag of blok begrepen zijn. Hierbij kunnen echter nog twee gevallen plaats hebben: de schijven kunnen, zoo als in Fig. 90 en 91, in hetzelfde blok, onder elkander geplaatst zijn, en dus elk eene bijzondere spil of nagel hebben, ten einde er op te draaijen; of de schijven kunnen, zoo als in Fig. 92, in hetzelfde blok naast elkander gelegen, op dezelfde spil of nagel draaijen, wordende in dit geval de schijven, door dammetjes in het blok gehouden, van elkander gescheiden. De eerste soort vindt men veel bij schepen voor de zwaardloopers, en aan de gaarden van gaffels en sprieten, en worden door de schippers ook veel gebezigd tot het losfen van vaten en goederen. Men heeft hierbij het voordeel, dat al de verschillende touwen in één vlak werken; doch aan den

an-

anderen kant ook het nadeel, dat zulke blokken veel lengte hebben en alzoo spoediger blok aan blok zijn. De tweede foort wordt het allermeeft gebruikt, als beftaande veel minder lengte, waardoor de laft hooger kan opgehaald worden; bij het inſcheren van het touw zal men echter ontwaren, dat, om van de eene ſchijf op de andere te komen, de touwen eene ſchuinsche rigting aannemen, waardoor de ſchijven aanleiding krijgen, om tegen de dammen van het blok te ſchuren, terwijl er ſpoediger ſlagen in de touwen komen. Men onderſcheidt verder deze laaftte nog in beſlagene en geftropte blokken, naar mate dezelve met ijzer of touw omgeven zijn.

Laat de gelegenheid het toe, dan tracht men ook wel de twee hierboven opgegevene foorten van takels te vereenigen, door namelijk, wanneer het aantal ſchijven groot moet zijn, deze zoowel boven of naast elkander, als achter of onder elkander in hetzelfde blok te plaatſen; een voorbeeld daarvan kan men vinden bij de blokken, op de ſleephellingen der timmerwerven in gebruik, welke dienen om ſchepen op deze hellingen te halen.

Hoedanig deze blokken en takels ook mogen zijn ingerigt, de leer voor het evenwigt is dezelfde; zoo ziet men, b. v. in Fig. 90, dat het gewigt P gedragen wordt door zes touwen, welke, gemakshalve, in de figuur door de cijfers 1, 2, 3, 4, 5 en 6 zijn aangeteekend. Zal de toefſtel in ruſt zijn, dan moet het ingeſchoren touw overal met dezelfde kracht geſpannen worden; elk der zes touwen dus evenveel van het gewigt P dragende, zoo zal de kracht Q, die gelijk is aan de ſpanning van een der zes deelen, gelijk moeten zijn aan  $\frac{1}{6}$  van het gewigt P, om daarmede evenwigt te maken; was alzoo het gewigt van P gelijk 300 pond, zoo zou de kracht Q voor het evenwigt ſlechts 50 pond behoeven te zijn. Het aantal beweegbare ſchijven, in dit voorbeeld gebruikt, was drie, en de vereiſchte kracht  $\frac{1}{6}$  van het gewigt; hieruit kan men dezen algemeenen regel opmaken: deel den laſt of het gewigt door het *dubbel* van het aantal beweegbare ſchijven, en men zal de vereiſcht wordende kracht voor het evenwigt vinden.

Men

Men heeft in deze figuur het touw aan den onderkant der vaste katrolschijven bevestigd; doet men dit niet, maar maakt men daarentegen, zoo als in Fig. 91, het touw aan het blok, waarin zich de beweegbare schijven bevinden, vast, dan zal men ontwaren, dat het gewigt P door vijf touwen gedragen wordt; elk der touwen gelijk gespannen wordende, zal dus  $\frac{1}{5}$  van het gewigt P dragen; de kracht Q voor het evenwigt zal dan ook hier slechts  $\frac{1}{5}$  van het gewigt behoeven te zijn. Men heeft hier echter slechts twee beweegbare schijven, hetwelk derhalve, volgens den opgegeven' regel, voor de kracht  $\frac{1}{4}$  van den last zou geven; men moet daarom bij het gebruik des algemeenen regels nog nagaan, waar het touw vastgemaakt is, en wanneer de bevestiging aan het beweegbare blok geschied is, bij het dubbel van het aantal schijven in dat blok nog 1 optellen, en het gewigt of den last door deze som deelen, ten einde de vereischte kracht voor het evenwigt te bekomen.

Indien men zich herinnert, hetgene bij de behandeling der touwen over de spanning van dezelve gezegd is, zoo zal men inzien, dat, wanneer de rigtingen der touwen AK en BK (Fig. 87) eenen zeer stompen hoek met elkander maken, eene zeer groote kracht zal vereischt worden, om zelfs een klein gewigt, aan eene beweegbare katrolschijf op te hangen, in evenwigt te houden.

Om het vermogen, door takels voortgebragt, dadelijk op voorkomende gevallen toe te passen, moet men de wrijving en de stramheid of stijfheid der touwen in rekening brengen. Wij zullen dus, wanneer over deze twee zaken gehandeld wordt, nader op de katrollen terugkomen, en alsdan ook daarbij nog eenige aanwijzingen omtrent de zamenstelling der blokken geven.

*Over het windās, en die werktuigen, waarvan het evenwigt op dezelfde wijze gevonden wordt.*

Het windās wordt in Fig. 93 voorgesteld, en bestaat uit eene waterpasse rol, draaijende aan de uiteinden op twee tappen, terwijl loodregt op deze rol

rol eene schijf of een rad  $CD$  zoodanig is bevestigd, dat het rad en de rol altijd gezamenlijk moeten rondbewegen. Heeft men nu om de rol een touw geslagen, en hangt aan het onderende van dat touw een zeker gewigt  $P$ , dan brengt men bij  $F$ , of eenig ander punt van den omtrek van het rad  $CD$ , eene kracht  $K$  aan, ten einde met het gewigt  $P$  evenwigt te maken. Wij moeten alzoo onderzoeken, wanneer de dikte der rol alsmede de grootte van het rad bekend is, hoe groot de kracht  $K$  moet zijn, om met het gewigt  $P$  evenwigt te maken. Hiertoe merke men op, dat tot het evenwigt vereischt wordt, dat het vermogen, waarmede de geheele toefstel naar den eenen kant gedraaid wordt, gelijk moet zijn aan het vermogen, waarmede het windas naar den anderen kant tracht om te gaan. Het is duidelijk, dat het gewigt  $P$  de as  $AB$  tracht om te voeren met een vermogen gelijk aan  $P \times$  den straal of de halve dikte van de rol, terwijl daarentegen de kracht  $K$  een draaijingsvermogen naar den anderen kant te weeg brengt gelijk aan  $K \times$  den straal van het rad, dat is gelijk  $K \times EF$ .

De waarheid hiervan zal nog duidelijker in het oog vallen, wanneer men, zoo als in Fig. 94, de grootte van het rad en de dikte van de rol uitlaat: werken nu de last en de kracht beide vertikaal naar beneden, dan is  $GF$  een hefboom, waarvan  $E$  het steunpunt is, terwijl  $EG$ , dat is de halve dikte van de rol, en  $EF$ , zijnde de straal van het rad, de hefbooms-armen zijn; voor het evenwigt heeft men derhalve  $EG \times P$  gelijk  $EF \times K$ . Indien nu  $EF$  tienmaal zoo lang ware als  $EG$ , en het gewigt  $P$  300 pond woog, dan zou de kracht  $K$  slechts  $\frac{1}{10}$  van het gewigt  $P$ , dat is gelijk 30 pond, voor het evenwigt behoeven te zijn. Werkte de kracht  $K$ , in plaats van vertikaal, volgens de rigting van de raaklijn  $HK$ , zoo zou de wet voor het evenwigt daarom niet veranderen; want alsdan had men een' gebroken' hefboom  $GEH$ , waar de krachten loodrecht op de hefbooms-armen werken, en, zoo als bij den hefboom gezien is, blijft de wet voor het evenwigt in dat geval dezelfde als bij den gewonen regtlijnigen hefboom.

Het windäs, zoo als hetzelfde hier voorgesteld is, vindt men minder als werktuig bij de verschillende ambachten, dan wel in fabrieken en in pakhuizen en op zolders, om zware goederen van de eene verdieping op de andere te brengen. De kracht wordt alsdan aangebragt door middel van een touw, hetwelk over het rad geslagen is en aan elkander gesplitst, zoodat het, om zoo te spreken, geen begin of einde heeft, om welke reden men zulk een touw dan ook touw zonder einde noemt. Op den buitenomtrek van de rol vindt men, op eenigen afstand van elkander, ijzeren mikken, welke eenen scherpen hoek te zamen maken; hierin wordt dap het touw geplaatst, en door de trekkende kracht er zoodanig ingedrukt, dat het touw, zonder dat het rad mede rondgevoerd wordt, niet bewogen kan worden. Het touw hangt beneden in den vorm van eene kettlinglijn; bij het aanwenden der kracht is hetzelfde altijd raaklijn aan den omtrek van het rad, en derhalve zal de opgegevene wet voor het evenwigt voortdurend bestaan.

Had men in het rad bij M eene pen of een' bout, en trok men, door middel van een touw, in de rigting MK, dan zou de wet voor het evenwigt veranderen, doch wordt ook weder uit het opgegevene bij den gebroken' hefboom afgeleid.

Men heeft namelijk een' gebroken' hefboom G E M, en aan den hefbooms-arm E M werkt de kracht niet loodregt; het draaijingsvermogen van deze kracht K is dus, in dit geval,  $K \times$  de loodlijn, die uit het steunpunt E op de rigting MK der kracht kan getrokken worden; dit draaijingsvermogen moet nu weder gelijk zijn aan  $E G \times P$ . Op zulk eene wijze handelende, is men in staat, om, waar het punt M dan ook gelegen moge zijn, en onder welke rigting de kracht ook werke, de wet voor het evenwigt te bepalen. Dit laatste kan te pas komen bij het evenwigt van windäsen, welke in de bleekerijen gebruikt worden, om de kleedingstukken, enz. uit te wringen, en waar de zwaarte van één' mensch, op sporten aan den buitenkant van het rad geplaatst, werkzaam is; ook bij zulke windäsen, die men aantreft bij sommige kranen en oortoomen, alsmede bij karnmolens, waar de zwaarte van één' mensch,



mensch, die tegen den binnenkant van het rad loopt, evenwigt met eenig gewigt, om de rol geflagen, maken moet.

Offchoon het eigenlijke windäs als werktuig in de ambachten weinig voorkomt, zoo heeft men evenwel verscheidene werktuigen, waarvan het evenwigt uit dat van het windäs af te leiden is. Verder ontmoet men dikwijls het windäs onder eenen eenigzins anderen vorm, zoodat, in plaats van een rad, een aantal spaken, alle uit hetzelfde punt der as voortkomende, aangetroffen worden. Zoodanige zijn het windäs bij de kranen gebruikt, alsmede dat, hetwelk onder aan den staart der molens geplaatst is, om de kap te verkruijen; ook dienen dezelve veel tot het openen der fluisdeuren, en op de schepen als stuurrad. Aan de spaken zijn handvatfels, op welke de kracht wordt aangebragt; voor het evenwigt blijft de wet dezelfde; alleen moet men acht geven, dat voor de lengte van den hefbooms-arm, waarop de kracht werkt, genomen moet worden de lengte der spaak van de as tot daar, waar de hand geplaatst is, en dus niet de geheele lengte van de spaken. Van hoe veel nut dergelijke windäsen ook zijn, heeft men bij de beweging het nadeel, dat, door het vervatten der handen, of eenige teruggang, of stilstand in de werking plaats heeft, waardoor de beweging nog al met schokken gepaard gaat. Men moet, wanneer het touw, dat om de rol geslagen is, eene aanmerkelijke dikte heeft, vooral niet verzuimen de halve dikte van het touw bij de halve dikte der rol op te tellen, daar de hefbooms-arm, waaraan het gewigt werkt, daardoor grooter is geworden. Wordt het rad mede door een touw bewogen, dan moet ook bij den straal van het rad de halve dikte van het touw worden opgeteld. Nog moet men in acht nemen, dat, wanneer de rol van het windäs, door de herhaalde slagen van het touw, welke naast elkander op de rol komen, wanneer het gewigt rijst, geheel met touw omwonden is, alsdan eene tweede dikte touw over de eerste heenkomt; waaruit volgt, dat de kracht voor het evenwigt grooter zal moeten worden, daar de hefbooms-arm, waaraan het gewigt werkt, de dikte van het touw grooter geworden is.

Moet men alzoó een windäs maken, hetwelk dienen zal om zekere lasten tot eene vaste hoogte te brengen, en kan men slechts over eene bepaalde kracht beschikken, dan is het aan te raden, de rol zoo lang te maken, dat al de slagen, welke om dezelve komen, ten einde het gewigt de noodige hoogte op te voeren, naast elkander kunnen geplaatst worden.

De braadspillen, welke men op alle ligte vaartuigen en ook op vele koopvaardijfchepen vindt, zijn insgelijks windäsfen; doch de fpaken zijn hier niet aan de rol bevestigd, en zijn ook geene stralen van éénen cirkel; men heeft bij deze op eenigen afstand van elkander gaten in de rol of spil, waarin de fpaken gestoken worden; kunnende de spaak niet verder doordraaijen, dan totdat het achtereinde tegen het dek van het fchip komt; de fpaken moeten dus gedurig verftoken worden; waarom het van groot belang is, dat, door een' toefstel met pallen, gezorgd worde, dat de spil niet terug kan gaan. Bij het oponthoud, hetwelk het gedurig verfteken der fpaken ten gevolge heeft, komt nog, dat de rol van deze spillen aanmerkelijk dik moet zijn, vooreerst omdat, wanneer het fchip voor anker ligt, de fchokken op de rol werken, en ten tweede omdat de kabeltouwen van zulk eene aanzienlijke dikte zijn, dat dezelve niet om eene dunne rol kunnen gewonden worden. Tet einde het evenwigt bij de braadspil te bepalen, moet men het aantal fpaken tellen, en wanneer de krachten, welke op de fpaken werken, gelijk mogen gesteld worden, heeft men het draaijingsvermogen van eene der fpaken met het aantal te vermenigvuldigen, welk produkt dan gelijk zal moeten zijn aan den last, vermenigvuldigd met de halve dikte van de rol. Men heeft getracht in het gebrek der braadspillen, namelijk gebrek aan vermogen en gemis van voortdurende werking, met goed gevolg te voorzien door middel van raderwerk, waarop nader zal worden teruggekomen.

De kaapftander, het werktuig, dat in alle ambachten bekend is, en tot het voortbrengen van groote vermogens gebezigd wordt, is niets anders dan een windäs, waarvan het rad of de fpaken horizontaal geplaatst zijn. De kaapftanders te omschrij-

schrijven, zal des te minder noodig zijn, omdat dezelve, op kleine uitzonderingen na, bijna altijd aan elkander gelijkvormig zijn, en er, sinds menschengeheugen, geene verandering in den vorm dezer werktuigen gekomen is. Het groote nut der kaapstanders is gelegen 1°. in derzelve eenvoudigheid en weinige kostbaarheid, 2°. daarin, dat de kracht van een groot aantal menschen op den kaapstander kan werken, zonder dat daardoor het werktuig meer zamengesteld behoeft te zijn, en ten 3°. dat het vermogen, met den kaapstander voortgebragt, aanmerkelijk is.

De kaapstander heeft daarentegen ook de nadelen, dat men altijd een' man noodig heeft om voor te houden, zonder dat diens kracht het vermogen van het werktuig vermeedert, en dat de slagen van het touw van lieverlede hooger op de rol komen, totdat men, als dezelve onder den kop gekomen zijn, vervaren moet, dat is te zeggen, het gewigt zoodanig op eene andere wijze bevestigen, dat daardoor de gelegenheid ontstaat, om de slagen weder naar beneden te schuiven. Men heeft, vele jaren geleden, verscheidene proeven genomen en voorstellen gedaan, om deze gebreken, en vooral het laatste, bij de kaapstanders te verhelpen; doch daar al de voorgeslagene middelen de eenvoudigheid der zamenstelling van den kaapstander wegnamen, heeft men steeds aan den gewonen kaapstander de voorkeur gegeven. De gewone kaapstanders zijn slechts geschikt voor twee windboomen, welke aan beide zijden even ver buiten den kop komen, en dus vier hefboomen uitmaken, waarop de krachten kunnen worden aangewend.

Moet men met zulk een' kaapstander een groot vermogen uitoefenen, dan plaatst men aan elken der hefboomen of spaken verscheidene menschen; doch daar deze naast elkander geplaatst zijn, zoo worden de hefboomen, waarop de kracht angebragt wordt, kleiner, naar mate men digter naar den kop des kaapstanders komt, en zoo doende wordt de kracht, waarover te beschikken is, niet voordeelig gebruikt. Beter is het derhalve, op de rol van den kaapstander eenen spilkop te plaatsen, bestaande in een' massiven houten cirkel, welke voor een gedeelte over

den bovenkant der rol heengelaten en met deze goed verbonden is. In den omtrek des spilkops heeft men nu verschillende gaten voor de windboomen, en wel altijd een even aantal, welke, twee aan twee, juist over elkander komen; dit geschiedt omdat, wanneer op de uiteinden der windboomen gelijke krachten werken, de rol van den kaapstander weinig wrijving heeft in den kraag even onder den kop; terwijl het verder van belang is, dat de rigtingen der krachten zoo veel mogelijk loodrecht op de windboomen worden aangewend; waarom men wel eens van gedachten is geweest, dat het beter zoude zijn, de menschen, welke aan den kaapstander werken, aan de windboomen te doen trekken, in plaats van met beide handen te duwen.

Het evenwigt van den kaapstander wordt afgeleid uit hetgene bij het windas gezegd is: wordt, b. v., gevraagd, hoe veel kracht men aan elken windboom van eenen kaapstander moet aanbrengen, wanneer er 8 windboomen waren, en verder de dikte van de rol 0,4 el, en de lengte van elken boom uit het hart der rol gemeten 2 el was, terwijl het gewigt of de kracht, welke op de rol werkte, 3000 pond groot was, zoo redenere men aldus: het gewigt of de kracht van 3000 pond werkt op eenen hefboom van de halve dikte der rol, dat is op een' hefboom van 0,2 el lengte, om den kaapstander den eenen weg om te draaijen; het draaijingsvermogen is derhalve  $3000 \times 0,2$  dat is 600. Om dit draaijingsvermogen tegen te gaan, heeft men 8 hefboomen, ieder van 2 el lang, en op elken van die hefboomen werkt eene zekere kracht K; men heeft dus voor elken hefboom een draaijingsvermogen van  $2K$ , dat is, voor 8 hefboomen, een draaijingsvermogen van  $16K$ , en voor het evenwigt moet alzoo  $16K$ , gelijk aan 600 zijn; waaruit volgt, dat de gevraagde kracht gelijk  $\frac{600}{16} = 37,5$  pond moet zijn. Ook bij de kaapstanders moet de stramheid der touwen en de wrijving, zoo als nader zal aangetoond worden, in aanmerking komen.

De Hollandsche Werktuigkundige ECKHARDT wilde, om een zeer groot vermogen met eenen kaapstander

der uit te oefenen, denzelven ingerigt hebben, zoo als in Fig. 95 aangetoond wordt. De rol heeft boven meer dikte dan beneden; het touw is om het dikkere gedeelte omgeslagen van eene andere zijde, dan bij het dunne gedeelte, zoodat, wanneer het touw om het dikke gedeelte gewonden wordt, hetzelfde daarentegen van het dunne gedeelte wordt afgenomen. Het touw loopt verder bij C over de katrolschijf D, terwijl eindelijk aan den haak van het blok de last vastgemaakt wordt. De wet van het evenwigt bij het gebruik van zulk een' kaapstander wordt door het vroeger gezegde gemakkelijk gevonden. In de eerste plaats is de spanning van het touw aan beide zijden van de schijf gelijk; dus elk der deelen draagt de helft van den last, zoo als bij de beweegbare blokken gezien is. Wordt nu de kaapstander rondbewogen, dan werkt de halve last op eenen hefbooms-arm, gelijk aan den straal van het dikke gedeelte der rol; maar de andere helft van den last werkt inmiddels op eenen hefbooms-arm, gelijk aan den straal van het dunne gedeelte, doch juist van de andere zijde, en dus werkt deze tweede helft gedurende de beweging mede, om den kaapstander te doen omgaan; men moet derhalve, om den waren tegenstand te hebben, deze twee produkten van elkander aftrekken.

Stel, tot opheldering, dat de rol bij A eene dikte van 0,2 el, en bij B eene dikte van 0,16 el had, terwijl de last gelijk 1000 pond genomen wordt, dan werkt de helft van den last, of 500 pond, op eenen hefbooms-arm van 0,1 el, hetwelk voor vermogen geeft  $500 \times 0,1$  of 50; doch daarentegen helpt de andere helft van den last de beweging met een vermogen van  $500 \times 0,08$ , of 40; de ware tegenstand, die dus door de kracht op den windboom moet in evenwigt gehouden worden, is derhalve gelijk  $50 - 40$  dat is 10. Dezelfde uitkomst had men ook verkregen, indien men het halve verschil der stralen van de rol vermenigvuldigd had met den last; want dan heeft men de helft van  $0,1 - 0,08$ , of 0,01, te vermenigvuldigen met 1000, waardoor men ook 10 verkrijgt. Voor het evenwigt bij zulk eenen kaapstander heeft men alzoo

den volgenden regel: De kracht staat tot den last, gelijk het halve verschil der stralen van de rol tot de lengte van den windboom.

Het groote voordeel van zulk eene inrigting is, dat men met weinig moeite het verschil tusſchen de stralen zoo klein kan nemen, als men verkiest, zonder daardoor de rol veel te verzwakken. Verder kan een gewone kaapſtander, door het opspijkere van klampen, dadelijk tot zulk eenen kaapſtander worden ingerigt. Aan den anderen kant, zal men tot eene kleine verplaatſing van het gewigt eene aanmerkelijke lengte touw moeten doorhalen; doch hetzelfde nadeel heeft men, wanneer men het trekkende deel van eenen kaapſtander op gijnen doet werken; terwijl men alsdan ook nog een groot verlies door de wrijving heeft, hetwelk bij den dusdanig ingerigten kaapſtander het geval niet is. Moet men derhalve bij den kaapſtander nog taliën of gijnen gebruiken, dan is het veel voordeeler, denzelfden zoodanig in te rigten, als hier beſchreven is.

De gangſpillen, welke men aan boord der ſchepen vindt, zijn niet anders dan kaapſtanders, welke bij groote ſchepen derwijze ingerigt zijn, dat men twee, ja ſomtijds drie kaapſtanders boven elkander heeft, of liever, dat aan dezelfde rol twee of drie ſpilkoppen boven elkander geplaatst zijn, welke op de verſchillende dekken gelegenheid geven, om aan de ſpil met windboomen te werken.

In Fig. 96 zijn drie windäſſen boven elkander voorgesteld; om de rol van het onderſte is een touw geſlagen, waaraan een gewigt P hangt, terwijl aan het rad een touw M E vastgemaakt is; dit laaſte touw heeft men gewonden om, en bevestigd aan de rol van het middelſte windäſ, en aan het rad van dit windäſ bevindt zich een touw N H, hetwelk weder om de rol van het bovenſte windäſ geſlagen is; eindelijk werkt aan het touw R Q aan het rad van het bovenſte windäſ eene kracht Q: nu vraagt men, hoe groot de kracht Q zal moeten genomen worden, om evenwigt te maken met het gewigt P, hangende aan de rol van het benedenſte windäſ?

Het is vooreerst uit de figuur te zien, dat, wanneer

neer het bovenste windäs bewogen wordt, daardoor de twee overige mede bewogen worden; daalt dus de kracht Q, dan rijst het gewigt P. Bij het windäs is aangetoond, dat de kracht a, aan het touw ME werkende, om evenwigt te maken met het gewigt P, zoo groot moet genomen worden, dat  $AC \times a$  gelijk is aan  $AB \times P$ ; waaruit volgt,

dat de kracht a gelijk  $\frac{AB}{AC} \times P$  moet zijn. Aan

het middelste windäs werkt op de rol eene kracht a; de kracht b, welke volgens NH moet aangebragt worden, om evenwigt te maken met de kracht a, op de rol werkende, moet weder zoodanig zijn, dat  $DF \times b$  gelijk  $DE \times a$  is; derhalve is de

kracht b voor het evenwigt gelijk  $\frac{DE}{DF} \times a$ , en

stellende voor a de hierboven gevondene waarde van  $\frac{AB}{AC} \times P$ , dan verkrijgt men b gelijk aan

$\frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times P$ . Deze gevondene kracht b werkt

aan de rol van het bovenste windäs; de kracht Q, welke bij R aan het rad werkt, moet gevolgelyk, om evenwigt te maken, zoo groot zijn, dat  $GI \times Q$  gelijk  $GH \times b$  is; waaruit gevonden wordt

de kracht Q gelijk  $\frac{GH}{GI} \times b$ ; maar de kracht b is

bevonden gelijk te zijn aan  $\frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times P$ ; stel-

lende dus dit voor b in de plaats, dan vindt men

voor de gevraagde kracht  $Q = \frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times$

$\frac{GH}{GI} \times P$ . Men heeft alzoo slechts achtervolgens

de wet voor het evenwigt aan het windäs toegepast, om tot deze uitkomst te geraken. Gaat men nu den vorm van deze uitkomst na, dan ontwaart men, dat  $DE \times AB \times GH$  juist het produkt van de halve dikten der rollen is, terwijl  $DF \times AC \times GI$  het produkt van de stralen der raderen oplevert; waaruit men voor dergelyke voorstellen den

volgenden algemeenen regel heeft: Deel het produkt van al de stralen der verschillende rollen door het produkt der stralen van de verschillende raderen, dan zal deze breuk aangeven het hoeveelfte gedeelte van den last, dat men nemen moet, om, als kracht aan het laatste rad aangebragt, met het gewigt evenwigt te maken.

Laat, om dit door een voorbeeld op te helderen, het gewigt P 1000 pond zwaar, en verder al de stralen der rollen even groot en gelijk 2 palm zijn, terwijl de stralen van de raderen ook alle 1 el of 10 palm lengte hebben, dan heeft men  $AB \times DE \times GH$  gelijk  $2 \times 2 \times 2$  gelijk 8, en  $AC \times DF \times GI$  gelijk  $10 \times 10 \times 10$  gelijk 1000; men verkrijgt alzoo voor de breuk  $\frac{8}{1000}$ ; derhalve is de kracht Q, aan het bovenste windas aangebragt, gelijk  $\frac{8}{1000}$  van het gewigt, dat is  $\frac{8}{1000}$  van 1000 pond, of wel 8 pond; indien de stralen ongelijk waren, zou de toepassing even gemakkelijk zijn.

Offchoon men zelden zulk eene verzameling van windassen gebruikt, zoo is toch de bovenstaande beschouwing van veel belang, daar dezelve den grondslag legt tot het evenwigt der raderwerken.

### *Over de raderwerken.*

Men heeft zeker dikwijls gelegenheid gehad op te merken, dat, ten einde de rondgaande beweging, die eenige schijf of rad had, aan eene andere mede te deelen, gebruik gemaakt werd van eene koord of pees, welke, zoo als in Fig. 97, om beide de schijven of raderen heenloopt, en sterk genoeg aangehaald is, om de eene schijf niet zonder de andere te kunnen bewegen. Is ABCDE de koord, dan bewegen de schijven, zoo als de pijltjes aanduiden, beide denzelfden weg om; doch spant men de koord kruisfelings, zoo als door de gestippelde lijnen in de figuur



guur aangewezen wordt, zoo beweegt de onderste schijf juist den anderen weg om, als de bovenste. De bovenste schijf draait niet rond, zonder de koord mede te voeren; heeft dus deze ééne omwenteling volbragt, dan is ook juist eene zoodanige lengte van de koord mede bewogen, als om den geheelen cirkel A H D E kan geslagen worden. Deze lengte is langs het benedenste rad B C K I gegaan, en heeft hetzelfde mede rondgevoerd. Waren nu de raderen of schijven even groot, dan zou de benedenste, zoowel als de bovenste, ééne omwenteling gedaan hebben; doch in de figuur is de onderste schijf, en dus ook de omtrek van dezelve, kleiner dan de bovenste, en heeft derhalve, als altijd met de koord mede rondbewogen, meer dan ééne omwenteling volbragt, als de bovenste slechts eens rondgegaan is. Was de omtrek van de onderste schijf de helft van den omtrek der bovenste, dan zou de koord, die gelijk in lengte is met den omtrek van de bovenste schijf, tweemaal om de onderste kunnen gewonden worden, en dus in ons geval de benedenste schijf twee malen rondgevoerd hebben.

Wanneer men nu als bekend aanneemt, dat de lengte van de omtrekken van twee schijven, raderen of cirkels, dezelfde verhouding tot elkander hebben, als de stralen, dan zal men, door de stralen der schijven in elkander te deelen, juist zien, hoe vele omwentelingen of gedeelten van omwentelingen de eene zal doen, tegen ééne omwenteling van de andere. Vond men alzoo, dat de straal van de bovenste schijf 4 en van de onderste 1 was, dan zou de benedenste viermaal rondbewogen worden tegen dat de bovenste ééne omwenteling volbragt had.

Bij de draaibanken is het van belang, dat het voorwerp, hetwelk op de spil of as der bank geplaatst is, met veel snelheid rondbewogen wordt; daarom heeft men onder de draaibank een rad, dat, in verhouding van het bovenrad, zeer groot is; het grootste rad wordt met den voet, door middel van een pedaal, rondbewogen; terwijl de pees, waarmede dit rad aan het kleine gekoppeld is, aan dit laatste eene snelheid geeft, die tien, ja meer malen grooter is dan die, waarmede het benedenrad wordt rondbewogen. Hetzelfde ziet men op de

de wagens der schaarlijpers en aan het spinnewiel. Bij de draaibanken zijn de raderen, waaraan de spil of as bevestigd is, zoodanig ingerigt, dat men meer of minder snelheid geven kan, en wel eenvoudig door verscheidene schijven van verschillende diameters naast of aan elkander te hebben, waardoor men in staat is, de pees of koord van eene dezer schijven op de andere over te brengen.

Offchoon in de meeste fabrieken, in welke men van de kracht der stoomwerktuigen gebruik maakt, de rondgaande beweging van het eene rad door kettingen of breede riemen, op dezelfde wijze als hierboven gezegd is, aan andere raderen wordt medegedeeld, zoo is toch deze handelwijze minder algemeen en wordt tot vermeerdering van vermogen in werktuigen, die bij de ambachten voorkomen, zelden of nooit gebezigd. In plaats van pees, koord, riem of ketting, brengt men de raderen met derzelver omtrekken voor een gedeelte in elkander, door op de omtrekken tanden te plaatsen van dezelfde afmetingen, welke in elkander grijpen, waardoor het eene rad niet zonder het andere kan rondbewogen worden; zulke toestellen noemt men in het algemeen raderwerken; dezelve zijn, sedert eenige jaren, van meer algemeen gebruik geworden, hetwelk voor een groot gedeelte daaraan toe te schrijven is, dat men thans in de sterkte van het ijzer meer vertrouwen stelt, en tevens dat de prijzen van het gegoten ijzerwerk zeer verminderd zijn. De werktuigen, waarvan het vermogen door raderwerk vergroot wordt, hebben daarenboven het voordeel van weinig ruimte in te nemen, en kunnen dus gemakkelijk overal geplaatst worden.

Wanneer men over raderwerken spreekt, heeft men de gewoonte, om de groote raderen alleen *raderen*, doch de kleinere daarentegen *rondfels* te noemen. Liggen de tanden der raderen in hetzelfde vlak met het rad, dan noemt men deze *spoorraderen*; doch maken de tanden of kammen eenen zekeren hoek met het vlak van het rad, dan zijn dezelve onder den naam van *kamraderen* bekend. In molenwerken zijn de rondfels gewoonlijk zoodanig ingerigt, dat dezelve bestaan uit twee schijven boven elkander, tusschen welke men op- en nedergeplaat-

plaatste staven heeft, die tusschen de kammen van het groote rad inkomen; in dat geval noemt men deze rondfels *schijfloopen* of *lantaarnraderen*. Voor het overige geeft men in de verschillende ambachten nog bijzondere benamingen aan de raderen; doch de wetten voor het evenwigt veranderen daardoor niet, waarom men alsnu tot deze zal overgaan.

Laat, tot dit einde, Fig. 98 een zamenstel van raderen en rondfels voorstellen, welke met de tanden in elkander werken. Om het eerste rondfel is een touw gewonden, waaraan een gewigt P hangt; hetzelfde heeft geene tanden en komt dus overeen met de rol van een windäs; op den omtrek van het eerste rad heeft men de tanden, die tusschen de tanden van het rondfel van het tweede vatten; de raderen en rondfels werken verder alle op dezelfde wijze in elkander; eindelijk ziet men aan het laatste rondfel eene kruk of slinger KM, waaraan de kracht werkt. Men vraagt hier weder: hoe groot moet de kracht Q zijn, die op den slinger of kruk werken moet, om evenwigt te maken met het gewigt P, aan de rol van het eerste rad hangende? Vergelijkt men Fig. 98 met Fig. 96, dan zal men ontdekken, dat er veel overeenkomst tusschen deze voorstellingen bestaat. Bij Fig. 98 zijn de touwen, waarmede in Fig. 96 de rondfels of rollen op de schijven werkten, weggelaten; doch daarentegen de raderen digter bij elkander gelchoven en verder door de tanden aan elkander gekoppeld; het zou dus genoegzaam zijn, het aangetoonde bij Fig. 96 op Fig. 98 toe te passen; ten einde echter de overeenkomst in de uitkomsten te doen zien, zal men hier de wet voor het evenwigt op nieuws zoeken.

Het eerste rad, op zich zelf beschouwd, is een windäs; de kracht K, die noodig is, om aan het rad evenwigt te maken met het gewigt P aan de rol, moet zoodanig zijn, dat  $AC \times K$  gelijk is aan  $P \times AB$ , of: de kracht K moet gelijk zijn aan  $\frac{AB}{AC} \times P$ ; daar nu de tanden van het eerste rad op die van het rondfel van het tweede rad werken, zoo worden de tanden van dit rondfel met de kracht K naar boven gedrukt, indien de kracht K wegge-

no-

nomen wordt: wil men derhalve het tweede rad in rust houden, dan moet men aan den omtrek eene kracht  $R$  naar boven doen werken, zoodanig dat  $R \times DF$  gelijk  $K \times DE$  is, of wel, de kracht  $R$  moet gelijk zijn aan  $\frac{DE}{DF} \times K$ , en daar  $K$  gelijk  $\frac{AB}{AC} \times P$  gevonden is, heeft men  $R$  gelijk  $\frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times P$ .

Nu is uit de figuur duidelijk te zien, dat de tanden van het rondfel van het derde rad, indien de kracht  $R$  ophield te werken, met dezelfde kracht  $R$  naar beneden gedrukt zouden worden; het is dus voor het evenwigt aan het derde rad noodig, dat de kracht  $S$ , welke aan den omtrek van het rad is aangebragt, vermenigvuldigd met  $GI$ , gelijk zij aan  $R \times HG$ ; waaruit men heeft de kracht  $S$  gelijk aan  $\frac{HG}{GI} \times R$ , terwijl, voor  $R$  de boven aangegevene waarde in de plaats stellende,  $S$  gelijk wordt aan  $\frac{HG}{GI} \times \frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times P$ . Daar echter de kracht  $S$  niet wezenlijk bestaat, maar alleen aangenomen is, ten einde het evenwigt na te gaan, zoo zullen de tanden van het laatste rondfel met de kracht  $S$  naar boven gedrukt worden. De kracht  $Q$ , welke op de kruk werkt, moet derhalve evenwigt maken met de kracht  $S$ , op den omtrek van het rondfel aangebragt, en dewijl men  $LKM$  als een 'gebroken' hefboom kan aanmerken, waarvan  $K$  het steunpunt is, heeft men, voor het evenwigt, daar de krachten loodrecht op de hefbooms-armen werken,  $Q \times KM$  gelijk aan  $S \times LK$ ; doch  $S$  gelijk aan  $\frac{HG}{GI} \times \frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times P$  zijnde, zoo is de gevraagde kracht  $Q$  gelijk  $\frac{LK}{KM} \times \frac{HG}{GI} \times \frac{DE}{DF} \times \frac{AB}{AC} \times P$ ; welke uitkomst geheel overeenstemt met die voor Fig. 96 gevonden.

Men

Men zal toestaan, dat het op hetzelfde nederkomt, wanneer men, in plaats van de kruk  $KM$ , een rad genomen had met een' straal gelijk  $KM$ , en daarop de kracht  $Q$  aangebragt had. Indien men verder in aanmerking neemt, dat de faktoren van den teller juist alle de stralen der rondfels, en de faktoren van den noemer alle de stralen der raderen zijn, zoo kan men den algemeenen regel, bij het windas opgegeven, veranderen, door te zeggen: Neem het produkt der stralen van al de rondfels, en deel dit door het produkt der stralen van al de raderen; de uitkomst zal aantoonen het hoeveelfte gedeelte van het gewigt als kracht aan de kruk moet werken, om evenwigt te maken. Men kan zich, door onderscheidene raderen met rondfels of schijfloopen naar opgegevene maten te teekenen, op dergelijke vraagstukken oefenen en zulks op de molenwerken toepassen.

Men moet bij de raderwerken vooral zorgen, dat de tanden van het rad en het rondfel zoodanig met elkander overeenkomen, dat er ten minste altijd twee tanden van het rad in gemeenschap zijn met twee tanden van het rondfel, en er dus eene blijvende aanraking plaats heeft; want hiervan zal de zuivere werking afhangen. Verder moet tusschen de tanden niet meer opening gelaten worden dan noodig is. Hieruit volgt, dat er tusschen het aantal tanden in het rad en het aantal tanden in het rondfel altijd eene verhouding bestaat, en wel dezelfde verhouding, als men tusschen de omtrekken van het rad en het rondfel heeft. Men kan dus zeggen: Het aantal tanden in het rondfel staat tot het aantal tanden in het rad, als de omtrek van het rondfel tot den omtrek van het rad, of als de straal van het rondfel tot den straal van het rad. Men kan derhalve aan het aantal tanden ook zien, hoe vele malen het rondfel zal rondbewegen, tegen ééne omwenteling van het rad; want deelende het aantal tanden en het rad door het aantal tanden in het rondfel, zoo zal de uitkomst aantoonen, hoe vele keeren het rondfel omgaat tegen ééne omwenteling van het rad.

Wanneer men aannam, dat al de rondfels en al de raderen, in Fig. 98 voorgesteld, even groot, en dat in elk rondfel 12 tanden en in elk rad 36

tan-

tanden gemaakt waren, dan zal, wanneer het rondfel, waaraan de kruk vast is, ééne omwenteling gedaan heeft, het rad, dat daarop volgt, en derhalve ook het tweede rondfel, slechts  $\frac{1}{3}$  omwenteling volbragt hebben; de omtrek van het nu volgende rad driemaal grooter zijnde dan het rondfel, dat er op werkt, zoo zal dit rad slechts  $\frac{1}{3}$  van  $\frac{1}{3}$ , dat is  $\frac{1}{9}$  omwenteling zijn rondgegaan; het rondfel, dat gelijk met het rad beweegt, is dus ook slechts  $\frac{1}{9}$  omwenteling voortgegaan, waaruit op dezelfde wijze volgt, dat het laatste rad, en derhalve ook de rol, waaraan het gewigt hangt,  $\frac{1}{3}$  van  $\frac{1}{9}$ , dat is  $\frac{1}{27}$  van eene omwenteling is rondbewogen, wanneer de kruk een' geheel toer omgedaan heeft; het laatste rad wordt alzoo 27 malen langzamer bewogen dan de kruk. Het produkt van al de tanden in de drie rondfels is gelijk  $12 \times 12 \times 12$ , of gelijk 1728, en het produkt der tanden in al de raderen gelijk  $36 \times 36 \times 36$ , dat is gelijk 46656. Deze twee getallen in elkander deelende, vindt men ook 27; waaruit men ziet, dat, door het produkt te nemen van het aantal tanden en al de raderen, en dit produkt te deelen door het produkt van het aantal tanden en al de rondfels, men zal verkrijgen, hoe vele omwentelingen het laatste rondfel of de kruk zal moeten doen tegen ééne omloop van het voorste rad.

Wanneer men bij eenen rosmolen een kroonrad van 120 kammen had, en men wilde de wrijffsteen achtmal doen rondbewegen tegen ééne omloop van de kroon, dan zou men alzoo aan het rondfel of schijfloop 15 tanden of staven moeten geven; moeten er meer steenen met verschillende snelheden door het kroonrad omgevoerd worden, zoo zou men verschillende rondfels of schijfloopen moeten aanbrengen, welke naar gelang der bepaalde snelheid meer of minder tanden of staven hadden.

De in alle ambachten bekende dommekrachten zijn toepasfingen van het hier gezegde over de raderwerken. Men heeft twee foorten van dommekrachten, de enkele, die, zoo als in Fig. 99, slechts eene kruk AB met een rondfel heeft, en de dubbele, waar men, zoo als in Fig 100, een rad met twee rondfels aantreft. Is de lengte van de kruk AB (Fig. 99) 8 malen zoo groot als de

ftaal

straal van het rondfel, dan zal de kracht bij zulk eene dommekracht  $\frac{1}{8}$  van den last moeten zijn. Neemt men bij de dubbele dommekracht dezelfde verhouding tusfchen de kruk en den straal van het eerste rondfel, en daarbij nog, dat de straal van het rad viermaal zoo groot is als de straal van het tweede rondfel, dan heeft men voor het produkt der stralen van de rondfels 1, en voor het produkt der stralen van de raderen  $8 \times 4$ , of 32; de kracht zal dus voor het evenwigt bij zulk eene dommekracht  $\frac{1}{32}$  van den last moeten zijn.

Men heeft de raderwerken met vrucht toegepast op de braadspillen, welke, zoo als men gezien heeft, het nadeel hadden, dat de spaken gedurig moesten verftoken worden. Daartoe heeft men om de uiteinden van de braadspil ijzeren tandraderen gebragt, waarop van boven een rondfel werkt, dat in verhouding van de raderen zeer klein is; dit rondfel wordt verder door eenen slinger, waaraan verfcheidene menfchen kunnen werken, in beweging gebragt; men heeft alzoo het voordeel van geftadig door te kunnen draaijen, en tevens een veel grooter vermogen met dezelfde kracht te kunnen doen. Ook bij de kranen begint men langzamerhand het wind-ås weg te laten, terwijl men, daarvoor in de plaats, een tandrad met een rondfel en slinger ftelt. Zoodanig eene inrigting is tegelijk zeer gefchikt, om de rol der bokken rond te voeren, hetwelk thans altijd met handspaken gefchiedt; het zou zeker wel veel van de eenvoudigheid wegnemen, en is minder noodig, omdat men bij eenen bok gewoonlijk twee menfchen heeft, van welke de een voorhoudt, als de ander zijne spaak verfteekt; doch aan den anderen kant zou, wanneer de rol met een rad en rondfel bewogen werd, één man in ftaat zijn, eenen balk of eenig ander zwaar voorwerp te ftrijken of te ligten.

Het werk der klokken en horologiën is eene der vernuftigfte zamenftellingen van raderwerken; door het aantal tanden in de raderen en rondfels naauwkeurig te berekenen, is men in ftaat, om de juiste verhouding te verkrijgen tusfchen de beweging van de spil, waarop de wijzer geplaatst is, en het rad, waarop de kracht werkt. Men zal daarbij ook

K

zien,

zien, dat de tanden der verschillende raderen verschillende vormen hebben, naar mate de werking is, die dezelve uitoefenen moeten. Men weet, dat het opwinden van een horologie nergens anders in bestaat, dan in het spannen of om derzelver spil draatjen van de veër; terwijl dit gedaan wordt, wordt de ketting van de trommel, waarin de veër besloten en aan den binnenkant mede verbonden is, af, en daarentegen met verschillende slagen boven elkander op de zoogenaamde spil gewonden; het uiteinde van den ketting blijft aan de trommel vast. Door de spanning, die de veër heeft, wordt de trommel rondbewogen; waaruit volgt, dat ook de spil rondgaat, en hierdoor verkrijgt men de verdere beweging van het geheele zamenstel. Nu is het duidelijk, dat hoe meer de veër zich ontspant, des te minder kracht dezelve op den ketting, en dus ook op de spil zal uitoefenen.

Om dit te gemoet te komen, heeft men de spil eenigzins de gedaante van eenen kegel gegeven, zoodat de omtrek van de spil naar onderen, en dus ook de slagen van den ketting om dezelve grooter en grooter worden; hierdoor werkt de veër gedurig op een' grooteren hefboom, en behoeft dus minder kracht te doen.

Is derhalve de vorm van de spil juist zoodanig, dat, hetgene de veër in spanning verliest, door de meerdere lengte van den hefboom wordt te gemoet gekomen, zoo zal men zeker zijn, dat de spil altijd met hetzelfde vermogen wordt rondgevoerd. Deze inrigting heeft veel overeenkomst met de verschillende schijven, welke men op de draaibanken voor de pees naast elkander geplaatst heeft. De raderwerken worden inzonderheid veel gebezigd, om de rigting van beweging te veranderen; meest alle werktuigen, die door water, wind of stoom bewogen worden, hebben eene rondgaande hoofdås; op deze as vindt men één, twee of meer raderen, welke wederom andere asen in beweging brengen; de snelheid van de verschillende deelen wordt door de verhouding van het aantal tanden bepaald. De handelwijzen, om verschillende soorten van beweging uit eene enkele rondgaande hoofdås door verschillende raderen af te leiden, zijn te menigvuldig, om hier



hier opgegeven te worden; dezelve behooren ook meer tot de toegepaste Werktuigkunde. In dit Leerboek heeft men zich vooral tot de evenwichtslcer moeten bepalen.

*Over het evenwigt der lichamen op platte vlakken.*

Naar de opgenoemde rangorde der enkelvoudige werktuigen, zou alsnu het hellend vlak moeten volgen. Alvorens echter hiertoe over te gaan, zal het noodig zijn, een oogenblik bij den vasten stand der lichamen op platte vlakken stil te staan.

Bij de behandeling der zwaartepunten is gezien, dat men het gewigt van elk ligchaam, als in deszelfs zwaartepunt vereenigd, kan aanmerken; de rigting der kracht, in het zwaartepunt werkzaam, was altijd vertikaal, en het ligchaam kon niet in rust zijn, ten zij hetzelfde vertikaal in het zwaartepunt ondersteund ware. Men weet, dat het waterpasfe vlak loodregt staat op den vertikaal; waaruit reeds volgt, dat het waterpasfe vlak zal kunnen dienen, om de lichamen te ondersteunen, of in evenwigt te houden. De lichamen kunnen met één, twee, drie of meer punten op een waterpas vlak rusten, en ook met een der vlakken of kanten, waardoor het ligchaam begrensd is, op een vlak (\*) staan; men zal dus nu onderzoeken, welke voorwaarden er bestaan moeten, opdat zoodanig geplaatste lichamen in rust of evenwigt zijn.

Daar tot dusverre niet over de wrijving gesproken is, zullen wij ook nu ons de vlakken als onbuigbaar en volkomen glad voorstellen. Wanneer een ligchaam slechts met één punt op een vlak rust, wordt ook dat ligchaam slechts in dat enkele punt ondersteund; doch dit is voor het evenwigt niet genoegzaam; het zwaartepunt moet vertikaal ondersteund worden; als derhalve het punt, waarmede het ligchaam op het vlak rust, juist gelegen is in den vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, dan zal zoodanig ligchaam in rust of evenwigt door het vlak gehouden worden. Een rechte bogel op des-

(\*) Wanneer alleen het woord *vlak* gebezigd wordt zal men hierdoor een waterpas vlak verstaan.

zelfs punt geplaatst, een bol en meer andere lichamen, kunnen dus zoodanig in evenwigt gehouden worden. Rust eenig ligchaam met twee punten op een vlak en men vereenigt deze twee punten door eene regte lijn, dan zal dit ligchaam in rust zijn, wanneer de vertikaal, waarin het zwaartepunt gelegen is, de getrokken lijn snijdt. De reden hiervan is duidelijk: bij de evenwijdige krachten is aangetoond, dat men voor twee evenwijdig werkende krachten altijd ééne in de plaats kan stellen, die gelijk is aan de som der krachten; omgekeerd kan men voor elke kracht twee evenwijdig aan die kracht werkende krachten in de plaats stellen. Het gewigt des ligchaams kan alzoo vervangen worden door twee vertikale krachten, waarvan de som gelijk is aan het gewigt, waarvan de rigtingen gaan door de steunpunten van het ligchaam op het vlak, indien slechts deze steunpunten met eenig punt van den vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, in eene regte lijn liggen. Hieruit volgt verder, dat, wanneer een ligchaam volgens eene regte lijn op een vlak past of rust, dit ligchaam in rust zal zijn, indien de vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, die lijn snijdt. Men ziet dit bij het omkantelen van eenen balk; komt dezelve in den hier beschreven' stand, zoo zal men evenwigt hebben, of ten minste zeer weinig kracht behoeven te besteden, om den balk in dien stand te houden. Eene rol of een cilinder zal dus door een waterpas vlak in rust gehouden worden, wanneer deze volgens de hoogte op het vlak geplaatst is.

Indien eenig ligchaam met drie punten, die niet in eene regte lijn liggen, op een vlak rust, en men vereenigt deze drie punten door regte lijnen, zoodat er een driehoek geboren wordt, dan zal dit ligchaam door het vlak in evenwigt gehouden worden, indien de vertikaal, uit het zwaartepunt nedergelaten, binnen den omtrek des getrokken' driehoeks blijft. Men ziet dus hieruit, dat men door bijgebragte gewigten het zwaartepunt van zulk een ligchaam op onderscheidene wijzen zou kunnen veranderen, zonder dat het evenwigt verbroken werd, wanneer slechts het zwaartepunt altijd binnen den omtrek des driehoeks gehouden wordt.

Vele

Vele onzer meubelen rusten op drie pooten, en hebben daardoor een' vasten stand. De bekende driestaf is een ligchaam, dat op drie punten rust; bij ondervinding is bekend, dat men het bovenvlak met gewigten bezwaren kan; waardoor de plaats van het zwaartepunt wel veranderd wordt, doch in de meeste gevallen de driestaf in evenwigt zal blijven, namelijk zoo lang, als de vertikaal, die door het veranderde zwaartepunt gaat, binnen den omtrek des driehoeks blijft. Heeft men vier, vijf of meer rustpunten, en wil men zien, of het ligchaam, zoodanig ondersteund, in rust kan blijven, zoo moet men de verschillende rustpunten door regte lijnen vereenigen, waardoor men verschillende veelhoeken zal verkrijgen; ook dan gaat de regel door, dat, zoo lang de vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, binnen den omtrek der veelhoeken blijft, het ligchaam door het vlak in rust zal gehouden worden. Men ziet dit aan de gewone tafels, die, op vier punten rustende, vaststaan; door de ligchamen, die dan hier en dan daar op het blad der tafel geplaatst worden, verandert het zwaartepunt, maar het evenwigt of de rust blijft bestaan. Had men daarentegen eene tafel, waarvan het blad ver bezijden de pooten uitkwam, en men plaatste voorwerpen van groote zwaarte dicht op den kant der tafel, zoo zou het zwaartepunt, of liever de vertikaal, die door hetzelfde gaat, buiten den omtrek des veelhoeks komen en het evenwigt verbroken zijn. Men merkt dit op bij kleine ronde tafels, welke op drie punten rusten: drukt men sterk op den kant dezer tafels, zoo loopt men gevaar, dat dezelve zullen kantelen. Wanneer de ligchamen met driehoekige, vierhoekige of veelhoekige vlakken op het vlak rusten, zal men dezelfde uitkomsten verkrijgen, en ook voor het evenwigt zullen dezelfde voorwaarden vereischt worden.

Op een ligchaam kunnen, behalve de zwaartekracht, nog verschillende andere krachten werken: voor het evenwigt op het waterpasfe vlak wordt alsdan vereischt, dat men al deze krachten tot zoodanige moet kunnen herleiden, welke vertikaal werken, en blijven binnen den omtrek des veelhoeks, dien men verkrijgt, als men de verschillende steunpunten door regte lijnen vereenigd heeft.

Als een kegel met den top op een vlak rust, zoodat de as, of het midden van denzelfven, waarin het zwaartepunt gelegen is, vertikaal staat, dan zal de kegel door het vlak in evenwigt gehouden worden; doch men weet, dat bij den minsten stoot de kegel omvalt en met deszelfs schuinsche zijde op het vlak nederkomt, en, na eenige schommelingen, in rust blijft. Had men daarentegen den kegel met het grondvlak op het vlak geplaatst, zoo zou dezelve vaststaan, dat wil zeggen: wanneer men den kegel iets volgens eenen kant oplicht, zoo herneemt hij, aan zich zelve overgelaten, zijnen vorigen stand.

Wordt de kegel zoo veel overgeligt, dat het zwaartepunt buiten den omtrek van het grondvlak komt, zoo valt dezelve om, en blijft weder, na eenige omwentelingen en schommelingen, volgens de schuinsche zijde op het vlak in rust of evenwigt. In het eerste geval, als de kegel op den top geplaatst is, noemt men het evenwigt *onbestendig*.

In het tweede geval, als de kegel volgens de schuinsche zijde op het vlak rust, en in elken stand, welken men denzelfven verkoos te geven, in rust blijft, noemt men het evenwigt *onverschillig*. In het derde geval, wanneer de kegel op het grondvlak staat, en bij afbrenging of verwijdering van dien stand zich in den vroegeren herstelt, noemt men het evenwigt *den vasten stand van het ligchaam*.

Men heeft bij deze beschouwing alleen de zwaarte des kegels in aanmerking genomen; het is dus wel te bevatten, dat het zwaartepunt, of de plaats van hetzelfde, de oorzaak is van deze drie soorten van evenwigt. Het zwaartepunt des kegels is, zoo als men vroeger gezien heeft, gelegen op  $\frac{1}{4}$  van de hoogte, van boven af gerekend; wordt alzoo de kegel op den top geplaatst, zoo heeft het zwaartepunt den hoogsten stand, dat is, bevindt zich op den grootsten afstand boven het vlak; bij de minste helling wordt het zwaartepunt niet meer ondersteund, en de kegel valt zoo lang, tot de ondersteuning weder plaats grijpt. Toen de kegel op het grondvlak stond, was het zwaartepunt slechts  $\frac{1}{4}$  van de hoogte van het vlak verwijderd; ligte men nu den kegel eenigzins op, zoo verwijderde men het

het zwaartepunt verder van het vlak, en de kegel moest, aan zich zelven overgelaten, het zwaartepunt wederom op den kleineren afstand tot het vlak terugbrengen. Wordt derhalve eenig ligchaam in rust gehouden door een vlak, zoo zal het evenwigt onbestendig zijn, als het zwaartepunt in dien stand deszelfs grootsten afstand tot het vlak heeft; doch daarentegen bestendig zijn, wanneer het zwaartepunt in dien stand den kortsten afstand tot het vlak heeft.

Het onverschillige evenwigt bij den kegel kwam voort, doordien, wanneer een rechte kegel volgens de schuinsche zijde op een vlak rust, de afstand van het zwaartepunt tot het vlak altijd even groot blijft, op welke der schuinsche zijden men den kegel ook plaatst; in al die standen heeft dus het evenwigt op dezelfde wijze plaats. Hetzelfde onverschillige evenwigt vindt men, wanneer een bol op een vlak geplaatst is; het zwaartepunt van den bol in het middelpunt gelegen zijnde, zoo blijft de afstand van het zwaartepunt tot het vlak, hoedanig men den bol ook plaatst, altijd even groot.

De vaste stand van eenig ligchaam op een vlak zal des te grooter zijn, naar mate het vlak, hetwelk men door de vereeniging der steunpunten verkrijgt, van grooter omvang is; want des te verder zal men zulk een ligchaam kunnen opligten, voor en aler de vertikaal, die door het zwaartepunt gaat, buiten dien omtrek komt. De vaste stand wordt, zoo als boven gezien is, ook bevorderd, wanneer het zwaartepunt digter bij het vlak ligt.

Heeft men derhalve voorwerpen, welker aard het medebrengt, dat het zwaartepunt ver boven het vlak gelegen is, zoo zal men, voor den vasten stand van zulke ligchamen, den omtrek der steunpunten of het vlak, waarop zulke voorwerpen staan, groot moeten nemen; dit ziet men bij de bekers en wijnglazen, waar de zwaartepunten door het ingeschonkene vocht vrij hoog komen; de voeten, welke gemeenlijk den vorm van cirkels hebben, zijn in evenredigheid van de ligchamen groot van omtrek. De vorm van kandelaars, theeëmmers en meer andere dagelijks voorkomende voorwerpen, van welke de zwaartepunten door het gebruik, dat er van gemaakt wordt, hoog boven het vlak ge-

legen zijn, toonen aan, dat men voor den vasten stand gezorgd heeft, offchoon men, de eerstgenoemde van onderen met zand vullende, het zwaartepunt naar beneden gebragt heeft.

De rijtuigen hebben, doordien de wielen buiten het rijtuig uitkomen, eenen zeer vasten stand; doch wordt door het laden, zoo als bij hooiwagens en diligences het geval is, het zwaartepunt ver boven het vlak gebragt, zoo zal bij eenige helling de vertikaal, welke door het zwaartepunt gaat, spoedig buiten de steunpunten komen, waarvan omslaan het gevolg zou zijn; vandaar dan ook de verbetering, die men bij sommige diligences aantreft, om de koffers en vrachtgoederen onder de zitplaatsen der reizigers te plaatsen. De torens der kerken, welke, door derzelve hoogte, vooral bij stormen, eenen grooten wederstand moeten bieden, zijn daarom van zulk eenen vorm, welke met eene groote oppervlakte van rustvlak een' lagen stand van het zwaartepunt paart. Denzelfden vorm vindt men toegepast op de schoorsteenen van fabrieken, welke door stoomwerktuigen gedreven worden en die bij eene buitengewone hoogte nogtans, zonder steun- of schoorijzers, steeds hunnen vasten stand behouden, terwijl de gewone schoorsteenen maar al te dikwijls omvergeworpen worden.

Het is meestal niet onbelangrijk te weten, hoe groot de tegenstand is, welchen een balk, een muur, enz. biedt aan eene kracht, welke dezelve aan een' van de kanten tracht om te werpen. Laat daartoe n Fig. 101 de doorsnede van eenen muur voorgesteld worden, waarvan A E de hoogte en A C de dikte is. Het zwaartepunt z van dezen muur is gelegen op de helft der lengte, breedte en dikte, en als men aanneemt, dat de lengte van denzelfden 10 el, de hoogte 4 el en de dikte 0,4 el is, zoo zal de inhoud gevonden worden door het produkt te nemen van  $4 \times 10 \times 0,4$ , dat is 16 kubieken, en, daar, in de tafel van de soortelijke gewigten, opgegeven is, dat eene kubiek-el metielwerk 1900 pond weegt, zoo is het gewigt des opgegeven' muurs gelijk  $16 \times 1900$ , dat is gelijk 30400 pond. Dit gewigt kan men aanmerken als in het zwaartepunt vereenigd, en werkende volgens den ver-

vertikaal z B. Wilde men dus in het zwaartepunt eene kracht K aanbrengen, om den muur volgens den kant A om te werpen, dan moet men D A B als een' gebroken' hefboom aanmerken, waarvan A het steunpunt is; aan den eenen hefbooms-arm A B werkt eene kracht gelijk aan het gewigt des muurs, op den anderen hefbooms-arm D A de kracht K. Voor het evenwigt heeft men derhalve:  $K \times D A$  gelijk  $G \times A B$ ; en daar D A gelijk de halve hoogte en A B gelijk de halve dikte van den muur is, zoo verkrijgt men  $K \times 2$  gelijk  $30400 \times 0,2$ , dat is,  $2 K$  gelijk 6080, of  $K$  gelijk 3040. Zoo lang derhalve K kleiner dan de gevondene waarde blijft, zal de vaste stand des muurs een' genoegzamen tegenstand bieden; doch wordt de kracht K grooter, dan zal de muur omkantelen.

Men voorziet de muren meestal met contreforten, dat is, men plaatst, op eenigen afstand van elkander, tegen de muren nog een gedeelte muurwerk in den vorm van E F A. Het punt van omkanteling wordt hierdoor van A in F overgebracht; het zwaartepunt des muurs, met de contreforten, zal zich nu wel iets digter bij A E bevinden; doch dit komt in geene vergelijking met de meerdere lengte van den hefbooms-arm B F boven B A; door deze contreforten wordt dus de vaste stand van den muur meer dan verdubbeld, zonder dat de materialen in dezelfde verhouding toenemen. Het is ook om die reden, dat men aan de muren, welke groote drukkingen te wederstaan hebben, over de geheele lengte den vorm E F C H in doorsnede geeft.

Wanneer, zoo als in Fig. 102, een stuk hout of steen door middel van een' koevoet, een' kenterhaak of handspak wordt omgeworpen, zoo behoeft men daarom niet het gewigt van dat stuk op te ligten, maar slechts den vasten stand te overwinnen, en hoe meer men ligt, des te kleiner wordt de hefbooms-arm A B; des te minder heeft men dus te ligten, totdat, als de vertikaal z B juist door het punt A kwam, er evenwigt zijn zou; daarna toch slaat de steen of balk uit zich zelve om, totdat het zwaartepunt wederom ondersteund is. Vandaar dan ook het gemakkelijk voortrollen der vaten, waarvan het gewigt, voor het overige,

zeer aanmerkelijk zijn kan; de vorm der vaten brengt mede, dat dezelve in den staat van *onverfchillig evenwigt* verkeerren; het zwaartepunt blijft altijd op denzelfden afstand boven het vlak, en men behoeft alzoo bij het voortrollen den vasten stand niet te overwinnen.

Een balk  $ABCD$  (Fig. 103) rust bij  $A$  en  $B$  op twee hellende vlakken  $MA$  en  $NB$ : wanneer zal dezelve door die vlakken in rust of evenwigt gehouden worden?

Laat  $Z$  het zwaartepunt van den balk zijn, dan werkt het gewigt  $G$  aan denzelfen volgens den vertikaal  $EG$ ; deze kracht moet dus door den tegenstand der twee vlakken vernietigd worden. De vlakken kunnen geene andere krachten vernietigen dan dezulke, welke loodregt op dezelve werken; want laat  $ab$  de grootte en rigting van eene kracht voorstellen, die niet loodregt op het vlak  $MA$  werkt, dan kan men immers, door het teekenen van het parallelogram  $adb c$ , voor de kracht  $ab$  de krachten  $cb$  en  $db$  in de plaats stellen; de kracht  $cb$  wordt door den tegenstand van het vlak vernietigd, of door hetzelfde gedragen; maar de kracht  $db$  wordt door niets tegengehouden, en de lijn  $ab$  wordt dus met die kracht  $db$  onderuitgeschoven. Daar alzoo de vlakken alleen de loodregte krachten vernietigen, zal het gewigt des balks  $ABCD$  door de twee vlakken in rust gehouden worden, indien voor het gewigt twee krachten kunnen in plaats gesteld worden, welke in de eerste plaats door de steunpunten  $A$  en  $B$  gaan, en in de tweede plaats loodregt op de vlakken werken; doch het is bekend, dat ook alsdan de drie krachten in één punt moeten zamenkomen, daar de eene de diagonaal en de twee andere de zijden van hetzelfde parallelogram moeten zijn; men heeft derhalve voor de derde voorwaarde, dat de vertikaal, gaande door het zwaartepunt en de loodlijnen, uit de steunpunten op de vlakken getrokken, elkander in een punt  $E$  moeten snijden; heeft dit geene plaats, dan kan er geene rust of evenwigt zijn. Men kan dus altijd spoedig aan den stand des balks ontdekken, of aan de drie voorwaarden voldaan wordt; verder kan men door het teekenen van een parallelogram, waar-  
van



van de lengte van den diagonaal het gewigt van den balk voorfelt, uit de lengte der zijden de drukking, die elk van de vlakken te verduren heeft, afmeten.

Het onderuitglijden der ladders, wanneer dezelve te vlak geplaatst zijn, is genoeg bekend; doch uit het hierboven verhandelde kan men, behalve de oorzaak van dit onderuitglijden, nog afleiden, dat het zonder wrijving niet mogelijk is, om eene ladder, zonder ijzeren punten aan den onderkant, tegen een' vertikalen muur, onder welke helling dan ook, in rust te zetten.

Wanneer (Fig. 104)  $AB$  de ladder en  $AM$  den vertikalen muur voorfelt, en men aanneemt, dat het zwaartepunt  $z$  van de ladder op de helft der lengte gelegen is, dan werkt het gewigt  $G$  vertikaal in  $z$  naar beneden. Uit hetgene bij de evenwijdig werkende krachten aangetoond is, mag men voor het gewigt  $G$ , volgens  $z$   $G$  werkende, twee vertikaal werkende krachten, ieder van  $\frac{1}{2} G$ , bij  $A$  en  $B$  in de plaats stellen; de kracht bij  $B$  werkende wordt door het vlak  $BM$  vernietigd, want dezelve werkt loodregt op dat vlak; doch bij  $A$  is dit het geval niet; de vertikale muur vernietigt alleen de krachten, welke er loodregt op werken; daarom moet, wanneer  $AD$  de grootte der vertikale kracht  $\frac{1}{2} G$  voorfelt, deze vervangen worden door de krachten  $AE$  en  $AC$ , waarvan het geoorloofde uit het geteekende parallelogram blijkt; de kracht  $AE$  wordt alnu door den vertikalen muur vernietigd; maar de kracht  $AC$  werkt, langs de ladder, naar beneden, tot dezelve, bij  $B$  stuitende, aldaar werkzaam wordt; als dus  $BF$  gelijk  $AC$  genomen wordt, moet men nagaan, wat de uitwerking van die kracht aldaar wezen zal. Het parallelogram  $BHFG$  geteekend hebbende, kan men de kracht  $FB$  door de krachten  $GB$  en  $BH$  doen vervangen, waarvan de rigtingen door pijltjes zijn aangegeven; de kracht  $GB$  wordt door het vlak  $BM$  gedragen; doch, zoo als in de figuur te zien is, de ladder zal met de kracht  $HB$  onderuitgeschoven worden. Wanneer derhalve de diagonalen der parallelogrammen volgens de grootte der krachten genomen zijn, kan men niet alleen de drukking op de vlakken, maar ook de kracht, waarmee de ladder onderuitgeschoven wordt, juist meten en bepalen. Hoe steil dan ook de ladder geplaatst

plaatst worde, dezelve zal, wanneer de vlakken volkomen glad zijn, altijd onderuitglijden, en ofschoon men dit in het dagelijksch leven door de wrijving niet gebeuren ziet, zoo kan men echter hieruit afleiden, dat, indien een mensch, hetzij onbevracht, hetzij een of ander gewigt torschende, eene ladder opklimt, het gevaar van onderuit te glijden des te grooter wordt, naar mate hij hooger opgeklimmen is; want eenmaal boven het zwaartepunt van de ladder gekomen zijnde, komt het gemeenschappelijk zwaartepunt van den persoon en de ladder digter bij A dan bij B; de vertikale kracht AD, of de diagonaal van het parallelogram, wordt dus grooter, waarvan de vergrooting van de zijde AC het gevolg is; terwijl men verder uit het parallelogram GBHF zien kan, dat, naar mate FB grooter wordt, ook de kracht HB zal toenemen.

Het laatst aangegeven voorbeeld is van minder belang om de zaak zelve, dan wel om aan te toonen, hoedanig men voor drukkingen en krachten andere in de plaats kan stellen en vele vraagstukken vereenvoudigen kan.

### *Over het hellend vlak.*

Het evenwigt van lichamen op vlakken aangewezen hebbende, kunnen wij alsnu overgaan, om het evenwigt van een ligchaam op een hellend vlak te onderzoeken, of liever, om het hellend vlak als werktuig te beschouwen.

Men verstaat door hellende vlakken al zulke vlakken, welke niet waterpas zijn en dus met het waterpasfe vlak zekeren hoek maken; zoo zijn, bij voorbeeld, de glooijingen der dijken hellende vlakken. Wanneer het ligchaam P (Fig. 105) op het hellend vlak AC geplaatst is, zal, daar de vertikale kracht zE, welke de grootte van het gewigt des lichaams voorstelt, niet loodregt op het vlak AC is, het ligchaam naar beneden glijden. Hoe groot zal nu de kracht zijn, waarmee het ligchaam naar beneden tracht te schuiven? Hiertoe make men het parallelogram DzFE, waarvan het gewigt zE de diagonaal is; men kan dus, in plaats van het gewigt zE, de kracht zD evenwijdig aan en de kracht

kracht  $zF$  loodregt op het vlak  $AC$  nemen; de laatste wordt door het hellend vlak gedragen; doch de eerste  $zD$  is de kracht, waarmede het ligchaam naar beneden schuiven zal; hangt men derhalve volgens  $zG$  eene kracht aan gelijk  $zD$ , dan zal het ligchaam  $P$  op het hellend vlak  $AC$  in evenwigt zijn. De grootte van deze kracht  $zD$  of  $zG$  heeft eene zeer merkwaardige betrekking op den stand van het hellend vlak  $AC$ , ten opzichte van het waterpasse vlak  $AB$ ; het is duidelijk te begrijpen, dat, hoe steiler  $AC$  is, des te grooter  $zD$  worden zal, en ware het vlak  $AC$  vertikaal, dan zou de kracht  $zD$  gelijk het geheele gewigt van het ligchaam worden. Men is gewoon  $AC$  de lengte en  $BC$  de hoogte van het vlak te noemen; terwijl in de geteekende figuur verder twee driehoeken gevonden worden,  $ABC$  en  $zEF$ , waarvan de hoeken gelijk zijn; waaruit volgt, dat deze driehoeken gelijkvormig zijn, of dat de driehoek  $zEF$  in het klein de driehoek  $ABC$  is: de zijden des eenen driehoeks hebben tot elkander dezelfde proportie, als de zijden van den anderen driehoek; te weten: men zal zien, dat  $zE$  staat tot  $EF$ , even als  $AC$  staat tot  $BC$ , dat is, in woorden, omdat  $zE$  gelijk het gewigt is, de kracht  $zD$ , benoodigd om een ligchaam op een hellend vlak in evenwigt te houden, staat tot het gewigt van het ligchaam, als de hoogte  $BC$  van het vlak tot de lengte van het vlak. Wanneer dus de lengte van het vlak  $AC$  50 el, de hoogte  $BC$  2 el en het gewigt van het ligchaam 5000 pond ware, zoo zou men voor de kracht, welke noodig is om dit ligchaam op het hellend vlak in evenwigt te houden, verkrijgen, dat de gevraagde kracht in dezelfde proportie moet staan tot het gewigt, als de hoogte van het vlak tot de lengte, dat is, de kracht staat tot 5000, als 2 staat tot 50, en daar 2 in 50 25 malen begrepen is, zoo heeft men voor de kracht ook slechts  $\frac{1}{25}$  van het gewigt, dat is,  $\frac{5000}{25}$  of 200 pond noodig. Wanneer alzo de wrijving niet in aanmerking genomen wordt, zou, indien de kracht  $zG$ , die evenwijdig aan het hellend vlak werkt, grooter dan 200 pond genomen werd, het ligchaam tegen het hellend vlak opgesleept worden, en hieruit is dan ook duidelijk, dat

het

het hellend vlak als werktuig gebezigd wordt, om; door middel van hetzelfde, groote gewigten in hoogte te verplaatsen. Verder blijkt uit de opgegevene proportie, dat, hoe grooter de lengte aan het vlak ten opzichte van de hoogte, dat is, met andere woorden, hoe minder de helling van het vlak is, des te kleiner de kracht zal zijn, welke noodig is, om een ligchaam op het vlak in evenwigt te houden of tegen hetzelfde op te slepen.

Wanneer, zoo als in Fig. 106, het gewigt z E van het ligchaam vervangen werd door eene kracht z F, loodregt op het hellend vlak, en eene kracht z D, evenwijdig met A B, dan zou men voor de grootte der kracht z G, welke gelijk z D zou moeten genomen worden, eene andere waarde vinden; men ziet weder, dat de driehoeken A B C en z E F gelijkvormig zijn; er zal derhalve dezelfde proportie tusschen de zijden des eenen en tusschen de zijden des anderen moeten bestaan, en men heeft alzoo z E staat tot E F, gelijk A B staat tot B C, of  $\frac{EF}{zE}$  gelijk  $\frac{BC}{AB}$ ; waaruit E F, dat is

de kracht z D, gelijk  $\frac{BC}{AB} \times z E$ ; dezelfde gegevens nemende, als bij Fig. 105, zoo wordt z D gelijk  $\frac{2}{AB} \times 5000$ . Daar nu A B altijd kleiner is dan A C, zal ook z D of z G grooter zijn dan de waarde, voor z G hierboven gevonden, toen de rigting evenwijdig met het hellend vlak genomen was.

De hellingen der schepen, en vooral de sleephellingen, welke dienen om de schepen weder op te halen, zijn hellende vlakken, waarbij men ook altijd zorgt, dat de rigting der trekkende kracht evenwijdig aan het hellend vlak loopt, omdat men gezien heeft, dat de kracht alsdan niet zoo groot behoeft te zijn. Op de houtwerven heeft men verschillende hellende vlakken, welke dienen, om de zware stukken hout op den wal te halen. De bruggen, welke men bij de wagens gebruikt, ten einde zware goederen op te laden, zijn niet anders dan hellende vlakken, zoo mede de overtoomen, welke men

men hier en daar aantreft. De wegen in bergachtige landstreken worden, zoo veel mogelijk, in den stand van weinig hellende vlakken gelegd, ten einde daar-door het opwerken der rijtuigen tegen de hoogte gemakkelijk te maken. Voor het overige zal het evenwigt voor het hellend vlak, alhier opgegeven, ruime stof van toepassing vinden bij die werktuigen, welke met een hellend vlak moeten vergeleken worden en waarvan de voornaamste zijn:

*de schroef en de wig.*

De eerstgenoemde bestaat meestal uit ijzer of hout, en, door het algemeen gebruik der schroeven, mag men derzelver vorm als bij ieder bekend aannemen. Wanneer men den vorm eener schroef nagaat, ziet men, dat de schroefdraad regelmatig om den stander, kern of spil derzelve heenlingert: beweegt men eenig klein ligchaam van onderen op over den bovenkant der schroefdraden, dan zal dit ligchaam, na al de slingeren der draden gevolgd te zijn, op den bovenkant der schroef uitkomen, en is dus, wanneer de schroef vertikaal geplaatst was, de lengte van dezelve in hoogte opgekomen. Verder zal men zien, dat, wanneer het ligchaam juist eene geheele slinging rondom de spil gedaan heeft, hetzelfde zich op dezelfde lijn zal bevinden, doch op eenen draad hooger; waaruit volgt, dat het ligchaam den afstand tusschen twee elkander opvolgende schroefdraden in hoogte is gevorderd, bij elke geheele slinging.

Dewijl de vorming der schroeven geheel op Meetkundige gronden rust, kan men in dit Leesen Leerboek, daar de kennis der Meetkunde in derzelver geheel niet mag voorondersteld worden, over deze vorming niet spreken; wij zullen alleen aantoonen, van welk een' aard de vorm der slingeren is, welke de schroefdraden om de spil beschrijven, aangezien dit met het zoeken naar de wetten van het evenwigt in een onmiddellijk verband staat.

Laat  $abcd$  (Fig. 107) eene rol of eenen cilinder, welke bij  $G$  en  $H$  op tappen kan omdraaijen, en  $ACBD$  een stuk papier gesneden in den vorm van eenen driehoek voorstellen; wanneer nu dit  
stuk

stuk papier met de zijde, die over C staat, op de rol wordt geplakt, en men vervolgens de rol begint om te draaijen, dan rolt het gedeelte AC reeds op elkander, doch de schuine lijn BC slingert om de rol, zoo als in de figuur wordt aangewezen. (Men kan dit gemakkelijk met een stukje papier en potlood beproeven.) Op dezelfde wijs, als de lijn BC om de rol slingert, slingert ook de schroefdraad om de spil der schroef. Wanneer de lijn AC de lengte van den omtrek der rol voorstelt, dan zal BC de lengte van eene slingering des schroefdraads zijn; terwijl de lijn AB de hoogte zal aantoonen, die de schroefdraad bij elke slingering winnen zal; de lijn AB is dus op de schroef de afstand tusschen de verschillende draden; en over de geheele lengte der schroef zullen derhalve, als de rol een zuivere cilinder is, de draden alle denzelfden afstand van elkander hebben.

Beschouwt men nu ACB als een hellend vlak, dan zal een ligchaam van C naar B bewogen, in dien tijd de hoogte AB boven het vlak bereikt hebben; doch is de driehoek ACB om de spil of rol geflingerd, dan verandert noch de lengte, noch de schuinite van BC en evenmin de hoogte van AB; waaruit men ziet, dat, om eenig ligchaam tegen eenen schroefdraad op te slepen, men dezelfde kracht noodig zal hebben, alsof men het ligchaam tegen een hellend vlak, dat de ontrolde schroefdraad voorstelt, wilde opwerken. Ziedaar dan ook de reden, waarom de schroef als een hellend vlak moet worden beschouwd. Men heeft bij het hellend vlak gevonden, dat de kracht, benoodigd om in eene waterpasfe rigting (zie Fig. 106) eenig ligchaam op dat hellend vlak in rust te houden, zoo groot moest zijn, dat de kracht in rede stond tot den last, als de hoogte van het hellend vlak tot de lengte van de grondlijn; hieruit volgt, dat, om eenig ligchaam door middel van eene waterpasfe kracht op de helling van eenen schroefdraad in evenwigt te houden, de kracht moet staan tot het gewigt van het ligchaam, als de hoogte, dat is de afstand tusschen twee schroefdraden tot de lengte der grondlijn, of, daar deze om de spil van de schroef juist kan geslagen worden, tot den omtrek der spil. Was

alzoo de afstand tusſchen de bovenkanten van twee onmiddellijk op elkander volgende ſchroefdraden 2 duim, en de omtrek van de ſpil, om welke de ſchroefdraad geſlingerd is, 20 duim, dan zou men, ten einde de kracht te vinden, welke vereiſcht wordt om een gewigt van 200 pond op de helling van een' der ſchroefdraden in evenwigt te houden, moeten ſtellen:

De kracht ſtaat tot den laſt, gelijk de hoogte tusſchen de ſchroefdraden tot den omtrek der ſpil.

Dat is:

De kracht ſtaat tot 200 pond, gelijk 2 ſtaat tot 20, of wel:

De kracht moet gelijk zijn aan  $\frac{200}{2}$  of gelijk 20 pond.

Offchoon de ſchroeven, als werktuigen gebezigd, in vele gevallen dienen, om eenig gewigt volgens de helling der ſchroefdraden eene zekere hoogte op te voeren, zoo weet men, aan den anderen kant, dat de gewigten niet onmiddellijk op de draden geplaatſt worden; want dan kon men even zoo goed, en beter, een hellend vlak bezigen; het is juist het groote voordeel, dat de ſchroef boven het hellend vlak heeft, dat bij dezelve het hellend vlak ſlechts eene zeer kleine oppervlakte vereiſcht, en dus het geheele werktuig weinig plaats inneemt. Wordt eene ſchroef als werktuig gebruikt, dan vindt men daarbij tevens de moer; deze is een ſtuk hout, ijzer of koper, naar mate de ſchroef van hout of ijzer is, waarin men op en neder juist de ſlingeringen van den ſchroefdraad, volgens de breedte van denzelven, heeft ingefneden; men kan derhalve zeggen, dat bij de ſchroef (ook wel de *vaar* genoemd) de ſchroefdraden op de oppervlakte van de ſpil, en bij de moer beneden die oppervlakte geſlingerd zijn. Hieruit volgt, dat de ſchroefdraden van de ſchroef juist paſſen in de uitholingen van de moer; als dus de ſchroef vertikaal, zoo als in Fig. 108, ſtaat, en men draait de moer altijd denzelfden weg, zoo zal het gewigt van de moer juist langs de helling der ſchroefdraden naar boven gebracht worden. Heeft men nu aan deze moer nog eenig ligchaam hangen, of heeft men boven op dezelve eenig ligchaam geplaatſt, dan wordt hetzelve

L

ge-

gelijktijdig met de moer volgens de helling der schroefdraden, als tegen een hellend vlak, opgewerkt. Was daarentegen de moer onbewegelijk bevestigd, en werd de schroef denzelfden weg omgedraaid, zoo zou het gewigt van de schroef tegen de helling van den ingesneden' schroefdraad der moer worden opgevoerd, en wanneer op de schroef een gewigt drukte, of, onder aan dezelve, een gewigt opgehangen was, zoo zou ook dit gewigt gelijktijdig met de schroef, als tegen een hellend vlak, worden opgesleept. In beide gevallen blijft de wet voor het evenwigt dezelfde.

Meest altijd wordt de kracht, hetzij om de moer, hetzij om de schroef rond te draaijen, niet onmiddellijk aan den omtrek der kern of spil aangebragt; maar men bezigt daartoe een' of meer windboomen, handspaken of draai-ijzers, welke in gaten, daarvoor in de moer of schroef gehouden, gestoken worden; deze boomen zijn evenwijdig met den grond; de kracht, op dezelve aangebragt, voert deze boomen derhalve waterpas rond; het is daarom, dat men bij de beschouwing van de schroef als hellend vlak de proportie genomen heeft, gevonden voor het geval, wanneer de kracht evenwijdig met de grondlijn werkte. De lengte van de boomen of draai-ijzers moeten voorts nog in rekening gebragt worden; de kracht voor het evenwigt op het uiteinde van dezelve werkende, zal dus zoo veel kleiner zijn, naar mate de hefboom grooter is; in plaats van den omtrek der spil of kern zal men alsnu den omtrek doorloopen, door den windboom of het draai-ijzer in den opgegeven' regel ter bepaling van de kracht te stellen; hierdoor verandert de regel voor het evenwigt in den volgenden: De kracht zal staan tot den last, gelijk de afstand tuschen de bevenkanten van twee onmiddellijk op elkander volgende schroefdraden tot den omtrek des cirkels, welken de hefboom doorloopt.

Hierbij moet men in het oog houden, dat de straal van dezen cirkel gelijk moet genomen worden aan den afstand van het midden der spil van de schroef, tot daar, waar de kracht op den windboom is aangebragt.

Wanneer men als voorbeeld aanneemt, dat de af-



afstand tusfchen de bovenkanten van twee op elkan-  
der volgende fchroefdraden eener fchroef 2 duim is ,  
terwijl de omtrek des cirkels , door den windboom  
doorloopen , 314 duim lengte heeft , en men verder  
ftelt , dat de kracht van een' mensch (waarvoor men  
veilig 30 pond nemen mag) aan den windboom  
werkt , dan wordt de evenredigheid , om uit deze  
gegevens het gewigt te berekenen , dat door zooda-  
nig bezette fchroef in evenwigt zal gehouden wor-  
den , als volgt :

De kracht ftaat tot den last , gelijk de hoogte tot  
den omtrek , of

30 ftaat tot den last , gelijk 2 ftaat tot 314.

Waaruit volgt :

$30 \times 314 = 2 \times \text{den last} , \text{ of}$

de last  $= \frac{30 \times 314}{2} = 15 \times 314 = 4710 \text{ pond.}$

Even als bij het windās en den kaapftander , kan  
men het aantal windboomen of draai-ijzers vermeer-  
deren , en , door op elk van dezelve de kracht van  
een' mensch te doen werken , wordt het gewigt ,  
dat door de krachten in evenwigt gehouden kan  
worden , in dezelfde rede grooter . Uit het boven-  
ftaande voorbeeld blijkt , hoedanig men met eene  
geringe kracht , door middel van de fchroef , een  
aanmerkelijk gewigt in evenwigt kan houden , en  
dat om die reden , daar , waar zeer groote kracht of  
drukking vereischt wordt , de fchroef als werktuig het  
eerst in aanmerking komt . Door de overeenkomst  
van de fchroef met het hellend vlak , is het duidelijk ,  
dat , hoe kleiner de afstand tusfchen de fchroefdra-  
den is , men ook des te meer kracht met dezelve  
kan uitoefenen ; men is gewoon dezen afstand de  
hoogte van den fchroefgang , of ook wel den fpoed  
van de fchroef te noemen , omdat het van deze  
hoogte afhangt , of de last , welke door de fchroef  
opgeligt wordt , langzaam of fpoedig rijzen zal .

De draden der fchroeven , in de ambachten ge-  
bruikt , zijn driehoekig of vierhoekig , waardoor de  
fchroeven in driehoekige of vierhoekige onderscheiden  
worden . Fig. 108 ftelt eene fchroef met vierhoekigen  
en Fig. 109 eene fchroef met driehoekigen draad  
voor . De houten fchroeven , welke men gewoonlijk

L 2

van

van taaije houtsoorten, zoo als ijpen-, eschen-, perenboomenhout, enz. neemt, hebben altijd den vorm van schroeven met driehoekige draden, omdat deze soort voor hout sterker is dan de vierhoekige. Men vindt dezelve aan de schaafbanken en bij de gewone huis- en boekbindersperfen; doch bij de twee laatste bestaat dit onderscheid, dat bij de huispers de moer niet van plaats verandert, en bij de boekbindersperfen de twee schroeven vaststaan, terwijl de moeren bewegelijk zijn en de drukking voortbrengen. De ijzeren en koperen schroeven worden door de schrijnwerkers, timmerlieden, scheepmakers, enz. gedurig gebruikt, om twee zamenstellende deelen hecht en sterk met elkander te verbinden.

De hout- en belegschroeven, welke door de huis-timmerlieden en schrijnwerkers zoo veelvuldig gebruikt worden, zijn veelal van koper genomen; de hout-schroeven, welke eenigzins scherp toelooopen, hebben geene afzonderlijke moer, maar vormen in het hout zelf de moer; het is dan ook voor het indringen, dat dezelve puntig gemaakt zijn; de belegschroeven, daarentegen, hebben moeren en zijn, om die reden, overal even dik; op den kop van beide deze soorten is eene voor gemaakt, ten einde den schroefdraaijer in plaats van een draai-ijzer te gebruiken. Voor zwaardere verbindingen gebruikt men de zoogenaamde schroefbouten; dit zijn bouten, waarop aan het eene einde een schroefdraad gefneden is; door de moer worden alsnu de deelen, door welke de bout heengaat, met eene geduchte kracht tegen elkander gedrukt; terwijl men alsdan voor het omdraaijen de zoogenoemde schroeffleutels, waarvan de vorm genoegzaam bekend is, gebruikt. Deze schroefbouten zijn vooral van belang bij zulke zamenstellingen, welke aan schokken of wringingen onderhevig zijn, daar men bij ontzetting of speling de moeren weder op nieuws vast kan aanschroeven. De moertjes van kleine schroefbouten, zoo als zij bij floop-, hang- en rijtuigwerk voorkomen, worden gewoonlijk slechts met de nijptang vastgedraaid. Al deze schroeven hebben een' driehoekigen draad, en zulks voornamelijk, omdat deze het gemakkelijkst met de snij-ijzers te vervaardigen zijn; men kan echter

ter van deze schroeven die zuiverheid en gelijkheid niet verwachten, welke men bij de schroeven met vierhoekige draden aantreft, die op eene meer werktuigelijke wijze worden vervaardigd.

De schroeven, welke in de ambachten gebruikt worden, om zware lasten op te winden, zoo als het regt stellen van doorgezakte loodsen, huizen, enz. zijn bekend onder den naam van *vijzels*. Deze zijn gewoonlijk van ijzer, draaijende in metalen moeren. De schroefdraden zijn vierhoekig en moeten met de grootste zuiverheid gesneden zijn, terwijl ook tot de sterkte van de vijzel veel zal bijdragen, als er tusschen de schroef en de moer eene zuivere overeenkomst plaats heeft, zoodat de beweging zonder schokken geschiedt.

In de koppen der schroeven van de vijzels zijn twee gaten, waardoor de draai-ijzers gesloten worden; hierdoor moeten de krachten der werkende personen met het rijzen van den last ook hoger aangebragt worden, en dit kan, wanneer de opgewondene hoogte aanmerkelijk wordt, een wezenlijk gebrek genoemd worden. Om die reden heeft men de inrigting dezer vijzels in zooverre veranderd, dat de draai-ijzers aan de moer bevestigd worden, waardoor deze rondgedraaid wordt, zonder in hoogte te winnen; zijnde aan den onderkant met een' baard of kraag voorzien, waardoor gedurende de omdraaijende beweging het opwerken belet wordt; daar nu echter bij het ronddraaijen, hetzij van de moer, hetzij van de schroef, altijd eene van beide in hoogte veranderen moet, zoo blijft door de draaijende beweging der moer de schroef of vijzel rijzen. Deze samenstelling heeft intusschen, zoo als nader zal aangetoond worden, het nadeel van veel meer wrijving en dus verlies van kracht te veroorzaken.

Wanneer men twee of meer gelijke schroeven heeft, dat wil zeggen, aan welke de hoogte der schroefgangen gelijk zijn, dan zullen bij hetzelfde aantal slagen in de rondte, ook dezelfde hoogten door de schroeven doorloopen worden. Hierdoor zijn de schroeven en vijzels bijzonder geschikt, om, op eenigen afstand van elkander geplaatst, geheele samenstellingen gelijkmatig in de hoogte te werken.

Men vindt de toepassing van deze eigenschap der schroeven in vele instrumenten bij het landmeten in gebruik, en wel om aan eenig instrument, op drie pooten staande, een' zuiver waterpassen stand te geven; men doet namelijk het instrument op schroeven rusten, en geeft, door het opschroeven van de eene en het nederfschroeven van de andere, hetzelfde den vereischten stand.

De schroeven, van welke de schroefdraden zeer dicht bij elkander gelegen zijn, worden veel gebruikt, om zeer kleine bewegingen aan lichamen te geven; deze lichamen zijn alsdan gemeenlijk op de moer bevestigd; voorbeelden hiervan vindt men aan den haar- en proportiepasfer, alsmede aan de instrumenten, waar een wijzer op eenen fijn verdeelden rand bewogen wordt. De artilleristen rigten het geschut door middel van de stelschroeven, en hebben hierdoor het voordeel van met weinig kracht eene regelmatige en langzame beweging te kunnen geven.

Al de toepassingen der schroeven op te noemen zou niet wel doenlijk zijn: elk handwerksman ondervindt, in het door hem beoefend wordend ambacht, daarvan het gedurig en verschillend gebruik. Zelfs zijn er slechts weinig gereedschappen, aan welke geene schroeven, hetzij tot verbinding der zamenstellende deelen, hetzij als klemschroeven, om den eens gegeven' stand of de opening te behouden, gevonden worden.

Bij de raderwerken wordt somtijds ook de schroef gebezigd, door de tanden van eenig rad, zoo als in Fig. 110 is voorgesteld, tusschen de schroefdraden van eene liggende schroef te doen vatten; de schroef draait door middel van eene kruk op twee tappen, en voert derhalve, door de schuinte van den schroefdraad het rad voor een gedeelte mede, en wanneer daardoor de tand, welke tusschen de schroefdraden geplaatst is, de schroef verlaat, zoo zal de daarop volgende tand op dezelfde wijze langs de schroefdraden bewogen worden.

Men heeft alzoo hier eigenlijk een zamengesteld werktuig; de verhouding tusschen de kracht en den last moet derhalve eerst als windas berekend, en vervolgens als een gewigt, werkende op de schroef, teruggebragt worden. Daar, door de omdraaiing

van

van de schroef, het rad steeds voortbewogen wordt, zoo wordt eene zoodanig geplaatste schroef eene schroef zonder einde genoemd.

Wanneer een stuk ijzerdraad, dat naar beneden in dikte afneemt, als een schroefdraad om eene rol of een' cilinder geflingerd wordt, en men neemt naderhand, zonder den draad van vorm te doen veranderen, de rol of kern weg, zoo heeft men den gewonen kurketrekker, welks punt, alsmede het kleiner worden van den omtrek der schroefdraden aan den onderkant, dient, om in het ligchaam, waarin dezelve eene moer vormen moet, gemakkelijk in te dringen. Doordien men in staat is de schroeven zuiver in de moeren te doen sluiten, zoo worden dezelve ook veel gebruikt, om zulke openingen te sluiten, waarvan de digtheid van het grootste belang is, en welke van tijd tot tijd moeten geopend worden.

Door eene wig verstaat men in het algemeen een stuk hout of ijzer van eenen vorm, zoo als in Fig. 111 is voorgesteld.  $ABCD$  wordt de *rug* en  $EF$  het *scherp* der wig genoemd; de zijden  $BEFC$  en  $AEDF$  hebben dezelfde schuinte; echter kan men lichamen, welke eenigzins den vorm van eene wig hebben, zonder juist de volkomene gelijkheid aan beide kanten te bezitten, als wig gebruiken.

Wanneer eene wig, zoo als in Fig. 112, tusschen twee lichamen  $R$  en  $S$  wordt ingedrongen door eene kracht  $P$ , op den rug der wig werkende, dan is de uitwerking van deze drukking op de lichamen  $R$  en  $S$  door het reeds verhandelde gemakkelijk te vinden. De kracht  $P$  wordt bij  $e$  en  $f$  overgebracht op de lichamen  $R$  en  $S$ ; wanneer nu deze lichamen niet van elkander kunnen schuiven, wordt de kracht  $P$  vernietigd door drukkingen tegen de zijden  $AC$  en  $BC$  van de wig. Voor het evenwigt moeten (zoo als bij de drukking op platte vlakken aangetoond is) de drukkingen loodrecht op de zijden aangebracht worden; derhalve zullen de loodlijnen  $ED$  en  $FD$  de rigtingen van de drukking tegen de zijden der wig voorstellen. Als dus de lijn  $DG$  in lengte de grootte van de drukking of kracht  $P$  aanwijst, zoo zullen, wanneer het parallellogram

$L 4$

$DEGF$

DEGF getrokken wordt, de lijnen DE en DF de uitwerkwelen van de kracht P in rigting en grootte doen kennen. Daar de zijden AC en BC dezelfde helling hebben, zullen de krachten DE en DF even groot zijn; waren de hellingen verschillend, dan zouden ook de drukkingen ongelijk gevonden zijn. Verder is het duidelijk, dat, hoe scherper de wig is, des te grooter de drukkingen DE en DF voor dezelfde kracht P zullen zijn; want hoe scherper de wig gemaakt ware, des te stomper zou de hoek EDF worden; immers, bij het parallelogram van krachten is bij herhaling opgemerkt, dat de meerdere stomphoed van dien hoek de lengte der zijden van het parallelogram bevorderde. Waren de lichamen R en S los voorondersteld, zoo zou men kunnen vragen, met welk eene kracht deze lichamen door de wig van elkander gescheiden worden? Om dit na te gaan, merke men op, dat de krachten DE en DF, in eene schuine rigting op de lichamen werkende, eene zekere vertikale drukking op dezelve uitoefenen, waardoor de kracht, met welke dezelve vaneengescheiden worden, verminderen moet. Het parallelogram der krachten zal ook hier wederom leeren, deze krachten van elkander te onderscheiden, en, daar de figuur aan beide zijden op dezelfde wijze ingerigt is, zal men het hier enkel voor de kracht DE onderzoeken. Wanneer de lijn eH gelijk de lijn DE gesteld is, kan men eH voor de kracht DE nemen, daar men dezelfde rigting behouden heeft; verder eH als diagonaal van een parallelogram beschouwende, waarvan eN, die waterpas en eM, welke vertikaal geteekend is, de zijden zijn, zoo zullen de krachten eN en eM hetzelfde vermogen te weeg brengen als de kracht eH of DE. De kracht eM wordt door het vlak, waarop de lichamen R en S staan, vernietigd, doch het ligchaam R zal met eene kracht eN weggescheiden worden. Op zoodanige wijze zou men dus door middel van eene zeer scherpe wig twee lichamen of de deelen van hetzelfde ligchaam van elkander kunnen drukken, wringen of splijten; slechts zeer zelden echter wordt de wig door eene enkele drukking op den rug als werktuig gebruikt; veeltijds doet men de meeste kracht met de wig, wan-

wanneer deze snel bewogen, of door hamerslagen (welke men hier niet wel bij drukkingen of krachten kan vergelijken) onder of in eenig ligchaam gedrongen wordt. Het is om die reden, dat over de bepaling der kracht, met eene wig voortgebragt, niet verder zal gehandeld worden; alleen kan het dienstig zijn in het kort hierbij op te geven, op welke wijze de wiggen in de ambachten voorkomen.

De bijl, het mes, de zaag, de kanten der schaaf- en kaauwbeitels, kloofijzers, kalefaatijzers, klamaai-ijzers en zoo vele anderen, zijn alle wiggen; waarbij men zal opmerken, dat de gereedschappen, welke op metalen, zoo als ijzer, koper, enz. gebruikt worden, stomper zijn, dan die, welke voor houtsoorten dienen. Verder gebruiken de scheepstimmerlieden wiggen voor het splijten van houten nagels, om daardoor deze sterk tegen de kanten van het geboorde gat te drukken; ook worden de wiggen veel onder een' anderen dan den hier beschreven' vorm gebruikt; alle lichamen, welke den vorm van piramiden of kegels hebben, kunnen als wiggen gebezigd worden; vandaar het gebruik der kleine vierhoekige piramiden, bij de scheepstimmerlieden onder den naam van *pluggen* bekend; voorts zijn de punten van alle spijkers en draadnagels wiggen; hetzelfde kan men zeggen van de punten der spelden en naalden, en in het algemeen van alle lichamen, welke dienen om met eenige kracht tuschen of in andere lichamen gedreven te worden. De timmerlieden maken veel gebruik van eene soort van wig, waarvan de eene kant horizontaal en de andere kant schuin afloopt; dezelve zijn bekend onder den naam van *keggen*; het zijn derhalve niet anders dan hellende vlakken, welke, met kracht ergens tuschen geslagen wordende, dienen, hetzij om zware lichamen eenigzins in de hoogte te ligten, hetzij om lichamen waterpas te stellen, hetzij, eindelijk, om twee lichamen sterk tegen elkander te drukken. Soms worden twee zulke keggen op elkander geplaatst, terwijl men van beide zijden tegen de ruggen derzelve slaat. Aan zoodanig geplaatste keggen geeft men ook wel den naam van stootkeggen.

Van ijzer worden de keggen nog menigvuldiger  
L 5 ge-

gebruikt, doch zijn alsdan bekend onder den naam van *spiën*. De spiën worden dikwijls gebezigd om ijzeren banden sterk aan te halen, en met de spieën spijlbouten worden de zamenstellende deelen van vele lichamen hecht en sterk met elkander verbonden; dezelve zijn echter in de meeste gevallen niet zoo goed als de schroefbouten.

Men gebruikt in vele werktuigen ook dubbele spiën, welke, even als bij de keggen gezegd is, tegen elkander in geslagen worden. Het gebruik der keggen en spiën bij de molenwerken is algemeen bekend; dezelve dienen daar meestal tot opsluiting en vastzetting der raderen en rondfels, om de asfen en de roeden in de as.

#### OVER DE WRIJVING.

Bij de afgehandelde beschouwing der werktuigen heeft men, zoo als daarbij is opgemerkt, de vlakken als volkomen glad en de touwen als geheel buigbaar aangenomen, en men zou, indien de werktuigen enkel gebezigd werden, om groote gewigten in rust of evenwigt te houden, zich met het gezegde over de wetten van het evenwigt kunnen tevreden stellen. De werktuigen dienen echter in de ambachten meer om wezenlijke beweging voort te brengen, dan wel om evenwigt te maken, en daar er omstandigheden bestaan, welke voordeelig voor de rust, doch nadeelig voor de beweging zijn, mogen wij deze niet over het hoofd zien, maar moeten wij, na de beschouwing van hare oorzaken en uitwerkfelen, derzelver invloed op de verschillende werktuigen onderzoeken.

Wanneer eenig ligchaam op een vlak in rust is en er wordt eene kracht op hetzelfde aangebragt, dan zal, overeenkomstig het vroeger geleerde, het evenwigt verbroken zijn, en het ligchaam volgens de rigting der kracht voortgaan; dat dit echter niet altijd geschiedt, ondervindt men dagelijks; men moet vele menschen gebruiken, om een zwaar stuk hout voort te slepen, en gebruikt de kracht van paarden, omdat menschenkrachten dikwijls te kort schieten. Uit een en ander volgt, dat de krachten eerst eene

ze-



zekere grootte moeten hebben, alvorens men het bestaan derzelve uit de beweging bespeuren kan, en men zou dus bijna geneigd zijn te denken, dat al het vroeger geleerde, als door de uitkomsten niet bevestigd wordende, van geene waarde is. De oorzaak van deze schijnbare tegenstrijdigheid moet echter niet bij de krachten, of bij de leer van het evenwigt gezocht worden, maar ontstaat door de zoogenaamde wrijving.

De oppervlakken van alle lichamen zijn als bezaaid met kleine oneffenheden, en al zijn dezelve voor het oog dikwijls verborgen, kan men echter het bestaan daarvan daarom niet in twijfel trekken. Door het gladwerken, polijsten, schuren, enz. kan men deze ongelijkheden veel verminderen, doch nooit geheel wegnemen; en wordt nu eenig ligchaam over een ander ligchaam bewogen, zoo vatten deze ongelijkheden, die men als kleine tandjes kan aanmerken, door het gewigt van het ligchaam gedrukt, in elkander, verbreken elkander of buigen om, naar mate de stof is, waaruit de lichamen bestaan; geschiedt geen van beide, dan kan men zich voorstellen, dat, gedurende de beweging der lichamen over elkander, de uitstekende gedeelten van het eene vatten in de holligheden van het andere, en er moet dus eene gedurige rijzing en daling in het ligchaam, dat bewogen wordt, plaats hebben. De hierboven opgenoemde oorzaken werken alzoo elke beweging tegen; er wordt derhalve kracht vereischt, om dezen tegenstand te overwinnen, en zie daar de reden, waarom het geleerde bij het evenwigt schijnbaar door de ondervinding tegengeproken wordt. De tegenstand, welke overwonnen moet worden, is in de Werktuigkunde onder den naam van *wrijving* bekend.

Offchoon men dagelijks de nadeelen der wrijving opmerkt, zijn echter de voordeelen, aan dezelve verknocht, veel grooter. Zonder wrijving zou de beweging van menschen en dieren uiterst moeilijk zijn; de ondervinding leert reeds hoe ongemakkelijk het gaan over het ijs is; bestond er geene wrijving, dan zou het onmogelijk zijn, immer tegen een hellend vlak op te loopen; men zou geene gereedschappen kunnen gebruiken, want de-

dezelve zouden uit de handen vallen. Ieder gebruikt in de kunsten en ambachten de wrijving gedurig tot zijn voordeel. Het gebruik van vijlen, zagen, het schuren, polijsten en in het algemeen het geven van bepaalde vormen aan alle lichamen, geschiedt door de wrijving.

De nadeelen der wrijving worden dan ook het meest ondervonden in de werktuigen, die dienen, om beweging aan lichamen mede te deelen; doch aan den anderen kant geeft de wrijving in het gebruik der werktuigen weder vele voordeelen.

De molenaar stremt den gang des molens door den zoogenoemden *vang*, waarvan de werking geheel door de wrijving van een gedeelte van eenen houten cirkel over eenen houten cirkel plaats heeft. Dergelijke vangen worden in alle groote werktuigen gebezigd, om één' mensch in staat te stellen, het geduchte vermogen der werktuigen tegen te gaan. Het is almede aan de wrijving toe te schrijven, dat door middel van koorden, pezen of riemen de beweging van een rad aan een ander wordt medege-deeld; het is ook voor een groot gedeelte door de wrijving, dat slechts één man bij den kaapstander noodig is, om, al worden ook nog zulke zware gewigten bewogen, het touw vóór te houden, en zoo zal men overal, zelfs in de Werktuigkunde, de voordeelen der wrijving kunnen waarderen.

Men onderscheidt twee voorname soorten van wrijving, te weten, de *slepende* en de *rollende* wrijving. Een paar voorbeelden zullen het onderscheid in deze twee soorten van wrijving dadelijk in het oog doen vallen. Om een groot stuk steen over den grond voort te slepen, moet men veel kracht aanwenden, en het is om die reden, dat men zulke stukken op rollen plaatst, als wanneer de beweging veel gemakkelijker gaat; de oorzaak hiervan is, dat de slepende wrijving veel meer is dan de rollende. Men plaatst tafels, ledekanten, enz. op rollen, om dezelve daardoor gemakkelijk te verplaatsen. Wanneer een rijtuig eene steile af moet, dan zet men de wielen vast, waardoor de rollende wrijving in eene slepende veranderd en de tegenstand grooter gemaakt wordt. Men kan in het verschil dezer twee soorten van wrijving ook de reden vinden, waarom een

een paard veel meer gewigt kan trekken op eenen wagen dan op eene slede.

Het belang, hetwelk men in de Werktuigkunde heeft, om de grootte der wrijving juist te kennen, heeft aanleiding gegeven, dat verschillende Geleerden zich verdienstelijk gemaakt hebben, met daaromtrent proeven te nemen; voor de beste proeven worden gehouden die, door den beroemden Nederlandschen Geleerde MUSSCHENBROEK en den Franschen Geleerde COULOMB genomen. Uit deze proeven is gebleken, dat de wrijving afhangt van de soort van lichamen, die over elkander bewogen worden. Zoo zal een stuk eikenhout, gesleept over dennenhout, eene andere wrijving geven, dan wanneer hetzelfde stuk eikenhout over eikenhout of ijzer gesleept ware. Ook zal men verschil in de wrijving ontwaren, naar mate de draden van het hout in dezelfde, dan wel in eene elkander kruisende rigting geplaatst zijn. Verder wordt, zoo als door de ondervinding bekend is, de wrijving verminderd door de lichamen te smeren met vet, olie, potlood, enz.

Wanneer een ligchaam in rust is, zal de kracht, benoodigd om de wrijving te overwinnen, en derhalve het ligchaam van den staat der rust tot dien der beweging over te brengen, grooter zijn in het begin der beweging, dan gedurende het vervolg. Dit wordt telkens ondervonden; wij zien een paard, voor eene slede gespannen, al zijne krachten inspannen, om, zoo als men het noemt, aan te leggen, en de eerste beweging aan de bevrachte slede te geven; daarna is die inspanning minder. Bij het opwinden van vaartuigen op sleeophellingen, weet men, bij ervaring, dat het veel meer moeite kost de beweging te beginnen, dan wel vol te houden.

De reden van de meerdere wrijving bij het begin, in vergelijking met die bij het vervolg der beweging, moet men eensdeels daarin zoeken, dat, door den voorafgegaan staat van rust, de uitstekende deeltjes van het eene ligchaam meer gevat hebben in de holligheden van het andere ligchaam; voorts heeft men, naar mate de uitgebreidheid der rakende oppervlakte, ook nog den onderlingen zamenhang of aankleving te overwinnen, terwijl

ein-

eindelijk de traagheid van het ligchaam alle beweging tegenwerkt.

De genomene proeven hebben verder aangetoond, dat, onder dezelfde omstandigheden, de wrijving evenredig is met de drukking; waarmede bedoeld wordt, dat, wanneer, om de wrijving van eenig ligchaam te overwinnen, eene kracht van 50 pond noodig is, dan ook, wanneer het ligchaam tweemaal zoo zwaar ware, er tweemaal zoo veel kracht, dat is 100 pond, noodig zal zijn, om in dit geval de wrijving te boven te komen.

De hier volgende tafels zullen de wrijving van de voornaamste in de ambachten voorkomende ligchamen aantoonen, en zijn volgens de proeven van COULOMB genomen. Het is door het boven gezegde noodzakelijk geworden, om voor de slepende wrijving twee waarden te geven; de eene zal men vinden onder den naam van *slepende wrijving der rust*, de andere onder dien van *slepende wrijving der beweging*. Voor de draaijende wrijving zou men, strikt genomen, hetzelfde in acht moeten nemen; doch daar het verschil bij die soort van wrijving voor de rust en de beweging zeer gering is, heeft men dit achterwege gelaten.

EERSTE TAFEL. SLEPENDE WRIJVING.

NAMEN DER WRIJVENDE LIGCHAMEN.	Wrijving der rust.			Wrijving der beweging.		
	Droog langdrands.	Met vet gesmeerd.	Droog dwarsdrands.	Droog langdrands.	Met vet gesmeerd.	Droog dwarsdrands.
Eikenhout op eikenhout .	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$
Greenenhout op greenenhout	$\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{1}{5}$	—	—
Ijpenhout op ijpenhout .	$\frac{1}{3}$	—	—	$\frac{1}{5}$	—	—
Eikenhout op greenenhout	$\frac{1}{3}$	—	—	$\frac{1}{5}$	—	—
Ijzer op ijzer . . . .	$\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{1}{5}$	—	—
Koper op ijzer . . . .	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	—	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	—
Ijzer op eikenhout . .	$\frac{1}{8}$	—	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$
Koper op eikenhout . .	$\frac{1}{11}$	—	—	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	—
Hout over harden steen .	$\frac{3}{4}$	—	—	—	—	—

In

In de volgende tafel moet men de draaijende wrijving niet met de rollende verwarren. Door draaijende wrijving wordt daar verstaan de wrijving, die eene spil of as in de potten of halzen maakt; de asfen draaijen dus wel, doch veranderen niet van plaats. Voor de rollende wrijving zijn slechts weinige uitkomsten van proeven met zekerheid bekend.

TWEDE TAFEL. DRAAIJENDE WRIJVING.

N A M E N DER WRIJVENDE LICCHAMEN.	Droog.	Met vet geïnedeerd.	Met olie geïnedeerd.	Met afgewerkt vet.
Winter-eiken- op pokhout . . .	—	$\frac{1}{30}$	—	$\frac{1}{17}$
Winter-eiken- op ijpenhout . .	—	$\frac{1}{33}$	—	$\frac{1}{30}$
Palmhout op pokhout . . . .	—	$\frac{1}{33}$	—	$\frac{1}{14}$
Palmhout op ijpenhout . . . .	—	$\frac{1}{30}$	—	$\frac{1}{30}$
Koper op ijzer . . . . .	$\frac{2}{13}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{2}{15}$
Ijzer op pokhout . . . . .	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	—	—

De breuken, in beide de tafels opgegeven, duiden aan, dat men een zooveelste gedeelte van de drukking moet nemen als kracht, om de wrijving te overwinnen. Alvorens men nu overgaat, om deze drukking bij de voornaamste werktuigen te onderzoeken, en aldus de wrijving in rekening te brengen, zal het noodig zijn, het een en ander uit de opgegevene breuken, die in de tafels voorkomen, door deze onderling te vergelijken, te doen opmerken.

Wanneer men nagaat, dat in de eerste tafel opgegeven is voor de wrijving der rust voor eikenhout over eikenhout  $\frac{2}{7}$  van de drukking, en voor ijzer over eikenhout  $\frac{1}{3}$  van de drukking, zoo is het duidelijk, dat het, b. v., bij sleephellingen van belang kan geoordeeld worden, om in den onderkant der slede ijzeren scheenen in te laten, ten einde daardoor de wrijving te verminderen; doch aan den anderen kant moet men ook de wrijving der beweging raadplegen; en die tafel wordt gevonden voor eikenhout

over

over eikenhout  $\frac{1}{5}$  van de drukking, en voor ijzer over eikenhout  $\frac{1}{6}$  van de drukking; het groote verschil wordt dus bij de beweging geheel weggenomen, en het zal alzoo voordeeliger zijn eikenhout over eikenhout in het boven opgegevene geval te bezigen. Kan men de draden elkander doen kruisen, dan ziet men in de tafel, dat eikenhout over eikenhout nog minder wrijving geeft. Dit zou te pas kunnen komen, wanneer molens, koepels, enz. verplaatst moesten worden, alsmede bij het bezigen van stootkeggen. Voorts ziet men, van hoe veel belang het is, om bij het inrammen van bouten de slede met vet te smeren, daar men, volgens de tafel, gedurende de beweging slechts  $\frac{1}{33}$  van de drukking voor de wrijving vindt.

Indien men de tafel voor de draaijende wrijving raadpleegt, ziet men uit de breuken, in de vierde kolom voorkomende, van hoe veel belang het is, om, van welke foort de wrijvende lichamen ook zijn, dezelve van tijd tot tijd versch te smeren; want door afgewerkt vet wordt verstaan zulk vet, waarmede de lichamen reeds eenigen tijd over elkander geloopt hebben. Vergelijkt men de breuken, welke voor koper op ijzer in de tweede en derde kolom voorkomen, zoo blijkt het, dat vet voordeeliger is voor de wrijving dan olie. Over het algemeen zal men ontwaren, dat harde houtsoorten, over elkander bewogen, minder wrijving geven dan metalen over elkander; het zal derhalve voordeeliger zijn, om in de blokken, gelijk trouwens veel geschiedt, b. v. pokhouten schijven over azijnhouten of paardevleesch-houten nagels te doen draaijen. Men bezigt echter tegenwoordig bij ijzeren bloknagels dikwijls koperen bossen in de pokhouten schijven, hetwelk dus, uitgemaakt, voor de wrijving nadeelig is; men moet alzoo de reden, om welke ijzeren bloknagels en koperen bossen gebruikt worden, meer zoeken in de meerdere sterkte en de mindere uitslijting.

Bij alle groote werktuigen vindt men ijzeren asfen, draaijende in koperen kommen, niettegenstaande de wrijving hierdoor bijna driemaal grooter wordt, dan wanneer de ijzeren asfen in harde houten halzen werkten. De reden hiervan is mede, dat

dat men daardoor meerdere duurzaamheid aan de werktuigen tracht te geven. Proeven hebben echter bewezen, dat ijzeren asfen, draaijende in azijnhouten kommen, welk azijnhout te voren in olie gekookt was, behalve het voordeel van mindere wrijving, daarenboven het voordeel van mindere uitlijting opleveren.

Door de opgegevene tafels en de tafel voor de soortelijke gewigten, in het begin van dit Leerboek te vinden, is men in staat, om de wrijving te vinden voor de meeste lichamen, wanneer deze over platte vlakken moeten gesleept worden. Als voorbeeld kan gevraagd worden, hoe veel kracht men moet aanwenden, om eenen eiken balk van 10 el lengte, 0,5 el breedte en 0,6 el hoogte over eenen eiken vloer te slepen, wanneer de balk langdraads met den vloer gelegd is? De inhoud des balks wordt, zoo als in de *Volks-Meetskunde* aangetoond is, gevonden door het produkt te nemen van de lengte, breedte en hoogte, dat is het produkt van  $10 \times 0,5 \times 0,6$ , waardoor men voor den inhoud vindt 3 kubiek-ellen. Het soortelijk gewigt van eikenhout is opgegeven gelijk te zijn aan 0,99, dat wil zeggen, dat elke kubiek-palm nat eikenhout 0,99 Nederlandsche ponden weegt; daar nu eene kubiek-el 1000 kubiek-palmen bevat, zoo is het gewigt van eene kubiek-el van dat hout 990 Nederlandsche ponden, en derhalve weegt de voorgestelde balk  $3 \times 990$ , dat is 2970 Nederlandsche ponden. Het geheele gewigt van den balk drukt op den eikenhouten vloer; derhalve is hier de drukking gelijk aan het gewigt; om de wrijving te overwinnen, moet, volgens de eerste tafel,  $\frac{3}{5}$  van de drukking als kracht genomen worden, en hierom zal de kracht, om dezen balk voort te slepen, grooter dan  $\frac{3}{5}$  van 2970 Nederlandsche ponden, dat is, grooter dan 1273 pond genomen moeten worden; doch is de balk eenmaal in beweging, zoo is de kracht, om de wrijving te overwinnen, slechts  $\frac{2}{5}$  van 2970 Nederlandsche ponden, dat is, gelijk 330 Nederlandsche ponden; de kracht voor de verdere beweging behoeft dus slechts grooter dan 330 Nederlandsche ponden te zijn. Voor het gemakkelijk voortslepen is het alzoo van belang, om de strooken hout, welke men daartoe op den

M

grond

grond plaatst, van eiken- en niet van dennen- of greenenhout te nemen, daar dit meerdere wrijving geeft.

*Over den invloed der wrijving op  
de werktuigen.*

Uit het gezegde over de wrijving volgt, dat, waar drukking is, ook wrijving plaats heeft. Bij het gebruik van alle werktuigen veroorzaakt de last en de kracht, om met dien last evenwigt te maken, eenige drukking, en derhalve ook eenige wrijving, welke wrijving elke beweging tegenwerkt.

Om alzoo de juiste uitwerking van eenig werktuig te berekenen, moet men de kracht, die noodig is om de wrijving te overwinnen, voegen bij de kracht, welke vereischt wordt, om met eenen of anderen last evenwigt te maken, en wordt dan op het werktuig eene kracht aangebragt, grooter dan de twee opgenoemde krachten te zamen, zoo zal er beweging komen.

Wanneer, om dit door een voorbeeld op te helderen, een gewigt van 500 pond aan een touw gehangen en dit touw over eene katrolschijf geslagen ware, zou men voor het evenwigt aan het andere einde van het touw eene kracht van 500 pond moeten aanbrengen; doch wanneer de wrijving op de spil der schijf door de kracht en den last eens 20 pond ware, zou men, bij de kracht van 500 pond, nog eene kracht van 20 pond kunnen aanhangen, of de kracht van 500 pond met 20 pond kunnen verminderen, zonder dat het evenwigt verbroken werd. Door de wrijving zou men derhalve in dit geval met eene kracht van 480 pond eenen last van 500 pond over eene vaste katrolschijf in evenwigt kunnen houden; wilde men echter door eene kracht den last van 500 ponden naar boven brengen, zoo moest de kracht zeker grooter dan 520 pond genomen worden. De wrijving is dus in alle werktuigen even zoo voordeelig voor de rust, als nadeelig voor de beweging.

De opgegevene tafels voor de wrijving kunnen van geene dienst zijn, ten zij men de grootte van de



de drukking wete. De grootte van de drukking, als de last, de kracht en het gewigt van het werktuig bekend zijn, kan bij het eene werktuig gemakkelijker dan bij het andere gevonden worden; doch de werktuigen, waarbij de drukking het moeilijkste te berekenen is, zijn dikwijls dezulke, welke, hetzij weinig in de ambachten gebruikt worden, of waarin de kennis der waarde van de wrijving van weinig belang is.

Om die reden zal men in dit Lees- en Leerboek niet spreken over de wrijving bij den hefboom, daar dit in het dagelijksch leven van weinig belang kan geacht worden; maar alleen den weg aanwijzen, hoedanig de wrijving moet berekend worden bij het hellend vlak, de schroef en de katrollen of takels, daar toch deze werktuigen bij het verplaatsen van groote gewigten het meest in aanmerking komen.

*Over het bepalen der grootte van de wrijving  
bij het hellend vlak.*

Om dit te onderzoeken zal men aannemen, dat P (Fig. 113) eene masfa ijzer zij, wegende 200 Nederl. ponden, welke tegen het hellend vlak AC moet worden opgetrokken door eene kracht, waarvan de rigting evenwijdig aan het hellend vlak is. Het gewigt van het stuk ijzer werkt vertikaal naar beneden, en ten einde dit gewigt door de lengte van eene lijn voor te stellen, zal men voor elke 100 pond een' duim lengte nemen, zoodat zD gelijk 2 duim het gewigt voorstelt. Wanneer nu het parallelogram zEDF zoodanig geteekend wordt, dat zE loodregt op en zF evenwijdig aan het hellend vlak loopt, dan is het duidelijk, dat de krachten zE en zF voor het gewigt zD kunnen in de plaats gesteld worden, en dat het vlak AC door de kracht zE gedrukt wordt; de lijn zE met den pasfer metende, zal men 19 streep vinden; elke streep lengte 10 ponden krachts voorstellende, zoo heeft men voor de kracht zE of de drukking op het vlak  $10 \times 19$  dat is 190 pond. Is derhalve het

M 2 vlak

vlak A B van eikenhout, dan moet men in de tafel voor de *slepende wrijving der rust* zoeken, welke breuk voor ijzer over eikenhout aangeteekend staat; deze breuk  $\frac{1}{3}$  zijnde, wil dit zeggen, dat  $\frac{1}{3}$  van de drukking de grootte der wrijving zal aantoonen;  $\frac{1}{3}$  van 190 pond is gelijk 38 pond, derhalve is de wrijving van het stuk ijzer van 200 pond op het zoodanig geplaatste hellend eikenhouten vlak = 38 pond, en moet er alzoo, om die wrijving te overwinnen, eene kracht van 38 pond, in de rigting van het hellend vlak, aangebragt worden. De lengte van z F zal gelijk 7 streep gevonden worden; de kracht z F is derhalve gelijk  $7 \times 10$ , dat is gelijk 70 Nederl. ponden; zal dus het stuk ijzer tegen het hellend vlak opgetrokken worden, zoo moet *en* de kracht van 70 pond, *en* de wrijving van 38 pond overwonnen worden; de som dezer krachten is gelijk 108 pond; waaruit volgt, dat men eene kracht grooter dan 108 pond in de rigting z K zal moeten aanbrengen, om de masfa ijzer naar boven te slepen, doch slechts eene kracht van 32 pond noodig is, om het ijzer het afglijden te beletten, aangezien de 38 pond wrijving reeds medewerkt, om dit tegen te gaan. Hieruit kan dan nu ook verklaard worden, waarom lichamen, zonder af te glijden, op hellende vlakken in rust kunnen blijven; want zoodra de wrijving grooter is dan de kracht z F, bestaat er geene reden, waarom het ligchaam zich naar beneden zou begeben.

Offchoon men gevonden heeft, dat, ten einde het stuk ijzer in beweging tegen het hellend vlak te brengen, er eene kracht grooter dan 108 pond vereischt werd, zal echter die kracht, wanneer het ligchaam eens in beweging is, niet zoo groot behoeven te zijn; in de tafel voor de *slepende wrijving der beweging* wordt voor ijzer over eikenhout  $\frac{1}{5}$  van de drukking gevonden; de wrijving wordt dus  $\frac{1}{5}$  van 190 dat is  $31\frac{2}{5}$  pond; gedurende de beweging behoeft alzoo de kracht slechts grooter dan  $101\frac{2}{5}$  pond te zijn.

Wanneer gevraagd werd, om, met inachtneming der wrijving, de grootte van de kracht P D te bepalen, die vereischt wordt, om, zoo als in Fig. 114, eenig

eenig gewigt  $P$  op een hellend vlak in evenwigt te houden, indien de rigting van de kracht  $PD$  evenwijdig met de grondlijn  $MN$  is, zoo ziet men, bij eene oplettende beschouwing der figuur, duidelijk, dat de kracht  $PD$  het ligchaam  $P$  met een zeker vermogen tegen het vlak  $MO$  aandrukt; hierdoor wordt de drukking op het vlak  $MO$ , en dus ook de wrijving als een gevolg van dezelve vermeerderd, of wel, men zal hier twee wrijvingen te overwinnen hebben: de eene, welke door de drukking  $PC$  van het ligchaam  $P$  op het vlak ontstaat, en de tweede, welke geboren wordt door de drukking, die de kracht  $PD$  op het vlak  $MO$  uitoefent. Men heeft bij het evenwigt op het hellend vlak reeds gezien, dat de kracht, benoodigd om een ligchaam in de rigting van de grondlijn op het vlak in evenwigt te houden, grooter was dan de kracht, tot hetzelfde einde gebezigd, doch waarvan de rigting evenwijdig aan het hellend vlak was, en daaruit heeft men alstoen befloten, dat het altijd verkieslijk was, om de rigting van de kracht evenwijdig aan het hellend vlak te nemen, en men zou hetgene over de wrijving op het hellend vlak hierboven gezegd is, als genoegzaam voor het doel van dit Lees- en Leerboek kunnen aanmerken, indien de bepaling van de wrijving bij de schroef niet in een onmiddellijk verband stond met de bepaling van de grootte der kracht  $PD$ , als de wrijving in aanmerking genomen wordt. Het hier volgende zal dus voor de minder geoefenden welligt niet zoo duidelijk zijn, en dezulke zullen zich dus met de toepassing der uitkomst moeten vergenoegen, terwijl anderen, die eenige vorderingen in de Reken- en Meetkunde gemaakt hebben, zonder moeite de ontwikkeling zullen kunnen volgen.

Indien (Fig. 114) de lengte der lijn  $PB$  het gewigt van het ligchaam  $P$  en de lengte der lijn  $PD$  de grootte der kracht voorstellen, welke bij de minste vermeerdering het ligchaam tegen het hellend vlak zou opslepen, dan kan men, zoo als in Fig. 113 ook reeds gedaan is, voor de kracht  $PB$  de krachten  $PA$  en  $PC$ , en voor de kracht  $PD$  de krachten  $PF$  en  $PE$  in de plaats stellen. Van deze vier krachten zijn  $PC$  en  $PE$  drukkende krachten,

M 3

wel-

welke dus beide wrijving veroorzaken. Nam men aan, dat het ligchaam en het hellend vlak beide van *eikenhout* waren, dan zou men voor de wrijving, volgens de tafel, aanwijzende de wrijving der rust,  $\frac{1}{3}$  van de drukking vinden; derhalve zijn de twee wrijvingen  $\frac{1}{3}$  PC en  $\frac{1}{3}$  PE, welke wrijvingen het opkleven van het gewigt P volgens de rigting van het hellend vlak tegenwerken, en alzoo gevoegd moeten worden bij de kracht PA, wanneer men de juiste grootte der kracht PF, welke de krachten PA,  $\frac{1}{3}$  PC en  $\frac{1}{3}$  PE bij de minste vermeerdering overwinnen moet, wilde bepalen. Worden dus de krachten PA,  $\frac{1}{3}$  PC en  $\frac{1}{3}$  PE naast elkander op eene lijn geplaatst, dan zal de kracht PF juist zoo lang moeten zijn als deze lijn; dit drukt men gewoonlijk uit door te schrijven:  $PF = AP + \frac{1}{3} PC + \frac{1}{3} PE$ . Men weet alzoo, hoe groot PF moet zijn, en er blijft alsnu nog overig, hieruit de grootte van de kracht PD af te leiden. Wanneer men, met den pasfer of het zweetje, de hoeken van de driehoeken PBC, PED en MNO opnam, zou men zien, dat al deze opgenoemde driehoeken dezelfde hoeken hebben; alle hebben derhalve, hoewel de eene kleiner dan de andere is, denzelfden vorm, dat wil zeggen: de zijden of lijnen, waaruit elke der driehoeken is zamengesteld, hebben dezelfde verhouding tot elkander. Deelde men dus AP door PB, of PE door PD, of wel, ON door OM, zoo zou men dezelfde uitkomst verkrijgen; op dezelfde wijze zal men zien, dat wanneer PC door PB, of PF door PD, of wel MN door OM gedeeld werd, de uitkomsten dezelfde zullen zijn. Men kan zich hiervan, als de figuur zuiver geteekend is, door meting overtuigen. Wanneer men de boven opgenoemde gelijke quotiënten bij elkander schrijft, heeft men  $\frac{AP}{PB}$  gelijk  $\frac{ON}{OM}$  en  $\frac{PE}{PD}$  gelijk  $\frac{ON}{OM}$ ; maar PB is het gewigt G, en PD de kracht K; derhalve is AP gelijk  $\frac{ON}{OM} \times G$  en PE gelijk  $\frac{ON}{OM} \times K$ . Verder heeft men nog

bo-

boven aangegeven, dat  $\frac{PC}{PB}$  gelijk  $\frac{MN}{OM}$  en  $\frac{PF}{PD}$  gelijk  $\frac{MN}{OM}$  was; alzoo is ook hier  $PC$  gelijk  $\frac{MN}{OM} \times G$  en  $PF$  gelijk  $\frac{MN}{OM} \times K$ . Daar nu  $PF$  gelijk moet zijn aan  $AP$  opgeteld met  $\frac{2}{3} PC$  en met  $\frac{2}{3} PE$ , zoo zal men ook vinden, dat  $\frac{MN}{OM} \times K$  gelijk moet zijn aan  $\frac{ON}{OM} \times G$  opgeteld met  $\frac{2}{3} \frac{MN}{OM} \times G$  en met  $\frac{2}{3} \frac{ON}{OM} \times K$ , hetwelk dus geschreven wordt:

$$\frac{MN}{OM} \times K = \frac{ON}{OM} \times G + \frac{2}{3} \frac{MN}{OM} \times G + \frac{2}{3} \frac{ON}{OM} \times K.$$

Waaruit door de Stelkunst verkregen wordt:

$$K = \frac{ON + \frac{2}{3} MN}{MN - \frac{2}{3} ON} \times G.$$

Hierin is  $ON$  de hoogte van het hellend vlak,  $MN$  de lengte van de grondlijn en  $G$  het gewigt van het ligchaam; al deze lijnen kunnen gemeten en derhalve ook de grootte van de kracht  $K$  of  $PD$  gevonden worden.

Men moet hierbij vooral opmerken, dat het  $\frac{2}{3}$  alleen geldt voor eikenhout over eikenhout; had men eikenhout over dennenhout, of eikenhout over ijzer, zoo zou men, in plaats van  $\frac{2}{3}$ , de breuk moeten nemen, die de tafel aangeeft. Tot opheldering en voornamelijk tot aanwijzing, hoedanig de gevondene waarde van  $K$  toegepast moet worden, zullen wij een paar voorbeelden berekenen.

Ten einde het verschil en de uitkomsten te kunnen vergelijken, zal men hetzelfde voorbeeld nemen, dat in Fig. 113 wordt voorgesteld.  $G$  is derhalve gelijk het gewigt van het stuk ijzer, dat is 200 Nederl. ponden,  $ON$  is in Fig. 113.  $BC$  en  $MN$

M 4

wordt

wordt dus  $AB$ ; wanneer men met den pasfer  $BC$  en  $AB$  meet, zal men voor dezelve 16 en 45 streep vinden. In plaats van  $\frac{2}{3}$ , moet men de breuk nemen voor de slepende wrijving van ijzer over eikenhout, dat is  $\frac{1}{3}$ ; dit alles stellende in de boven gevonden waarde voor de kracht  $K$ , zal men zien, dat  $ON$  opgeteld met  $\frac{1}{3} MN$  gelijk is aan 16 opgeteld met  $\frac{1}{3}$  van 45, of wel gelijk is aan 25. Voor  $MN$  verminderd met  $\frac{1}{3}$  van  $ON$ , heeft men 45 verminderd met  $\frac{1}{3}$  van 16, dat is gelijk  $41\frac{1}{3}$ ; deelende 25 door  $41\frac{1}{3}$ , zoo vindt men voor het quotient  $\frac{125}{1659}$ ; waaruit volgt, dat de kracht  $K$ , de wrijving mede in rekening gebragt,  $\frac{125}{1659}$  van het gewigt, of  $\frac{125}{1659}$  gedeelte van 200 pond moet zijn, om, bij de minste vermeerdering, het gewigt tegen het hellend vlak op te slepen. De kracht  $K$ , benoodigd om in eene waterpasse rigting bij de minste vermeerdering het gewigt op te voeren, gelijk  $\frac{125}{1659} \times 200$  pond of omtrent gelijk  $119\frac{1}{2}$  pond zijnde, ziet men, daar vroeger voor de kracht in eene evenwijdige rigting, de wrijving in aanmerking genomen, 108 pond gevonden is, dat het verschil op een gewigt van 200 pond nog  $11\frac{1}{2}$  pond bedraagt. Wilde men weten, hoe veel door de wrijving de kracht  $K$  vermeerderd is, zoo zal het noodig zijn, eerst de kracht  $K$  zonder wrijving te berekenen: bij het hellend vlak is geleerd, dat voor eene kracht, evenwijdig aan de grondlijn, de kracht moest staan tot den last, als de hoogte van het vlak, dat is 16 streep, tot de grondlijn, of 45 streep. Hieruit volgt voor de kracht, dat deze gelijk moet zijn aan  $\frac{16}{45}$  van 200 pond, of gelijk omtrent 71 pond; dit van de boven gevondene waarde van  $119\frac{1}{2}$  pond aftrekkende, heeft men voor de vermeerdering der kracht door de wrijving  $48\frac{1}{2}$  pond, terwijl bij de voorgaande oplossing, toen de kracht evenwijdig met het hellend vlak genomen was, voor de vermeerdering der kracht door de wrijving 38 pond gevonden is.

Laat als tweede voorbeeld gevraagd worden, hoe groot de kracht  $K$  moet zijn, om in eene waterpasse rigting een' eiken balk, wegende 2500 pond, op een hellend vlak, dat bij eene hoogte van 18 streep eene grondlijn van 45 streep lengte heeft, met de min-

minste vermeerdering van kracht naar boven te slepen, wanneer daarenboven bekend is, dat het hellend vlak uit greenenhout bestaat?

Uit de bovenstaande opgaaf is ON gelijk 18, MN gelijk 45, terwijl men in de tafel voor de slepende wrijving der rust voor eikenhout over greenenhout vindt  $\frac{2}{3}$ , en men eindelijk voor het gewigt G 2500 pond heeft. Dit alles in de gevondene waarde voor K plaatfende, zal men zien, dat ON opgeteld met  $\frac{2}{3}$  MN gelijk 18 opgeteld met  $\frac{2}{3}$  van 45 of gelijk 48 is; verder zal MN verminderd met  $\frac{2}{3}$  van ON gelijk 45 verminderd met  $\frac{2}{3}$  van 18, of gelijk 33 zijn. Deelende 48 door 33, zoo vindt men, dat de gevraagde kracht K gelijk  $\frac{48}{33} \times 2500$  pond of ruim 3636 pond groot zal moeten zijn. Deze uitkomst geeft alzoo eene veel grootere kracht aan dan de zwaarte van den balk; waaruit men zou kunnen besluiten, dat het in dat geval beter zou zijn den balk in de hoogte te ligten, dan een zoodanig hellend vlak tot dat einde te gebruiken; doch men moet onder het oog houden, dat, wanneer de balk eens in beweging is, de wrijving geen  $\frac{2}{3}$ , maar, zoo als in de tafel voor de slepende wrijving der beweging opgegeven is,  $\frac{1}{5}$  van de drukking is. Wanneer men derhalve  $\frac{1}{5}$  in plaats van  $\frac{2}{3}$  in de uitdrukking plaatst, zal men voor de kracht K hebben 18, opgeteld met  $\frac{1}{5}$  van 45, gedeeld door 45 verminderd met  $\frac{1}{5}$  van 18, of omtrent  $25\frac{1}{5}$  gedeeld door 42, of wel  $\frac{226}{78}$  van het gewigt, dat is omtrent 1500 pond.

De opgegevene voorbeelden zullen voldoende zijn, om aan te toonen, hoedanig bij voorkomende gevallen de gevondene uitdrukking zal moeten worden toegepast.

### *Over den invloed der wrijving bij de schroef.*

De waarde van de wrijving bij de schroef zuiver te bepalen, gaat boven het bereik der kennis, die bij de lezers van dit Leerboek mag worden voorondersteld.

Men zal dus slechts de reden trachten aan te toonen, waarom de schroeven, met welke aanmer-

ketijke lasten worden opgeheven of groote drukkingen worden voortgebracht, als de krachten ophouden te werken, in rust blijven en niet terugloopen. Het is juist deze eigenschap der meeste schroeven, die het gebruik derzelfde zoo gemakkelijk maakt; men behoeft daarbij geene stoppers, pallen, enz. te bezigen; men neemt slechts bij de vijzels, voorzigtigheidshalve, de draai-tijzers weg, terwijl zelfs, zoo als bij het gebruik der bankschroeven ondervonden zal zijn, eenige kracht vereischt wordt, om de schroef terug te doen draaijen. Dat de wrijving de oorzaak van dit verschijnsel is, zal ieder inzien; maar niet alle schroeven bezitten deze eigenschap, en nog minder bezitten alle schroeven deze eigenschap in dezelfde mate. Dit zal afhangen van den aard der stof, uit welke de schroef en moer vervaardigd zijn, alsmede van de hoogte des schroefgangs, die vroeger de *spoed* der schroef genoemd werd.

Bestond er geene wrijving, dan zou het nimmer mogelijk zijn, dat eenig ligchaam op een hellend vlak in rust bleef, hoe gering dan ook de helling genomen ware; door de wrijving ziet men dit echter gebeuren; doch op hetzelfde vlak zal, b. v., een stuk greenenhout in rust blijven, en daarentegen een stuk eikenhout naar beneden glijden, omdat het eene meer wrijving heeft dan het andere. Hieruit ziet men, dat de meerdere of mindere helling van hetzelfde vlak zou kunnen dienen, om de grootte der wrijving van de verschillende stoffen aan te duiden, of, anders gezegd, men zou een hellend vlak, hetwelk men door een scharnier allerlei hellingen geven kan, kunnen gebruiken om proeven te nemen voor de wrijving der verschillende stoffen; want hoe grooter men de helling nemen kon, zonder dat eenig ligchaam langs het vlak afgleed, des te grooter zou de wrijving van de stof, waaruit dat ligchaam vervaardigd is, zijn. Men kan derhalve de grootte der wrijving van elke stof vergelijken met de grootte der helling van een zeker vlak.

De schroef is een hellend vlak, hetwelk om eene rol of een' cilinder gewonden is; wanneer dus de helling van den schroefdraad gelijk of minder is aan de helling, welke de grootheid der wrijving aangeeft, zoo zal noch de schroef, noch de moer, hoe-



hoedanig ook belast, teruggaan, en wanneer de hoogte van den schroefgang zeer klein is, zal men werkelijk kracht moeten aanwenden, om de schroef of moer terug te draaijen. Hieruit zal het nu duidelijk zijn, waarom de moeren van eene boekbinderspers, hoewel de bekleemde boeken eene grootere ruimte trachten in te nemen, niet terugloopen, en in het algemeen de werking van alle schroeven begrepen worden. De stof, waaruit de schroef en moer vervaardigd zijn, zal daartoe ook veel bijdragen, te welken einde de tafel voor de slepende wrijving moet worden geraadpleegd. Is de hoogte van den schroefgang of de helling van het vlak aanmerkelijk, en geven tevens de stoffen, uit welke de schroef en moer vervaardigd zijn, weinig wrijving, zoo zal de moer of schroef, als de kracht ophoudt te werken, werkelijk terugloopen; een voorbeeld daarvan ziet men bij de tegenwoordig veel in gebruik zijnde Engelsche patent-kurketrekkers; de roodkoperen dop, welke in den hals eene moer heeft, zal door deszelfs eigen gewigt langs de driekante stalen schroef afloopen.

Wil men ten naasten bij de wrijving bij de schroef kennen, zoo moet men denzelfden weg inslaan, als bij het hellend vlak is aangewezen. Bij het onderzoek naar de wet voor het evenwigt der schroef is aangetoond, dat de kracht, welke aangebragt wordt om met den last evenwigt te maken, in eene rigting evenwijdig met de grondlijn werkt; derhalve moet voor de berekening der wrijving ook de uitdrukking gebezigd worden, welke opgegeven is, indien bij het hellend vlak de kracht evenwijdig aan de grondlijn werkte. Voor de hoogte van het vlak moet slechts de hoogte van den schroefgang, en voor de grondlijn de lengte van den omtrek der spil genomen worden, offchoon men, strikt genomen, dezen omtrek iets grooter moest nemen, daar de schroefdraad altijd eenige breedte heeft, en de last over deze breedte als verdeeld kan aangemerkt worden. Men zal echter, bij een paar voorbeelden ter opheldering, den omtrek van de spil blijven gebruiken, daar dit meer overeenkomt met het vroeger behandelde.

Laat gevraagd worden, hoe groot de kracht  $K$  moet genomen worden, om, werkende op eenen hef-

hefboom of draai-ijzer van 1 el lengte, bij de minste vermeerdering van kracht; een gewigt van 10000 pond, door middel van eene ijzeren vijzel, die in eene metalen moer werkt, op te ligten, indien de hoogte van den schroefgang 15 streep en de middellijn van de spil der schroef 12 duim is, hierbij de wrijving in aanmerking nemende?

Voor deze kracht is bij het hellend vlak gevonden de hoogte des schroefgangs opgeteld bij de lengte van de grondlijn, vermenigvuldigd met de breuk, die de tafel voor de wrijving opgeeft; deze som moet gedeeld worden door de lengte van de grondlijn, verminderd met de hoogte van den schroefgang maal de breuk, die in de tafel voor de wrijving gevonden wordt. De uitkomst van deze deeling zal aantonen, welk gedeelte van den last voor de kracht moet genomen worden.

In het opgegevene vraagstuk is de breuk voor de wrijving, volgens de tafel, wanneer de schroef met vet gelmeerd is,  $\frac{1}{16}$ , de hoogte van den schroefgang 15 streep, de lengte van de grondlijn gelijk den omtrek der spil van de schroef, gelijk  $3,14 \times 120$  of 376 streep. Volgens den bovenstaanden regel heeft men:

$$\frac{15, \text{ opgeteld met } \frac{1}{16} \text{ van } 376}{376, \text{ verminderd met } \frac{1}{16} \text{ van } 15} \text{ dat is } \frac{526}{3745}; \text{ derhalve}$$

$$\text{is de kracht K een } \frac{526}{3745} \text{ gedeelte van den last, of}$$

$$\frac{526}{3745} \times 10000, \text{ of eindelijk } 1404 \text{ pond.}$$

Deze uitkomst moet nu nog gewijzigd worden naar de opgegevene lengte van den hefboom, waarop de kracht werkt; want de hier verkregene uitkomst is berekend, even alsof de kracht onmiddellijk aan den omtrek der spil ware aangebragt, en alzoo werkte op een' hefboom ter lengte van den straal der spil, dat is, op eenen hefboom van 6 duim; daarentegen is de opgegeven hefboom 1 el of 100 duim lang; derhalve zal (daar de krachten in omgekeerde rede zijn van de lengte der hefbooms-armen) de gevraagde kracht staan tot de gevondene, als 6 duim tot 100 duim, of K tot 1404, als 6 tot 100,

100, waaruit men heeft  $K$  gelijk  $\frac{6 \times 1404}{100}$ , gelijk  $84\frac{1}{2}$  pond.

Wanneer de kracht op de gewone wijze zonder de wrijving berekend ware, zou men voor dezelve omtrent 24 pond hebben gevonden; door de wrijving bekomt men dus eene vermeerdering van 60 pond aan kracht.

Men kan nu de grootte der wrijving bepalen, door te onderzoeken, hoe groot de last is, welke door eene kracht van 60 pond aan eenen hefboom van 1 el lengte, door middel van eene schroef, waarvan de hoogte van den schroefgang 15 streep is, opgehouden kan worden. Hiertoe heeft men:

de kracht staat tot den last, als de hoogte van den schroefgang tot den omtrek, door den hefboom doorloopen, of:

60 staat tot den last, als 15 streep staat tot 6280 streep, waaruit gevonden wordt, dat de last gelijk is aan  $\frac{60 \times 6280}{15}$ , dat is gelijk 25120 pond.

Deze gevonden last staat dus gelijk aan de wrijving, welke overwonnen moet worden, en daar deze wrijving meer dan tweemaal het gewigt van 10000 pond is, zoo ziet men, dat de schroef, bij het ophouden der werking van de kracht, geene geneigdheid zal hebben om terug te loopen. Tevens kan men aan dit vraagstuk zien, hoe aanmerkelijk groot de wrijving van de schroef is.

Wij zullen het uitwerken van meerdere voorbeelden aan den lezer overlaten, en alleen nog aanmerken, dat de wrijving bij de driekante schroef nog meerder is dan bij de vierkante. Om de wrijving bij zulke schroeven te berekenen, zal men bij de wrijving van eene vierkante schroef, die dezelfde hoogte van schroefgang heeft, nog  $\frac{1}{3}$  van de uitkomst moeten voegen. De groote vijzels zijn tegenwoordig, zoo als bij de behandeling der schroef reeds aangemerkt is, altijd met vierkante schroefdraden voorzien; terwijl voor het overige het naauwkeurig berekenen der wrijving bij de schroef in de ambachten weinig voorkomt.

*Over*

*Over de schuring der touwen om vaste rollen,  
en de framheid der touwen.*

Bij het gebruik, dat men dagelijks ziet maken van touwen, zal men zeker opgemerkt hebben, dat, door de schuring van een touw, hetwelk om een' klamp, rol of paal geflagen is, met eene kleine kracht eene zeer groote tegengewerkt of overwonnen wordt. Vandaar dat slechts één man noodig is, om bij een' kaapstander het touw voor te houden, of dat één man een zwaar vat, hetwelk aan een' takel hangt, kan strijken, door den looper om een' kruisklamp te slaan; dat de beweging van een schip wordt vernietigd door een touw uit te brengen en om eenen paal te slaan, enz.

Men heeft omtrent de grootte van de bedoelde schuring proeven genomen, welke aangetoond hebben, dat deze wrijving in rede was van de spannende gewigten, en, zoo als duidelijk is, toenam, naar mate het touw om een grooter gedeelte van den omtrek der rol geflagen was. Het volgende tafeltje geeft de grootte van deze schuring, voor zooverre dezelve in de ambachten kan te pas komen, aan.

Grootte van het vermogen der schuring.

Wanneer het touw om		maal het span- nend gewigt.	
"	$\frac{1}{2}$ gedeelte der rol is geflagen	1,688	"
"	de helft der rol is geflagen	2,85	"
"	$\frac{2}{3}$ gedeelte der rol is geflagen	4,81	"
"	den geheelen omtrek der rol is geflagen	8,121	"
"	tweemaal om de rol is geflagen	65,493	"
"	drie maal	535,492	"
"	vier maal	4348,473	"
"	vijf maal	35311,9	"
"	zes maal	286751,2	" (*)

Heeft men derhalve een gewigt van 1000 pond aan een vast blok hangen, en slaat men het looppende gedeelte tweemaal om eene vaste rol, dan is de

(\*) Deze tafel is overgenomen uit de *Statica* van  
I. R. SCHMIDT, D. I.

de schuring gelijk 65,493 maal 1000 pond. Wanneer men aanneemt, dat één man eene tegenhoudende kracht van 40 pond op een touw uitoefent, en is dat eenmaal om eene vaste rol geslagen, zoo zal hij een gewigt van 40 maal 8,12, dat is een gewigt van ruim 324 pond, in evenwigt houden. Men ziet verder aan de groote opklimming der getallen, in de tafel voorkomende, dat er geene zoo groote kracht kan bestaan, welke niet door de schuring van een touw kan vernietigd worden. Vooral aan boord der schepen wordt van deze schuring veel gebruik gemaakt; het zoogenaamd beleggen van een touw rust voor een groot gedeelte daarop.

Men heeft bij de takels en katrollen, alsmede bij het windås, den kaapstander, enz. de touwen als volkomen buigbaar aangenomen. Dat deze volkomene buigbaarheid niet bestaat, is algemeen bekend, en men zal ook wel opgemerkt hebben, dat een dikker touw moeilijker te buigen is dan een, dat minder dikte heeft. De kabeltouwen van groote schepen worden niet dan met veel moeite volgens eene nog zeer aanmerkelijke bogt gebogen. De kracht, die noodig is om een zeker touw volgens eene bepaalde bogt te buigen, wordt de stramheid der touwen genoemd. Bij de takels worden de touwen om de schijven der blokken heengeslagen; er wordt derhalve eene zekere kracht vereischt om de stramheid dezer touwen te overwinnen, welke kracht, gevoegd bij de spannende gewigten der touwen, eene meerdere drukking en dus ook eene meerdere wrijving op de bloknagels veroorzaakt; en het is om die reden, dat men in dit Lees- en Leerboek eerst de grootte der kracht, om de stramheid der touwen te overwinnen, zal trachten te bepalen, alvorens de wrijving bij de katrollen en takels te berekenen.

De proeven, die genomen zijn om de stramheid der touwen te bepalen, hebben aangetoond, dat die stramheid voornamelijk zal afhangen, 1°. van de grootte der spanning van het touw, 2°. van de dikte van het touw, en 3°. van de grootte der schijf, om welke het touw moet geslagen worden. Verder zijn de blanke touwen minder stram dan de geteerde, terwijl alle touwen door het gebruik buigbaarder worden. De gesteldheid van de buitenlucht

oe-

oefent mede eenigen invloed op de stramheid der touwen uit. Hoedanig al deze gegevens en omstandigheden in rekening moeten gebragt worden, zal men hier niet mededeelen, daar dit aanleiding zoude geven tot moeilijke en lastige berekeningen.

Van meer belang zullen zijn de volgende tafels, waaruit men met weinig moeite de grootte der kracht om de stramheid te overwinnen kan vinden, indien de dikte van het touw, en de middellijn of straal der schijf of rol, alsmede het spannend gewigt bekend is. In de eerst volgende tafel heeft men aangenomen, dat de touwen nieuw en ongeteerd zijn, terwijl men voor geteerde touwen veilig  $\frac{1}{2}$  meerder voor de stramheid rekenen mag. (Zie A.)

De letter p, die achter elk getal in de tafel gevonden wordt, beteekent de spanning van het touw. Wanneer derhalve gevraagd werd, hoe groot de kracht moest zijn, om de stramheid te overwinnen van een touw, dat 25 streep dikte heeft en geflagen is om eene schijf van 20 duim diameter, terwijl een gewigt van 200 pond aan hetzelfde hangt, zoo zoeke men in de tafel het getal 25 in de eerste kolom, en volge naar de regterhand de rij cijfers, zoo lang tot men in de kolom komt, alwaar 10 boven staat; het aldaar opgegeven getal is 0,125 p, en daar p of de spanning hier gelijk 200 pond gegeven is, zoo heeft men voor de kracht, om in het opgegeven voorbeeld de stramheid te overwinnen,  $0,125 \times 200$ , dat is 25 pond. Wil men dus om eene vaste katrol een gewigt van 200 pond aan een touw van 25 streep dikte, wanneer de schijf 20 duim diameter is, ophalen, zoo moet men, behalve de wrijving, reeds 22½ pond kracht aanwenden; daarentegen zal de stramheid van het touw de kracht verminderen, die noodig is om een gewigt, dat om eene vaste schijf geflagen is, in evenwigt te houden, daar de kracht, die noodig is om de stramheid der touwen te overwinnen, altijd aangebragt moet worden naar dien kant, waar de beweging geschiedt. Zonder de wrijving mede te rekenen, zou men alzoo, om in het hierboven gegeven geval met een gewigt van 200 pond over eene vaste schijf evenwigt te maken, slechts 175 pond kracht noodig hebben.

Wan-

A. Z

Dikte der  
in  
Nederl.

12

- I. 0,037 p.
- II. 0,048 p.
- III. 0,060 p.
- IV. 0,073 p.
- V. 0,088 p.
- VI. 0,104 p.
- VII. 0,121 p.
- VIII. 0,140 p.

Dikte der  
in  
Nederl.

- I.
- II.
- III.
- IV.
- V.
- VI.
- VII.
- VIII.
- IX.
- X.
- XI.
- XII.
- XIII.
- XIV.
- XV.
- XVI.
- XVII.
- XVIII.
- XIX.
- XX.
- XXI.
- XXII.
- XXIII.
- XXIV.
- XXV.
- XXVI.
- XXVII.
- XXVIII.
- XXIX.
- XXX.

(\*) De





Wanneer de juiste dikte van het touw en de juiste diameter der blokschijven niet in de opgegevene tafel te vinden zijn, zoo zal men de naast bij komende getallen moeten nemen. De waarden, welke men hier voor de stramheid der touwen heeft gesteld, zijn over het algemeen meer, dan door vele Schrijvers is opgegeven; doch men heeft bij het gebruik van takels ook nog meestal schuring van het touw tegen de kanten der blokken; zoodat het voor het gebruik beter is de stramheid eer te groot dan te klein te nemen.

*Over den invloed der wrijving bij  
de takels, enz.*

Als (Fig. 115) A D C eene schijf en E B F de spil, om welke dezelve draait, voorstelt, en men om deze schijf een touw geflagen heeft, waaraan een gewigt G hangt, terwijl aan den anderen kant de kracht K dit gewigt tracht op te halen, dan zal door de wrijving van de spil in de bosfen, of van de schijf op de spil zelve, de kracht K, wanneer deze bij de minste vermeerdering het gewigt G ophalen moet, grooter moeten zijn dan het gewigt G. Is de schijf in beweging, dan draait dezelve om het punt O, welk punt men als het steunpunt van eenen hefboom kan aanmerken. De spil E B F heeft bij B eene drukking te verduren, welke, behalve het gewigt van de schijf, gelijk is aan de som van het gewigt P en de kracht K; de wrijving, hierdoor bij B ontstaan, werkt de beweging en de rigting van het geteekende pijltje tegen; als de kracht B W de grootte der wrijving voorstelt, werkt deze kracht, ten einde de draaijing om het punt O te beletten, op eenen hefbooms-arm O B. De kracht K moet dus gelijk zijn aan de som van twee krachten, van welke de eene voor het evenwigt gelijk moet zijn aan het gewigt G, terwijl de andere aan den hefbooms-arm O A evenwigt moet maken met de kracht B W, aangebragt op den hefbooms-arm O B. Stellende nu deze tweede kracht P, dan moet, volgens het vroeger geleerde, daar A O B een gebroken hefboom is,  $P \times A O$  gelijk  $B W \times O B$  zijn; waaruit men vindt, dat de kracht P, benodigd om de wrijving

N bij

bij eene katrolschijf te overwinnen, gelijk is aan  $\frac{OB}{OA}$  maal de wrijving, welke wrijving men in de tafel voor de draaijende wrijving vinden kan. Men heeft dan den regel: Deel de middellijn des bloknagels door de middellijn der schijf; de verkregene breuk zal aantoonen, welk gedeelte van de in de tafel opgegevene wrijving men in rekening brengen moet.

De oplossing van het volgende voorstel, zal de toepassing van het gezegde gemakkelijk maken.

Men vraagt, hoe groot de kracht  $K$  (Fig. 115) zijn moet, om bij de minste vermeerdering van kracht het gewigt  $G$  van 400 pond aan de schijf  $ADC$  op te halen, wanneer de straal des bloknagels 1 duim, de straal van de schijf 8 duim en de dikte van het touw 23 streep is? hierbij in aanmerking nemende, dat men in de schijf eene koperen bos heeft, terwijl de bloknagel van ijzer vervaardigd is.

In de eerste plaats moet de kracht, benoodigd om de stramheid van het touw te overwinnen, berekend worden. In de tafel voor de stramheid wordt voor 23 streep dikte met eene schijf van 8 duim straal gevonden 0,132  $p$ ; de spanning  $p$  is in dit geval 400; derhalve is de kracht, om de stramheid te overwinnen, gelijk 0,132  $\times$  400 of 52,8 pond. Men heeft gevolgelyk aan den eenen kant een gewigt van 400 pond en aan den anderen kant eene kracht van 400 pond, opgeteld bij eene kracht van 52,8, of 452,8 pond; de geheele drukking op de spil is dus 400, opgeteld bij 452,8, dat is 852,8 pond. In de tafel voor de draaijende wrijving zal men voor koper over ijzer met vet gesmeerd  $\frac{2}{3}$  van de drukking vinden; alzoo is de wrijving hier  $\frac{2}{3}$  van 852,8 pond, hetwelk ruim 74 pond geeft. Deze wrijving van 74 pond werkt aan eenen hefbooms-arm, gelijk aan den straal des bloknagels of 1 duim, terwijl de kracht, om de wrijving te overwinnen, werkt aan eenen hefbooms-arm, gelijk aan den straal der schijf of 8 duim; deeltende, volgens den opgegeven regel, deze stralen in elkander, zoo vindt men voor de wrijving  $\frac{1}{8}$  van 74, of 9 $\frac{1}{4}$  pond. De gevraagde kracht  $K$  moet dus gelijk zijn 1°. aan 400 pond voor het evenwigt, 2°. aan 52 $\frac{1}{2}$  pond voor

voor de stramheid van het touw en  $3^\circ$ . aan  $9\frac{1}{4}$  pond voor de wrijving; deze drie getallen bij elkander tellende, heeft men voor de kracht K 462 pond.

Strikt genomen, zou men bij deze drukking nog behooren te tellen het gewigt van het touw en de kracht om de wrijving te overwinnen; doch dit mag bij het gebruik van takels in de ambachten veilig verwaarloosd worden.

Door de uitkomst van het bovenstaande voorbeeld, ziet men, dat, alhoewel de vaste blokken allernuttigst zijn, om de rigting van de kracht te veranderen, aan den anderen kant door de stramheid der touwen en de wrijving veel kracht verloren gaat, en men derhalve zoo min mogelijk vaste of voetblokken gebruiken moet.

Om door een enkel voorbeeld aan te toonen, hoedanig de stramheid der touwen en de wrijving bij de takels in rekening gebragt moeten worden, dient men na te gaan, hoe groot de kracht moet zijn, om bij de minste vermeerdering een gewigt van 300 pond aan eene talie, dat is met een takel met een éénschijfsblok beneden en een tweeschijfsblok boven, zijnde dus de vaste part aan het benedenste of beweegbare blok vastgemaakt, op te halen.

Stel, dat de dikte van het touw zij 20 streep, de straal van al de schijven 5 duim, de straal of halve dikte van de bloknagels 1 duim en verder, dat de schijven van pokhout en de bloknagels van azijnhout vervaardigd zijn.

Volgens hetgene vroeger over het evenwigt bij de katrollen en takels gezegd is, zal men zien, dat de last hier door drie touwen gedragen wordt; elk van deze touwen moet dus  $\frac{1}{3}$  van den last of 100 pond dragen.

Begint men met de vaste part, dan wordt deze om de eerste schijf van het bovenblok geslagen, en moet derhalve, aan den anderen kant komende, de stramheid van het touw ééne wrijving overwinnen. In de tafel voor de stramheid vindt men geen touw van 20 streep, maar wel van 19 streep dikte, waarom men van deze dikte gebruik zal maken; de spanning is 100, en de tafel voor de stramheid geeft over eene schijf van 10 duim middellijs  $0,144 \times 100$  of  $14\frac{2}{3}$  pond. Voor de wrijving wordt de drukking aan

den eenen kant door 100 en aan den anderen kant door  $114\frac{2}{3}$  pond daargesteld; de geheele drukking is alzoo  $214\frac{2}{3}$  pond.

In de tafel voor de draaijende wrijving is wel niet opgegeven azijnhout op pokhout; doch men kan hiervoor nemen *winter-eiken* op *pokhout*; met vet gesmeerd, vindt men voor deze wrijving  $\frac{1}{10}$  van de drukking, dat is  $\frac{1}{10}$  van  $214\frac{2}{3}$  of omtrent  $10\frac{2}{3}$  pond. Deelende, volgens het vroeger aangetoonde, den straal des bloknagels door den straal der schijf, zoo verkrijgt men  $\frac{1}{2}$ ; waaruit men ziet, dat, om de wrijving te overwinnen, eene kracht gelijk aan  $\frac{1}{2}$  van de gevondene wrijving, dat is gelijk  $\frac{1}{2}$  van  $10\frac{2}{3}$  pond, of  $2\frac{3}{5}$  pond noodig is. De part om de eerste schijf van het vaste blok geslagen, moet dus, volgens de opgegevene vraag gespannen worden, vooreerst met 100 pond voor het evenwigt, vervolgens met  $14\frac{2}{3}$  pond voor de stramheid en eindelijk met  $2\frac{3}{5}$  pond voor de wrijving; de geheele spanning is derhalve  $116\frac{1}{10}$  pond. Gaat men verder den loop van het touw na, dan wordt de met  $116\frac{1}{10}$  pond gespannen part geslagen om de schijf in het beweegbare blok; alzoo zal de spanning aan den anderen kant van de schijf wederom door de stramheid van het touw en de wrijving vermeerderd worden. Denzelfden weg, als hierboven aangewezen is, volgende, heeft men vooreerst, daar de spanning nu  $116\frac{1}{10}$  pond is, voor de stramheid  $0,144 \times 116\frac{1}{10}$ , dat is, ruim  $16\frac{2}{3}$  pond. De drukking op de spil gelijk aan de som der spanningen zijnde, wordt dezelve alsnu  $116\frac{1}{10}$  opgeteld met  $133\frac{6}{10}$  (omdat aan den anderen kant die kracht voor de stramheid bijgeteld is), of  $249\frac{1}{10}$  pond; hiervan, even als boven, eerst  $\frac{1}{10}$  genomen en daarna deze uitkomst nog door 5 gedeeld, ziet men, dat voor de wrijving op deze tweede schijf ten naasten bij  $2\frac{1}{2}$  pond genomen moet worden; de spanning van de part, welke nu weder naar boven gaat, wordt hierdoor gelijk  $116\frac{1}{10}$ , gevoegd bij  $16\frac{2}{3}$  voor de stramheid en opgeteld bij  $2\frac{1}{2}$  voor de wrijving, waardoor men vindt  $135\frac{1}{2}$  pond. Eindelijk wordt het touw om de tweede schijf van het vaste blok geslagen; voor de stramheid zal men derhalve, daar de spanning nu  $135\frac{1}{2}$  pond is, hebben  $0,144 \times 135\frac{1}{2}$ , of

of  $19\frac{1}{2}$  pond; deze stramheid moet bij de spanning aan de trekkende part opgeteld worden, waardoor de drukking op den bloknagel  $135\frac{1}{2}$ , opgeteld bij  $155\frac{3}{8}$ , of ruim 291 pond wordt. De drukking eerst door 20 en daarna door 5 of wel door 100 deelende, vindt men voor de kracht, benoodigd om de wrijving te overwinnen, weinig minder dan 3 pond. De geheele spanning aan de trekkende part wordt alzoo door de spanning, de stramheid en de wrijving  $158\frac{3}{8}$  pond.

Men heeft in dit voorbeeld slechts drie blokschijven, en reeds is de meerdere kracht, die noodig is, om stramheid en wrijving te overwinnen,  $58\frac{3}{8}$  pond; hieruit kan afgeleid worden, welke aanmerkelijke kracht er zal vereischt worden, om met gijnen van vier- en vijfchijfsblokken groote gewigten op te halen.

De eenvoudige leer voor het evenwigt bij de katten en takels opgegeven, moet derhalve noodzakelijk naar het boven gezegde gewijzigd worden, hetwelk bij werken van belang dan ook met weinig moeite en tijd kan geschieden.

Over het algemeen verminderen al de werktuigen, waarbij men touwen gebruikt, door de stramheid van het touw veel meer in vermogen, dan andere werktuigen door enkele wrijving. Bij een' kaapstander, waar de wrijving tegen den hals en tegen de kanten des pots zeer gering is, kan men in de ambachten volstaan, met enkel de stramheid van het touw in aanmerking te nemen. Wanneer een reep van 52 streep dikte om eenen kaapstander gelegd is, en de dikte der rol van den kaapstander 4 palm ware, terwijl de spanning van het touw 1000 pond bedraagt, zoo heeft men, volgens de tafel voor de stramheid, 0,27 maal de spanning of  $0,27 \times 1000$  pond; derhalve is de kracht om de stramheid te overwinnen aan dien kaapstander 270 pond. Deze kracht moet echter nog verminderd worden, naar mate de lengte van de windboomen is.

De wrijving der beweging altijd minder zijnde dan de wrijving der rust, zoo is het bij het gebruik van alle werktuigen van belang de eens verkregene beweging te onderhouden; dit is, zoo als

uit de tafels blijkt, vooral bij het hellend vlak noodzakelijk. Bij het gebruik van takels en in het algemeen bij het zoogenoemde hijschen, houdt de beweging bij het vervatten der handen gedurig op; men heeft dus gestadig de wrijving der rust te overwinnen; gelukkig is dit bij de draaijende wrijving, zoo als reeds aldaar opgemerkt is, van weinig belang.

#### OVER DE ZAMENGESTELDE WERKTUIGEN.

Door zamengestelde werktuigen verstaat men zulke werktuigen, bij welke het vermogen van eenig werktuig als kracht op een ander werktuig is aangebracht.

Wanneer de gronden, waarop de leer van het evenwicht bij enkelvoudige werktuigen rust, goed begrepen zijn, zal men geene moeite hebben, om de betrekking tusschen kracht en last, voor welke zamengestelde werktuigen dan ook, te berekenen; bij de zamengestelde werktuigen wordt toch ieder enkelvoudig werktuig afzonderlijk in rekening gebracht. De verschillende zamengestelde werktuigen op te noemen, zou ondoenlijk zijn; ook zijn de zelve spoedig van de enkelvoudige te onderscheiden. De kranen, welke op kaaijen tot lossing van aanmerkelijke gewigten worden gevonden, zijn zamengestelde werktuigen; want men maakt daarbij gebruik van de takels en het windås. Bij het ophalen van schepen op de sleephellingen, gebruikt men eene verbinding van drie enkelvoudige werktuigen: vooreerst, het hellend vlak,  $2^{\circ}$ , de takels en  $3^{\circ}$ , het windås of den kaapstander. Is derhalve het gewigt van het schip bekend, zoo kan men, de tafel der slepende wrijving raadplegende, onderzoeken, hoe groot de kracht moet zijn, om bij de minste vermeerdering het schip tegen de helling op te halen; deze kracht wordt de last, welke met de blokken moet worden bewogen; het aantal schijven in het beweegbare blok, de stramheid, de wrijving, enz. in aanmerking nemende, zal men vinden, hoe groot de kracht aan de trekkende part moet zijn,  
om

om bij de minste vermeerdering beweging daar te stellen; de nu verkregene uitkomst brengt men bij de kaapstanders of spillen als last in rekening, en zoekt, op de vroeger aangetoonde manier, welke kracht voor dezen last, met inachtneming der stramheid van de touwen, aan de windboomen moet worden aangebragt.

In verwerijen, pletterijen, papiermolens, enz. vindt men ook dikwijls vereenigingen van de schroef en den kaapstander; hiertoe heeft men slechts aan het draai-tijzer van de pers een touw vast te maken, welk touw om eene regte op- en nederstaande rol geslagen wordt; deze rol wordt verder door windboomen omgevoerd.

Wij zullen derhalve het onderzoek der betrekking tusschen den last en de kracht, in onderscheidene zamengestelde werktuigen, aan den lezer overlaten; genoeg is het voor dit Lees- en Leerboek, dat de gronden tot dit onderzoek gelegd zijn; de daaruit voortvloeiende berekeningen zouden herhalingen van het vroeger gezegde worden, en dit Werkje zonder noodzaak te uitvoerig maken.

#### OVER HET VERBAND TUSSCHEN DE AANGEWENDE KRACHT EN HET VERMOGEN DER VERSCHIL- LENDE WERKTUIGEN.

In het begin van dit Lees- en Leerboek is gezegd, dat de grootte der krachten kenbaar wordt door de uitwerkselen, die men door de werking derzelve konde waarnemen; daarbij is tevens aangetoond, dat de grootte van eene kracht in rede was van de massa, die door dezelve bewogen werd, en van de snelheid, waarmede die beweging geschiedde.

Wanneer derhalve eene zekere kracht een ligchaam, hetwelk 100 pond woog, in ééne sekonde 1 el afftands deed afleggen, dan zou die zelfde kracht een ligchaam van 200 pond gewigts in ééne sekonde slechts eene halve el in lengte verplaatfen, of, omgekeerd, zal die zelfde kracht een ligchaam, ter zwaarte van 50 pond, in ééne sekonde eenen afftand van 2 el doen afleggen.

Het is bij het gebruiken der werktuigen van groot belang, het hier boven gezegde in aanmerking te nemen, opdat men niet in het verkeerde denkbeeld kome, dat door de werktuigen meer kracht voortgebracht wordt. Wij zullen dus elk der enkelvoudige werktuigen in derzelver werking nagaan, en trachten aan te toonen, dat de kracht, in plaats van te vermeerderen, door de wrijving en stramheid der touwen zelfs vermindert, en hieruit zal volgen, hoe schadelijk het in de ambachten is, werktuigen van zeer groot vermogen te bezigen, wanneer het genoegzaam zoude zijn, minder vermogende aan te wenden.

Met eenen hefboom, waarvan de eene arm tienmaal langer is dan de andere, zal één man een gewicht of last kunnen ligten, waartoe anders tien menschen van dezelfde sterkte zouden vereischt worden; men zou dus oppervlakkig zeggen, dat men met zulk eenen hefboom tienmaal zoo veel kracht doet; als men echter de beweging van den last nagaat, zal men zien, dat aan beide kanten van het steunpunt het produkt van de bewogene massa en de snelheid even groot is, en daar dit produkt de ware grootte der krachten aantoon, zullen de krachten gelijk blijven. Wanneer een hefboom om het steunpunt bewogen wordt, zoo beschrijven de uiteinden der beide hefbooms-armen cirkelbogen; de hefboom, in Fig. 116 voorgesteld, waarvan S het steunpunt en de arm AS tienmaal zoo lang als de arm aS is, zal bij eene beweging om het steunpunt twee cirkelbogen AB en ab beschrijven, en, indien men als bekend aanneemt, dat de lengten der bogen in dezelfde verhouding tot elkander staan als de stralen, zoo zal de boog AB tienmaal zoo lang zijn als de boog ab. Wordt nu de boog AB door de kracht, die door een gewicht kon voorgesteld worden, in eene minuut tijds doorloopen, dan is het duidelijk, dat de last in dien zelfden tijd slechts den boog ab, dat is  $\frac{1}{10}$  van de lengte van boog AB, zal verplaatst zijn. De doorgeloopene of afgelegde wegen staan tot elkander in dezelfde verhouding als de snelheden, want hoe grooter de snelheid is, des te grooter zal de afgelegde weg, en hoe geringer de snelheid, des te minder zal de afgelegde weg in denzelfden tijd zijn;



zijn; men mag alzoo voor de snelheden, de wegen, in denzelfden tijd doorloopen, in de plaats stellen. Bij den hier bedoelden hefboom heeft men dus, daar de kracht voor het evenwigt  $\frac{1}{10}$  van den last is, aan den eenen kant  $\frac{1}{10}$  last met eenen afgelegden weg  $AB$ ; aan den anderen kant den geheel last met eenen afgelegden weg  $\frac{1}{10} AB$ .

De afgelegde weg met den last of de kracht vermenigvuldigende, heeft men aan beide zijden van het steunpunt  $\frac{1}{10}$  last  $\times AB$ , dat is, aan beide zijden is het produkt van de bewogene massa met de snelheid even groot. De krachten blijven dus in den grond der zaak gelijk; de uitwerkselen veranderen slechts in zooverre, doordat men voor dezelfde kracht de massa kan verminderen, wanneer de snelheid slechts in dezelfde rede toeneemt, en omgekeerd.

Indien de hefbooms-armen even lang zijn, zoo als bij de balans het geval is, zijn de afgelegde wegen ook gelijk, hetgene overeenstemt met de bekende waarheid, dat de kracht en de last bij zulke hefboomen even groot zijn.

Bij de beschouwing der takels zal men dezelfde uitkomst verkrijgen; want neemt men aan, dat vijf menschen noodig zijn, om eenigen last over eene vaste schijf in tien minuten tot zekere hoogte op te voeren, dan zal, wanneer voor de vaste schijf een gijn van een drieschijfsblok boven en een tweeschijfsblok met de vaste part beneden in de plaats gesteld wordt, het gewigt, volgens hetgene bij het evenwigt der takels aangetoond is, door vijf touwen gedragen worden, of de kracht van één' mensch zal, zonder de stramheid of de wrijving in aanmerking te nemen, genoegzaam zijn tot het opvoeren van het bedoelde gewigt.

De vijf touwen, door welke het gewigt gedragen wordt, zijn ieder op zich zelf zoo lang als het touw, waaraan het gewigt gehangen was, toen slechts ééne vaste schijf gebezigd werd; hieruit is het duidlijk, dat in het laatste geval, om het gewigt tot dezelfde hoogte te brengen, vijfmaal zoo veel lengte van touw zal doorgehaald moeten worden, als bij het eerste, en daar men bij dit eerste tien minuten

besteed heeft, om ééne lengte door te halen, zal men in het laatste 50 minuten tijds noodig hebben, om vijfmaal de lengte met dezelfde snelheid door te halen. Het gewigt is alzoo bij het gebruik van den gijn slechts met  $\frac{1}{2}$  van de snelheid opgevoerd, welke aan hetzelfde door de vijf menschen was medege-deeld, of, anders gezegd, één mensch heeft met behulp van den gijn vijfmaal zoo veel tijd noodig gehad, om het gewigt eene zekere hoogte op te voeren, als vijf menschen met eene vaste schijf, dat is met eene enkele verandering in de rigting der kracht. Hetgene dus de eene mensch won in vermogen, heeft hij daarentegen in tijd of snelheid verloren. Moesten daarom verschillende gelijke gewigten tot zekere hoogte gebragt worden, zoodat vijf menschen hiertoe den werktijd van éénen dag besteden moesten, zoo zal, met behulp van den bovengenoemden takel, één mensch vijf dagen werk hebben. In de onkosten zou het derhalve op hetzelfde nederkomen: vijf menschen éénen dag, of één mensch vijf dagen te betalen; maar nu weet men, dat door de stramheid der touwen en de wrijving niet meer gezegd kan worden, dat bij den gebezigten gijn  $\frac{1}{2}$  van de kracht noodig is, om den last op te halen; al de kracht, die besteed moet worden, om de stramheid en wrijving te overwinnen, is verloren kracht, als voortkomende uit de inrigting van het werktuig en niets afdoende tot de beweging van den last.

Deze verlorene krachten nemen toe, naar mate men meer schijven in de blokken gebruikt; daarbij komt dan nog de kracht, die besteed moet worden, om het beweegbare blok weder naar beneden te krijgen, of den gijn te schaken; een en ander zal genoegzaam zijn, om te begrijpen, dat men bij het gebruik der takels met overleg moet te werk gaan, daar het dikwijls voordeeliger is meer arbeiders en minder blokschijven te bezigen in het geval, dat onderscheidene gewigten, het een na het ander, moeten opgeheffen worden. Heeft men daarentegen slechts een enkel of weinig gewigten te verplaatsen, en is het werk van dien aard, dat de krachten der arbeiders niet dadelijk aan eenig ander werk met vrucht kunnen worden gebezigd, zoo zal het

het te verkiezen zijn minder arbeiders en meer blokschijven te gebruiken. Het hier aangehaalde behoort wel niet dadelijk tot de Werktuigkunde; doch men heeft hiermede willen aantonen, hoedanig de Werktuigkunde in de verdeeling van de dagelijkse werkzaamheden met vrucht kan worden geraadpleegd.

Wij willen voorts de beweging van een windäs nagaan: laat den omtrek van de rol  $\frac{1}{2}$  zijn van den omtrek van het rad, dan zal, wanneer de lengte van zes el touw van het rad doorgehaald is, slechts ééne el lengte van het touw, waaraan het gewicht is, op de rol gewonden zijn, of de last zal slechts 1 el lengte in hoogte gevorderd zijn; of wel, met andere woorden, de last zal zesmaal zoo veel tijd besteden, om eene zekere hoogte te bereiken, als wanneer de last onmiddellijk over het rad als over eene vaste schijf geslagen ware. Men heeft dus hier weder, dat het produkt van de bewogene massa maal de snelheid aan het rad en aan de rol gelijk zijn, zonder de stramheid of wrijving in rekening te brengen.

Hetzelfde zal men vinden bij den kaapstander en bij alle soorten van raderwerken; bij de laatste heeft men reeds vroeger aangemerkt, op welk eene wijze men door het tellen van het aantal tanden in de raderen en rondfels kan nagaan, hoe vele malen het eerste rondfel moet omgaan tegen eene omwenteling van het laatste rad.

Men weet, dat het hellend vlak veel gebruikt wordt, om groote gewigten eene zekere hoogte op te voeren, en dat, wanneer de kracht evenwijdig aan het hellend vlak genomen werd, de kracht in rede stond tot den last, als de hoogte van het vlak tot de lengte van het hellend vlak. Wanneer dus de hoogte van een hellend vlak 5 el en de lengte 60 el ware, dan zou er iets meer dan  $\frac{1}{12}$  van den last als kracht (zonder de wrijving in aanmerking te nemen) noodig zijn, om den last tegen het hellend vlak op te slepen; doch aan den anderen kant is de weg, dien de last op het hellend vlak afleggen moet, 12 maal zoo groot als de weg, dien de last af te leggen heeft, als deze dadelijk door eene

eene kracht in de hoogte geheven werd; er zal gevolgelijk ook 12 maal zoo veel tijd besteed moeten worden bij het gebruik van het hellend vlak; bij het hellend vlak heeft men derhalve insgelijks, dat, hetgene men wint in kracht, verloren wordt in tijd. Wordt de groote wrijving op het hellend vlak in aanmerking genomen, zoo zal men bevinden, dat het hellend vlak, over het algemeen, ongeschikt is, om lasten eene aanmerkelijke hoogte op te voeren. De hellende vlakken worden ook bij de uitoefening der ambachten dan eerst gebruikt, wanneer de lasten door derzelver bijzondere zamenstelling of buitengewone zwaarte en afmetingen niet toelaten, door andere werktuigen, zoo als kranen, bokken, enz. opgevoerd te worden, of wel wanneer het voordelig is, dat de lasten tegelijk in hoogte en in lengte verplaatst worden, zoo als dit bij de houthellingen het geval is.

De schroef, als hellend vlak aangemerkt, geeft tot dezelfde uitkomsten aanleiding; men moet met het draai-ijzer eenen geheelen omgang doorloopen, ten einde den last alleen de hoogte van den schroefgang in hoogte op te voeren; de snelheid, waarmede de last bewogen wordt, zal staan tot de snelheid, waarmede het punt van het draai-ijzer, waarop de kracht aangebragt is, rondgevoerd wordt, als de kracht tot den last. Door de aanmerkelijke wrijving bij de schroef zal men echter veel verloren kracht hebben.

Bij het gebruik der werktuigen moet derhalve deze algemeene waarheid altijd onder het oog gehouden worden: *winst* in kracht geeft *verlies* in tijd.

#### OVER DE TOEPASSINGEN DER WERKTUIGKUNDE.

De Werktuigkunde is niet alleen van belang voor den ambachtsman, omdat hij daardoor in staat gesteld wordt het juiste vermogen der werktuigen te leeren kennen; maar ook de ontbindingen der krachten, zoo als in het begin van dit Lees- en Leerboek is aangetoond, zullen in de meeste gevallen, met eenig nadenken, bij verschillende zamenstellingen

gen aangeven, hoedanig men stijlen, gordingen, schoren, enz. plaatsen moet, opdat het een met het ander evenwigt make.

Dit in al de bijzonderheden aan te toonen, behoort en is te vinden in die Werken, welke uitsluitend over de Bouwkunde handelen. Een hecht en sterk gebouw te maken, zonder dat de verschillende deelen te zwaar genomen zijn, bestaat in niets anders dan in de zorg, dat al de deelen zoodanig geplaatst, en de afmetingen zoo groot genomen zijn, als noodig is, om aan de onderscheidene krachten, die op zoodanig gebouw werken, wederstand te bieden.

Ten einde eenigzins aan te wijzen, hoedanig men in zulke gevallen handelen moet, zullen wij eenige der eenvoudigste zamenstellingen, overeenkomstig het vroeger geleerde, ontleden.

Wanneer twee balken of spruiten,  $AB$  en  $BC$ , zoo als in Fig. 117, te zamen vereenigd zijn, om bij  $B$  eenen last  $M$  te dragen, dan is het noodig, wil men met eenige zekerheid over de afmetingen voor deze balken oordeelen, dat het bekend zij, hoe groot de drukking is, die elk der balken door het gewigt  $M$  te verduren heeft. Door het parallelogram van krachten kan men het gewigt of de kracht  $M$  verdeelen in twee andere krachten, werkende in de rigting der balken; als dus de lijn  $BN$  de grootte der kracht  $M$  voorstelt en het parallelogram  $BPNO$  wordt geteekend, dan zullen de krachten  $BP$  en  $BO$  de grootte der krachten aangeven, waarmede de balken gedrukt worden; heeft men eene zekere verhouding tusschen de lengtemaat en de gewigten en ponden aangenomen, dan is men, zoo als reeds meermalen door voorbeelden is aangetoond, in staat, om over de juiste grootte der krachten  $BP$  en  $BO$  te oordeelen, en daarnaar moeten alsdan de afmetingen der balken of spruiten geregeld worden.

Indien de spruit  $BC$  in de rigting  $Bc$  genomen ware, zou het parallelogram in dit geval  $BpNo$  en de krachten, volgens de rigtingen der spruiten,  $Bp$  en  $Bo$  worden; waaruit men ziet, dat hierdoor de drukking in de rigting  $BA$  veel grooter wordt, en

en deze spruit derhalve sterker moet genomen worden. De krachten worden alsnu drukkende krachten genoemd, omdat zij de spruiten in elkander trachten te drukken. Indien de lijn  $BN$  den hoek  $ABC$  midden doordeelt, zoo zullen de drukkingen op beide de spruiten even groot zijn, en de afmetingen voor beide dezelfde behooren te zijn.

In Fig. 118 is de balk  $BC$  op den stijl  $AD$  geplaatst; bij  $P$  en  $Q$  zijn de gelijke gewigten  $M$  op ongelijke afftanden van het punt  $A$  opgehangen; er kan dus in dezen toestel geen evenwigt zijn; doch de plaatfing der schoren  $DP$  en  $DQ$ , wanneer die bij  $P$  en  $Q$  aan den balk  $BC$  bevestigd zijn, zal dezen balk, zoodanig bezwaard, in deszelfs stand houden. Om de werking der gewigten  $M$  op de schoren en den balk  $BC$  na te gaan, teekene men de parallelogrammen  $PNMR$  en  $QnMr$ ; hierdoor heeft men bij  $P$  de trekkende kracht  $PN$ , en de drukkende kracht  $PR$  en op dezelfde wijze bij  $Q$  de trekkende kracht  $Qn$  en de drukkende  $Qr$ . De krachten  $PN$  en  $Qn$  trachten den balk  $BC$  in de rigting van den draad van elkander te trekken; hierdoor weet men, wat deze balk te verduren heeft, en daar de trekkende krachten ongelijk zijn, zoo zal de balk bij  $A$  aan den onbewegelijken stijl  $AD$  moeten bevestigd worden. De krachten  $PR$  en  $Qr$  zullen de afmetingen der schoren bepalen; terwijl men, verder voortgaande, de drukking zal kunnen nagaan, die de stijl  $AD$  bij  $D$  te verduren heeft.

De balk  $EA$  (Fig. 119) bij  $A$  het gewigt  $M$  moetende dragen en in den opgegeven' stand gehouden wordende door den schoor  $AF$ , wil men weten, hoedanig de werking van het gewigt  $M$  op den balk  $EA$  en den schoor  $AF$  zal zijn? Wanneer de lijn  $AB$  de grootte van het gewigt voorstelt, beschrijve men het parallelogram  $ADBC$ , waarvan de zijden in de rigtingen des balks en van den schoor loopen. De kracht  $AC$  tracht den balk  $AE$  van den balk  $RS$  af te trekken; het zal dus noodig zijn deze balken bij  $E$  goed te verbinden; de kracht  $AD$  toont aan, hoe groot de drukking in de rigting van den schoor is; bij  $F$  moet derhalve gezorgd worden,

den, dat deze schoor niet langs den balk R S kan afglijden.

Waren de rigtingen van balk en schoor zoodanig genomen, als in Fig. 120, dan zou, gelijk door de pijltjes aangeteekend is, de kracht A C blijven werken, om den balk A E van den balk R S af te trekken, waardoor het geheel op de bevestiging bij E aankomt, terwijl de schoor A F volgens deszelfs rigting wordt ineengedrukt.

Bij den eersten oogopslag zou men geneigd zijn te denken, dat de balk A E, in Fig. 119, door het gewigt M ineengedrukt werd, terwijl men door den naar beneden hellenden stand van den balk A F, in Fig. 120, dezen niet dadelijk als schoor zou aannemen; de ontbindingen der krachten M nemen in dergelijke gevallen allen twijfel weg. Verder is het duidelijk, dat, daar, door de stomphoek der hoeken D A C, de krachten A D en A C grooter worden, in beide de zamenstellingen (Fig. 119 en 120) de balken veel te verduren hebben, en het daarom beter is, aan den balk E A en den schoor A F de rigting te geven, als in Fig. 121 is aangetoond.

Wanneer een balk B E (Fig. 122) met het boven-einde tegen eenen muur B F rust, terwijl het onder-einde bij E in den legger E F is ingelaten, vraagt men, hoe groot de drukking bij B tegen den muur en bij E tegen de inlating zal zijn? Als z het zwaartepunt van den balk voorstelt, werkt het gewigt van den balk volgens de rigting A G; men trekke alzoo uit B de lijn B A loodregt op A G, en vereenige de punten A en E door eene regte lijn, dan zal, wanneer de lijn A G juist de grootte der kracht, in het zwaartepunt werkende, aangeeft, A B de grootte van de drukking tegen den muur en A D de grootte en rigting der kracht aanduiden, die op het punt E werkt; ontbindt men nu de kracht A D in twee andere krachten, waarvan de eene loodregt op E F en de andere volgens de rigting van E F werkt (zoo als vroeger reeds in Fig. 104 is aangewezen), dan zal de eerste kracht aantoonen, hoe groot de drukking op E F is, en de tweede, met hoe veel kracht de balk B E onderuit zal schuiven.

Is

Is het gewigt, in het zwaartepunt vereenigd, aanmerkelijk, zoo ziet men, dat het noodig is, behalve de pen bij E, nog een' ijzeren strop te bezigen, om den balk BE met den balk EF te verbinden.

Vroeger is aangetoond, in welk geval eenig lichaam door een vlak in evenwigt gehouden wordt, en daarbij is opgemerkt, dat alleen zulke krachten door den wederstand der vlakken vernietigd worden, welke loodregt op die vlakken werken. Hieruit kan men afleiden, hoedanig men eenen balk, zoo als in Fig. 122, moet plaatfen, opdat, door den tegenstand van den muur en den legger, de kracht, in het zwaartepunt van den balk BE werkende, geheel vernietigd worde.

Hiertoe moet de balk BE bij B zoodanig ingewerkt worden, als in Fig. 123 aangewezen is; want de kracht G, in het zwaartepunt werkende, kan men doen vervangen door de twee vertikale krachten  $\frac{1}{2} G$ , welke bij E en B door de waterpasse vlakken a b en c d vernietigd worden.

Wordt een balk aan de twee uiteinden ondersteund, zoo als bij alle zolderbalken het geval is, dan kan de drukking, die de muren te verduren hebben, gevonden worden, zoodra slechts het gewigt bekend is, dat de balk dragen moet. Is het gewigt over den geheelen balk gelijkelijk verspreid, dan kan men het gewigt als in het zwaartepunt van den balk werkende aannemen, en alsdan heeft elke der muren evenveel te dragen; ware er daarentegen een gewigt aan den balk op ongelijken afstand van de muren gehangen, dan zouden de drukkingen op de muren in de omgekeerde rede zijn van de afstanden tusschen het ophangpunt en de muren.

Men heeft in de Figuren 119, 120 en 121 de schoren FA juist altijd aangebragt tegen het punt, bij hetwelk het gewigt M was opgehangen; hiervan is men niet altijd meester; zelfs ziet men meestal, dat de schoren of karbeels meer naar achteren geplaatst zijn. Om in dit geval de drukking op den karbeel te vinden, moet men zich de wet voor het evenwigt bij den hefboom herinneren. Laat, om dit aan te toonen, in Fig. 120 den

schoor



fchoor FA in de rigting FM geplaatst worden; wanneer alsdan EA als een hefboom, waarvan het steunpunt in E gelegen is, beschouwd wordt, zal voor het evenwigt aan dezen hefboom bij M eene kracht N vertikaal naar boven moeten worden aangebragt, zoodanig, dat de kracht N staat tot het gewigt M, als AE tot EM (zie *hefboom*), of men zal hebben, dat  $M \times AE$  gelijk  $N \times EM$  is, waaruit men vindt, dat de vertikale kracht N gelijk  $\frac{M \times AE}{EM}$  zal zijn; de kracht N is de vertikale druk-

king, welke bij M werkt; wanneer dus deze door het parallelogram van krachten ontbonden wordt in twee krachten: eene in de rigting van den karbeel MF, en de andere in de rigting van den balk EA, zoo zal men voor dit geval de drukkingen vinden, welke de zamenstellende deelen te verduren hebben. Het hier gezegde kan onder anderen dienen, om te onderzoeken, hoe veel de steekschoren der kranen bij bepaalde gewigten te lijden hebben.

Heeft men zich op dergelijke ontbindingen geoefend, zoo zal men dezelve met vrucht kunnen toepassen op de zamenstellingen van kappen of spanningen voor daken. Het gewigt van lood, dakpannen, hout en al hetgene het dak te dragen heeft, moet, als gedragen wordende door de verschillende spanningen, door het aantal derzelve gedeeld worden, ten einde te weten, hoe veel elk te dragen heeft. Men kan de kappen, opgegeven in het uitmuntend Werkje: *Handleiding tot de burgerlijke Bouwkunde*, uitgegeven door de Maatschappij: *Tot Nut van 't Algemeen*, tot voorbeeld nemen, en de drukkende en trekkende krachten, welke de spruiten, kapstijlen en kapbindten te verduren hebben, op de boven aangewezen wijze zoeken. Voorts zal men inzien, van hoe veel belang het is de kapbindten niet te hoog te plaatsen, en, zoo als veel gedaan wordt, deze door karbeels tegen de kapstijlen of spruiten te schoren, daar, door de stomphheid der hoeken, de spanningen der deelen zeer vergroot worden en de muren veel geneigdheid hebben om uit te zetten. Als de kappen wijd spannen, zal men door de ontbinding der werkende

O

krach-

krachten ook het nut inzien, om de hanebalken door stekers te schoren.

Hoe dikwijls bewondert men niet de stoutte zamenstellingen van bruggen, hetzij dezelve van hout of van steen vervaardigd worden. De eenvoudige ontbinding der werkende krachten leert de hechtheid van deze meestal veel van elkander in vorm onderscheidene zamenstellingen onderzoeken; hiertoe moet men van de eenvoudigste foort af beginnen, om naderhand met vrucht de meer zamengestelde te ontleden. Het belangrijke en aangename der zaak, vooral in ons Land, waar men gestadig bruggen ontmoet, vordert, dat men hier de ontbinding der krachten voor sommige der eenvoudigste gevallen aanwijze; dezelve zullen tot handleiding strekken bij voorkomende gevallen.

Het eenvoudigste geval, dat men zich voorstellen kan, is, dat men over de opening AB (Fig. 127) eene waterpasse plank of kleine brug te leggen hadde. Is nu de afstand AB gering, dan heeft men slechts ribben of balken te plaatsen, waarop dan naderhand de bedekking komt; doch is daarentegen de afstand AB aanmerkelijk, dan moet de balk AB in het midden C ondersteund worden; dit kan, zoo als in de figuur aangewezen is, geschieden door de plaatfing van twee stekers, CD en CE; het gewigt P des balks met den last, dien dezelve te dragen heeft, wordt dan ontbonden in de krachten R en R, volgens de rigting der stekers; doch men weet, dat de hoek DCE zoo scherp mogelijk moet genomen worden (zie *parallelogram van krachten*), waardoor de punten D en E zeer laag, dat is, onder water moeten gemaakt worden; dit is een stellig nadeel, zoowel voor het hout als om de kosten; beter is het daarom, den balk AB bij C te hangen, dan wel te schoren; dit verkrijgt men door bij C eenen stijl CF te plaatsen, welke dan bij C door eenen ijzeren strop met den balk AB vereenigd wordt; de stijl CF wordt verder opgehouden door de schoren FA en FB; het gewigt P wordt alzoo ontbonden in twee krachten R en R, werkende in de rigting van FA en FB, en wanneer de schoren bij A en B slechts goed voorzien zijn, kan de balk niet doorzetten.

Wil

Wil men voor het oog het punt F lager brengen, dan moet men de punten A en B, of de ondereinden der schoren, slechts doen zakken, zoo als in Fig. 128 wordt aangewezen, alwaar de schoren in de rigtingen Fa en Fb geteekend zijn.

Acht men de gedeelten tusschen A en C en B en C nog te weinig ondersteund, dan handele men op de wijze, zoo als in Fig. 129 wordt aangewezen. De afstand of de opening der brug KI is hier in vier gelijke deelen verdeeld (KD, DC, CE en EI), en men stelt zich voor, de brug bij D, C en E te ondersteunen. Vooreerst heeft men bij D, C en E de stijlen GD, FC en HE geplaatst, waaraan de balk met stropen verbonden is; bij F heeft men wederom de schoren Fa en Fb, welke zoodanig gesteld zijn, dat dezelve door de punten D en E gaan; de stijl GD wordt opgehouden door de schoren GK en GC, en de stijl HE door de schoren HC en HI. Maakt men nu eindelijk bij K en I nog twee stijlen, dan zijn al deze stijlen zeer dienstig, om daarop de leuning der brug te plaatsen. Zulk eene zamengestelde brug is eenvoudig, aangenaam voor het oog en sterk; dit laatste zal men nog kortelijk aanwijken.

Het gewigt P bij C naar beneden werkende, is ontbonden in de rigting van, en wordt dus gedragen door de schoren Fa en Fb. Het gewigt Q, bij D werkende, is ontbonden in de rigting van, en wordt alzoo gedragen door de schoren GK en GC, en eindelijk wordt het gewigt R, bij E werkende, ontbonden en gedragen door de schoren HC en HI. De twee schoren GC en HC komen in C bij elkander; is de brug gelijkelijk bezwaard, dan zijn de krachten Q en R en ook de krachten, in de rigtingen van GC en HC werkende, even groot; de zamengestelde kracht van deze krachten werkt dus volgens FC, en wordt gedragen door de schoren Fa en Fb. Zijn derhalve de schoren GK en HI bij K en I goed bevestigd, dan zal de geheele toestel in evenwigt zijn; het eene deel kan zich zonder het andere niet begeven, en dit is juist hetgene men bij al dergelijke zamenstellingen in het oog moet houden. Is de brug niet vlak, maar boogswijze, dat wil zeggen, was KI geene rechte lijn,

O 2

maar

maar een of andere boog, dan gaat de onderschoring op dezelfde wijze door, en men kan alzoo onderscheidene vormen aan de bruggen geven.

De onderschoring der bruggen geschiedt ook wel, zoo als in Fig. 130 wordt voorgesteld: de krachten of gewigten P en P, bij F en G werkzaam zijnde, worden ontbonden in de rigtingen Fa en FG, en voor de andere in de rigtingen Gb en GF; de krachten FG en GF vernietigen elkander bij eene gelijke belasting; de twee andere krachten worden door de vaste punten a en b opgehouden. Men ziet het dadelijk bij de beschouwing der figuur; indien AB doorzette, moet Fa en Gb kleiner worden, of zich volgens eenen boog zetten; deze doorzetting kan somtijds voor een gedeelte plaats hebben; doch de elasticiteit van het hout herstelt alles in denzelfden vorm, te meer daar de bruggen slechts voor korten tijd met zware gewigten belast worden.

In Fig. 131 is dezelfde wijze van verhouding voorgesteld, doch alles is nu weder hangverband; de letters zijn in beide figuren op dezelfde wijze geplaatst, ten einde de overeenkomst des te spoediger in het oog te doen vallen. Deze manier geeft wederom het voordeel, dat men tevens de leuning der brug gevormd heeft.

Deze weinige voorbeelden zullen genoegzaam zijn, om meer zamengestelde verbindingen na te gaan en naderhand zelf te maken. Het is vooral bij het maken van formeelen voor groote bruggen en gewelven, dat de Werktuigkunde moet geraadpleegd worden, dewijl de geheele samenhang, dat is de vastheid van een gewelf, op de gronden der Werktuigkunde rust. Het ligt geheel buiten het bestek van dit Lees- en Leerboek, om den vorm der gewelven, volgens de wetten der Werktuigkunde, na te gaan; daartoe wordt meer kennis gevorderd, dan men van den nijveren werkman verwachten mag. Men zal daarom hier alleen aantoonen, op welke wijze, door behulp van het in dit boek geleerde, de vorm der gewelven aan de wetten voor het evenwigt moet getoetst worden.

Laat, om dit aan te wijzen, A C K I (Fig. 132) de helft van een gewelf voorstellen, dan noemt men

A I

A I de buitenste en K C de binnenste welflijn; de gedeelten A B D C, B E F D, enz. noemt men welfsteenen, en eindelijk A C, B D, E F, enz. de voegen; de middelste voeg A C is hier vertikaal genomen. Het gewigt der verschillende welfsteenen moet men als in de zwaartepunten vereenigd beschouwen; om welke reden men in de figuur verschillende gewigten P, Q, R en S, de gewigten voorstellende, vertikaal naar beneden hangende geteekend heeft. Uit het vroeger geleerde weet men, dat het onverschillig is, in welk punt van de lijn a b het gewigt P werkzaam beschouwd wordt; men kan dus het gewigt of de kracht P ontbinden in twee krachten, zoo als in de figuur, door pijltjes, is aangewezen, ééne loodregt op de voeg A C en de andere loodregt op de voeg B D; hierbij moet men echter doen opmerken, dat men het punt d, waar men de ontbinding begonnen heeft, niet naar willekeur kan aannemen; want de kracht, die loodregt op de voeg A C werkt, moet men stellig hebben tusschen de punten A en C in, en niet al te dicht bij A, omdat men anders gevaar zou loopen, door de kracht den scherpen kant des welfsteens bij A te doen breken. Gaat men nu over, om de kracht Q te ontbinden in twee krachten, ééne loodregt op de voeg B D en de andere loodregt op de voeg E F, ook deze ontbinding kan niet naar willekeur geschieden, maar hangt geheel af van de eerst ontbondene kracht P, daar men de loodregte krachten, ter wederzijde der voeg B D, zoo als de pijltjes aantoonen, in hetzelfde punt e van de voeg moet doen zamenkomen. Op dezelfde wijze heeft men, zoo als de figuur aangeeft, de krachten R en S ontbonden, altijd zorgende, dat de loodregte, in tegenovergestelde rigtingen werkende krachten op de voegen in hetzelfde punt der voeg werkzaam zijn. Dit verrigt zijnde, kan men vinden, in welk geval het geteekende gewelf in evenwigt zal zijn. Vooreerst moet de laatste loodregte kracht, die tegen den dam of regtstand werkt, tusschen de punten I en K invallen; want viel dezelve beneden K, dan zou, daar dezelve niet ondersteund wordt, het geheele gewelf instorten; kwam daarentegen de kracht juist in K, of zeer nabij dit punt, dan moest

O 3

men

men met grond vreezen, dat de kant des steens door de drukking zou afgebroken worden, waarvan insgelijks de instorting van het gewelf het gevolg zou zijn. Men kan door verschillende vormen van gewelven te teekenen, en de voegen te verdeelen, zich hierin oefenen, en maar al te dikwerf zal men ontwaren, dat de geteekende gewelven niet aan dit noodzakelijk vereischte voldoen. Tevens zal men echter zien, dat het langer maken der voegen hieraan veel zal toebrengen.

In de tweede plaats moet men vragen, welke betrekking moet er tuschen de krachten, die loodregt op de voegen werken, bestaan, opdat er evenwigt tuschen de verschillende deelen van het gewelf zij? Dit is duidelijk in te zien: men heeft op elke voeg twee in tegenovergestelde rigtingen op hetzelfde punt werkende krachten; voor het evenwigt moeten dus deze krachten elkander twee aan twee vernietigen, dat is, de krachten of de drukkingen, aan beide zijden van iedere voeg werkende, moeten aan elkander gelijk zijn. Heeft dit, gevoegd bij de eerst opgegevene voorwaarde, plaats, dan zal het gewelf in evenwigt zijn, als de dammen of regtstanden, waartegen het gewelf eindigt, slechts niet kunnen wegschuiven of kantelen.

Door den cilindrischen vorm der welfsteen heeft men het voordeel, dat de gewigten dier steenen evenredig aan derzelver voorvlakken, die hier in de figuur afgeteekend zijn, kunnen genomen worden; terwijl men ook voor de zwaartepunten der welfsteen, de zwaartepunten der gemelde voorvlakken kan aannemen. — Uit deze twee voorwaarden, voor het evenwigt opgegeven, kan men nu, met behulp der Wiskunde, den vorm der gewelven bepalen; genoeg zij het voor dit Leerboek, den weg, alweder op de ontbinding der krachten gegrondvest, aangewezen te hebben.

Ook bij het maken van kaaijen en bekleedingsmuren moet men de werkende krachten ontbinden, en door den vorm en de zwaarte des muurs de uitwerking dezer krachten vernietigen. Men noemt de drukking, die een muur aan den binnenkant te verduren heeft, de drukking der aarde, en zal van dezelve zich eenig denkbeeld kunnen vormen, wan-

wanneer men zich voorstelt, eene vracht aarde uit eene schuit op den wal te werpen; de aardhoep zal alsdan eene zekere glooijing aannemen, welke glooijing voor dezelfde soort van aarde en bij dezelfde mate van vochtigheid altijd dezelfde zal zijn; indien men droog zand had opgeworpen, zou de glooijing minder zijn; klei zou daarentegen weder steiler blijven staan, en zoo zal elke soort van grond, bij de eenvoudige opwerping, eene zekere glooijing aannemen. Dit noemt men de *natuurlijke glooijing* of het *natuurlijk talus* der aard-klei of zandsoorten. Wil men derhalve den voorkant van eene masfa aarde in eene loodregte rigting ophalen, zoo moet de neiging der aarde, om het natuurlijk talus aan te nemen, tegengegaan worden.

Hiertoe bezigt men dus veelal muren, die, hetzij loodregt, hetzij achterover hellende geplaatst worden. De drukking der aarde moet in evenwigt gehouden worden door den tegenstand des muurs, zoodat men dadelijk weder eene vergelijking voor het evenwigt heeft. Wilde men echter alles Wiskunstig zuiver doen, zoo zou de uitwerking veel te moeilijk voor mingeoefenden worden; wij zullen daarom, even als bij de gewelven, door een eenvoudig voorbeeld den weg trachten aan te wijzen.

Laat (Fig. 133) A B C D een' loodregten muur voorstellen, terwijl men de specie achter den muur als aarde zal aanmerken; wanneer men nu aanneemt, dat de natuurlijke glooijing der aarde eenen hoek van  $45^\circ$  met de grondlijn maakt, dan zal de lijn A E, in de figuur, deze glooijing voorstellen, terwijl het nu ook duidelijk is, dat de geheele masfa aarde, in den driehoek D A E begrepen, door den muur moet tegengehouden worden. Het gewigt van de masfa aarde, zoowel als het gewigt van den muur, kan men als in de zwaartepunten vereenigd beschouwen. Als derhalve P het zwaartepunt van den driehoek A D E, en G het zwaartepunt van den muur is, dan werken in P en G de gewigten r en q loodregt naar beneden, wanneer namelijk r het gewigt der aarde en q het gewigt des muurs voorstelt. Wordt nu het gewigt r der aarde ontbonden in twee krachten, waarvan de eene loodregt op E A en de andere evenwijdig aan E A werkt, dan zullen, indien het lijntje P O het gewigt r

O 4

voor-

voorstelt, de ontbondene krachten P V en P K zijn. De kracht P V drukt de massa aarde, die afglijden zou, tegen de aarde, die in rust achter dezelve gelegen is, en werkt dus niet op den muur; zelfs zou door de wrijving het afglijden hierdoor gedeeltelijk belet of tegengewerkt worden; doch om de zaak niet te ingewikkeld te maken, zullen wij dit hier niet in aanmerking nemen. De andere kracht P K kan men, dezelve verlengende, aanmerken als bij M op den muur te werken, makende alzoo M R gelijk P K, zal M R de kracht zijn, die de drukking der aarde op den muur uitoefent.

Deze kracht is in de figuur weder ontbonden in twee andere krachten, de kracht M N loodregt op en de kracht M Z in de rigting van de lijn D A. De figuur beschouwende, zal men dadelijk inzien, dat de kracht M Z, langs den muur heen werkende, op denzelfden geene drukking uitoefent; men heeft derhalve slechts de kracht M N over; deze kracht zou nu, indien de muur niet vast op het fundament A B stond, denzelfden vooruit kunnen schuiven, of, wanneer men dit als onmogelijk vooronderstelde, trachten den muur om het punt B te doen kantelen. In het laatste geval moet men A B C als een' gebroken' hefboom beschouwen, waarvan het steunpunt in B is. In verband met hetgene vroeger over het evenwigt bij den gebroken' hefboom gezegd is, moet men het gewigt q des muurs aanmerken als loodregt op den hefbooms-arm A B te werken, terwijl de kracht M N of de drukking der aarde loodregt op den hefbooms-arm B Q is aangebragt; voor het evenwigt zal men dus hebben  $q \times F E = M N \times B Q$ . Heeft deze betrekking tusschen de drukking der aarde en het gewigt des muurs plaats, dan zal de drukking der aarde den muur niet doen kantelen, en bij een hecht fundament zal alzoo de muur voldoende zijn, om de drukking der aarde te kunnen wederstaan.

Men zal derhalve, wanneer de hoogte en lengte des muurs gegeven is, de dikte van den muur uit de boven gevondene vergelijking moeten afleiden. Het gewigt der massa aarde kan gevonden worden door den inhoud te vermenigvuldigen met het voortellijk gewigt der aarde; terwijl men voor het overige door naauwkeurig teekenen de zwaartepunten en



en hefbooms-armen zal kunnen vinden, zoodat alleen de dikte van den muur als onbekende moet aangemerkt worden.

Het hier gezegde zij genoegzaam, om aan te toonen, van hoe veel belang het in de ambachten is, met de Werktuigkunde bekend te zijn, al ware het dan ook slechts met de eerste gronden derzelve: ieder zal dan in de uitoefening van zijn ambacht gedurig gelegenheid vinden, om het geleerde toe te passen.

#### OVER DE STERKTE DER MATERIALEN.

Wanneer men, door de ontbinding der werkende krachten, de drukkende of trekkende krachten gevonden heeft, welke de onderscheidene deelen van eenig gebouw, of wat het ook zijn moge, verduren moeten, en verder daaruit de noodige afmetingen der deelen wil afleiden, zoo wordt daartoe vereischt, dat men met eenige zekerheid wete, hoe sterk de gebruikte materialen zijn.

Door sterkte wordt, in het algemeen, verstaan de wederstand, die door een stuk hout, ijzer, steen, enz. aan werkende krachten, zonder te breken, geboden wordt; doch vroeger heeft men reeds de krachten, naar derzelve rigtingen, in trekkende en drukkende krachten onderscheiden, terwijl, wanneer een balk, die aan de uiteinden ondersteund wordt, in het midden een gewigt dragen moest, de uitwerking van dit gewigt op den balk, in den bovengenoemden zin, noch met eene trekkende, noch met eene drukkende kracht kan vergeleken worden. Hieruit ziet men, dat de zoogenoemde sterkte der materialen afhangen zal van de wijze, hoedanig de krachten op dezelve werkzaam zijn. Wanneer een stuk hout, ijzer, enz. in de rigting der vezelen of langdraads uit elkander getrokken wordt, zal men hiertoe, vooral bij houtwaren, eene geheel andere kracht behoeven, dan wanneer men de draden of vezelen van elkander scheuren wilde, dat is, wanneer men de krachten dwarsdraads aanbragt. In het eerste geval moeten al de draden volgens de geheele doorsnede van elkander gerukt worden; in het tweede geval kunnen de draden geheel blijven,

en de onderlinge aankleving, welke bij het kloven zoo gemakkelijk verbroken wordt, is hier alleen de tegenwerkende kracht.

De kracht, benoodigd om een ligchaam volgens de rigting der vezelen vaneen te trekken, wordt de *vastheid* of wel *volstreckte vastheid* genoemd. Deze volstreckte vastheid is voor alle ligchamen verschillend; het is, b. v., bekend, dat een stok gemakkelijker uit elkander te trekken is dan eene staaf ijzer van dezelfde dikte; daarentegen zal de stok eene grootere kracht kunnen wederstaan dan een stuk lood van dezelfde afmeting. Verder zal het eene stuk eikenhout meerdere vastheid hebben dan het andere; ja zelfs zullen balken of ribben uit denzelfden boom gezaagd, en van dezelfde afmeting, nog verschillende *volstreckte vastheid* kunnen hebben. De onderlinge ligging der vezelen zal tot de volstreckte vastheid zeker veel toe- of afdoen; het groen-, vuren- en dennenhout, b. v., is zeer regt van draad, bij het trekken in de rigting der draden zullen dus al de houtvezelen, door derzelver evenwijdige rigting, gelijkelijk dragen; bij het eikenhout vindt men in de draden gewoonlijk meer golving; ja zelfs zijn, in vele gevallen, de draden in het zoogenaamde gewarrelde hout door elkander heengellingerd; de trekkende kracht, op eenen der draden werkende, zal hierdoor ook zeker vermogen uitoefenen op die draden, welke door golving of warreling met dezelve verbonden zijn. De kwas-ten, welke in het eene stuk hout in grooter aantal en grooter omtrek gevonden worden dan in het andere, zullen ook zeker invloed hebben op de volstreckte vastheid.

Uit een en ander zal men de moeilijkheid inzien, om over de juiste volstreckte vastheid van de ligchamen of gebruikt wordende materialen te oordeelen; want heeft men door beproeving gevonden, hoe veel de volstreckte vastheid van eenig stuk hout is, zoo kan men deze proef nog niet als voldoende houden, om hieruit gevolgtrekkingen te maken voor de volstreckte vastheid van andere stukken van dezelfde houtsoort. Het groote nut, van de volstreckte vastheid der ligchamen voor het minst ten naasten bij te kennen, heeft intusschen verschillende Geleerden en voor-

voornamelijk den beroemden MUSSCHENBROEK aangefpoord, hieromtrent onderscheidene proeven te nemen, en daaruit tafelen zamen te stellen, welke, al komen dezelve niet geheel en al overeen met de juiste volstrekte vastheid der gebezigde materialen, echter genoegzaam zijn, om in het dagelijksche leven over de sterkte der materialen te oordeelen.

Men heeft verder aangenomen, dat de volstrekte vastheid van eenig stuk hout, ijzer, steen, enz. in dezelfde verhouding opklimt en afneemt, als de inhoud der doorsneden van de stukken. Heeft men, b. v., gevonden, dat eenig stuk hout van 2 Nederlandsche duimen dik en 3 duimen breed, en waarvan alzoo de inhoud der doorsnede gelijk  $2 \times 3$  of 6 vierkante Nederlandsche duimen is, met eene kracht van 4000 pond in de rigting van de lengte wordt vaneengetrokken, dan zal men 8000 pond moeten bezigen, om een stuk van dezelfde houtsoort, waarvan de inhoud der doorsnede 12 vierkante duimen is, volgens de rigting der draden van elkander te trekken; terwijl slechts 2000 pond kracht noodig zou zijn, om een stuk van 3 vierkante duimen doorsnede hetzelfde te doen ondergaan.

Wanneer men dus de krachten, welke noodig zijn, om éénen vierkanten Nederlandschen duim der meest gebruikt wordende materialen, volgens de rigting der draden, vaneen te trekken, ten naasten bij kent, zal men daaruit de volstrekte vastheid voor de materialen, welke afmetingen dezelve dan ook hebben mogen, kunnen afleiden.

Dat de volstrekte vastheid in rede is van de doorsnede, laat zich gemakkelijk begrijpen: hoe grooter doorsnede, hoe meer draden of vezelen, welker onderlinge zamenhang en afzonderlijke sterkte aan de werkende kracht tegenstand bieden; doch men vooronderstelt dan ook stilzwijgend, dat al de draden of vezelen in al de doorsneden op dezelfde wijze gelegen zijn, en dat dit niet zoo is, weet ieder, die gewoon is de materialen te verwerken. De wijze, op welke de proeven genomen zijn, neemt echter veel van de bovengenoemde onjuistheid weg. Want om, b. v., de volstrekte vastheid van het eikenhout te kennen, heeft men 50 of meer stukken eikenhout, volgens de rigting der draden, van elkander ge-

getrokken; voor elk der stukken heeft men berekend, hoe veel, volgens de proef, de volstrekte vastheid voor elken vierkanten Nederlandschen duim was; al deze uitkomsten zullen meer of minder verschillen, en daarom is de som van al de uitkomsten genomen, welke som, gedeeld door het aantal proeven, eene gemiddelde uitkomst geven moest, die zeker minder van de waarheid zal afwijken, dan wanneer men zich met eene enkele proef tevreden had gehouden.

De getallen, welke in de volgende tafel zullen opgegeven worden, moeten als de uitkomsten van zoodanig genomene proeven aangezien worden. Men moet hierbij bovendien onder het oog houden, dat de in die tafel voorkomende getallen alleen zijn in de vooronderstelling, dat de gebruikt wordende materialen van de beste soort zijn, en aantoonen de kracht in Nederlandsche ponden, om eenen vierkanten Nederlandschen duim langdraads uiteen te trekken.

TAFEL, AANWIJZENDE DE VOLSTREKTE VASTHEID VAN  
VERSCHILLENDE STOFFEN (\*).

NAMEN DER STOFFEN.		Kracht in Nederlandsche ponden, benodigd om eenen vierkanten Nederlandschen duim uiteen te trekken.
Lood	. . . . .	62,5
Zink	. . . . .	198,8
Tin	van Banca . . . . .	260,0
	Engelsch . . . . .	422,4
	van Malacca . . . . .	227,6
Koper	Geel, gegoten . . . . .	1594,7
	Geel, gefineed . . . . .	2816,8
	Japansch, gegoten . . . . .	1432,1
	Zweedsch, gegoten . . . . .	2634,3
	Zweedsch, gefineed . . . . .	2661,8
	Spaansch, gegoten . . . . .	1492,1
	Rood koperdraad, Zweedsch	2753,6
	Geel koperdraad . . . . .	3320,3

(\*) De getallen, in deze tafel voorkomende, zijn genomen uit I. R. SCHMIDT, *Statica*, D. I.

NAMEN DER STOFFEN.		Kracht in Neder- landsche ponden , be- noodigd om eenen vierkanten Neder- landschen duim uit- teen te trekken.
IJzer	{ Duitsch , gegoten . . . .	4823,9
	{ Duitsch , best gesmeed . .	5345,6
	{ Duitsch , slecht gesmeed .	4883,2
	{ Osmonder , gesmeed . . . .	5056,5
	{ Zweedsch , gesmeed . . . .	5504,3
Staal	{ Best , buigzaam . . . . .	8596,0
	{ Slecht , buigzaam . . . . .	7800,9
	{ Best , gehard . . . . .	8089,9
Beukenhout . . . . .		1567,1
Palmhout . . . . .		1081,4
Ebbenhout . . . . .		924,9
Eiken- hout	{ uit het hart . . . . .	1821,8
	{ tusfchen het hart en het spint	1502,6
	{ van het spint . . . . .	1010,9
Esfchenhout . . . . .		1471,7
Pokhout . . . . .		988,4
Greenen- hout	{ uit het hart . . . . .	1465,7
	{ uit het hart , harsachtig	1106,8
	{ tusfchen het hart en het spint	1429,6
	{ van het spint . . . . .	1254,7
Lindehout . . . . .		949,9
Dennenhout . . . . .		747,9
Vurenhout . . . . .		1054,7
Ijpenhout . . . . .		1017,6
Wilgenhout . . . . .		1075,9
Henneptouwen . . . . .		616,4
Gebakken steen . . . . .		19,9
Wit glas . . . . .		192,6

Wanneer gevraagd werd te bepalen, hoe veel kracht vereischt zou worden, om eenen dennen balk van 3 palm breed en 4 palm dik in de rigting van de draden uiteen te trekken, berekene men de doorsnede van den balk in vierkante Nederlandsche duimen, en verkrijgt hiervoor  $30 \times 40$  of 1200 vierkante duimen. De tafel geeft voor elken vierkanten duim voor het dennenhout 747,9 Ned. ponden

den kracht; dit met 1200 vermenigvuldigende, zal de kracht, benoodigd om den gegeven' balk in de rigting der draden vaneen te trekken, 897,480 Ned. ponden zijn. Op dezelfde wijze gaat men te werk, hoedanig de afmetingen of de soort van materialen ook zijn mogen, altijd slechts zorgende, de doorsnede in vierkante Nederlandische duimen uit te drukken.

De materialen, welke in de ambachten door derzelver plaatfing of stand aan trekkende krachten, volgens de rigting der draden, wederstand moeten bieden, zoo als, b. v., in kapwerk, de hangers, kapbindten, hanebalken, enz. en vooral de in die gevallen veel gebezigd wordende ijzeren staven, moeten echter niet zoodanig gemaakt worden, om bij zekere gegevene kracht te breken, maar veel-  
eer, om bepaalde gewigten of krachten met veiligheid op den duur wederstand te bieden. Men neemt dus, ter meeste zekerheid, voor de metalen de *helft*, en voor houtfoorten een *derde* van de grootte der krachten, die de tafel aangeeft.

Wanneer derhalve gevraagd werd, hoe dik een haak of stang van Duitsch ijzer moest genomen worden, wanneer deze dienen moest om aan eenen trijsbalk te hangen, in de vooronderstelling, dat de grootste gewigten, welke aan dien trijsbalk worden opgehaald, 1000 Nederl. ponden niet te boven zullen gaan, zoo handele men aldus:

In de tafel zoeken men de grootte van de kracht, om eenen vierkanten duim goed gesmeed Duitsch ijzer uiteen te trekken; hiervoor heeft men 5345 Ned. ponden, en daar de gevraagde staaf eene gegevene kracht gedurende eenen geruimen tijd moet wederstaan, zal men de helft van het bovenstaande getal of 2672 in rekening moeten brengen; deze kracht is reeds veel meer dan 1000 Ned. ponden, en men weet bij ondervinding, dat aan dergelijk gebezigde haken veel zwaardere afmetingen dan aan een' vierkanten Nederlandfchen duim gegeven worden, waaruit men zou kunnen besluiten, dat dezelve over het algemeen te zwaar genomen worden.

Indien, door behulp der vorenstaande tafel, voor hout van gegevene afmetingen de kracht, welke hetzelfde in de rigting der draden veilig kan wederstaan, berekend wordt, zoo zal men zich misfchien  
ver-

verwonderen, dat de hanebalken voor ligt kapwerk zoo zwaar genomen worden; doch men moet hierbij onder het oog houden, dat, wanneer de spruiten voor een gedeelte in de kapbindten of hanebalken zijn ingelaten, daardoor een groot gedeelte van de volfstrekte vastheid van deze laatste verloren gaat, en men, ten einde de volfstrekte vastheid van zulke deelen te kennen, slechts de doorsnede van het overblijvende gedeelte in rekening moet brengen. Even zoo is het, wanneer een balk, rib of schroot met eene pen in eenen anderen balk ingelaten en met een' nagel opgesloten is; want wordt zoodanig een balk, rib of schroot volgens de rigting der draden getrokken, zoo tracht de nagel het gedeelte van het hout, dat om dezelve begrepen is, van het andere hout af te scheuren, en men heeft alzoo hier geene volfstrekte vastheid der draden of vezelen, maar alleen onderlingen samenhang, welke onderlinge samenhang bij harsachtige houtsoorten met der tijd sterk afneemt.

Voor de kracht, benoodigd om den onderlingen samenhang der draden te verbreken, kan men voor houtsoorten in het algemeen  $\frac{1}{10}$  van de volfstrekte vastheid rekenen.

Zelden komt het hout voor als alleen volgens de rigting der draden uiteengetrokken; gewoonlijk ziet men, dat deze deelen nog daarenboven drukkingen naar boven of beneden te verduren hebben, hetwelk de boven opgegevene berekening niet meer van toepassing maakt. Ontmoet men echter gevallen, waarin dit werkelijk plaats heeft, zoo ziet men uit het bovenstaande, dat men alle inlatingen en over het algemeen afknijdingen der vezels vermijden moet, maar dat zulke deelen met ijzeren banden en stroppen in vereeniging met de overige moeten gebragt worden, waardoor men dan ook hout van mindere afmetingen bezigen kan.

Van meer toepassing in de uitoefening der ambachten zal het onderzoek naar de sterkte van balken, ribben en staven zijn, welke, even als de zolderbalken, aan de uiteinden ondersteund, en, hetzij over de geheele lengte evenveel, of wel door een zeker gewigt, bij een bepaald punt opgehangen,

gen, gedrukt worden. De belangrijkheid van de zaak heeft aanleiding gegeven aan vele in- en uitlandſche Geleerden, om daaromtrent berekeningen te maken en proeven te nemen, welke, bij voorkomende gevallen, als rigtſnoeren tot het bepalen der breedte en dikte van balken, wanneer de lengte en de werkende krachten bekend zijn, veilig kunnen gebruikt worden. Wat de berekeningen aangaat, deze kunnen in dit Lees- en Leerboek niet opgegeven worden, en de mingeleerden mogen immers wel de vruchten plukken van hetgene de meergeoefenden tot algemeen nut onderzocht hebben! Wij zullen daarom alleen de voornaamſte uitkomsten opgeven, en ſlechts zoo veel als met het doel van dit Werkje overeen te brengen is, over den aard der zaak ſpreken. De genomene proeven kunnen, zoowel als de proeven voor de volſtrekte vaſtheid, vroeger opgegeven, bij de uitoefening der ambachten gebruikt, en zullen voor de voornaamſte houtſoorten hierna opgegeven worden.

Wanneer een balk, zoo als in Fig. 124, onbewegelijk in eenen muur bevestigd is, terwijl aan het uiteinde een gewigt P opgehangen wordt, zal men zien, dat dit gewigt P zoo groot zou kunnen genomen worden, dat de balk brak. Waar zal nu, indien de balk overal even ſterk vooronderſteld wordt, de breuk plaats grijpen? Zeker juist bij den muur, want, al gebruikte men geen gewigt, om aan het uiteinde te hangen, zou de balk zoo lang kunnen genomen worden, dat het gewigt van denzelfden alleen genoegzaam was, om den zamenhang te verbreken. Indien men nu aanneemt, dat de balk, alvorens te breken, geene bogt aanneemt (want offchoon dit bij balken of ſtaven geene plaats heeft, zoo is men voor de duidelijkheid genoodzaakt deze vooronderſtelling aan te nemen, terwijl men naderhand deze verkeerde vooronderſtelling voor de toepaſſing zal verbeteren), en dat alle vezelen of draden in de lengte van den balk even ſterk zijn, zoo zullen deze door het gewigt van den balk in het opgehangene gewigt P alle tegelijk afbreken, waardoor de balk als om de lijn AB bij het breken zal draaijen. De ſterkte en zamen-



menhang der draden werken zoo lang mogelijk het breken tegen, en wel alle in dezelfde rigting, te weten volgens de lengte van den balk.

Het aantal draden of vezelen hangt af van de grootte van het vlakje  $ABCD$ , dat is van de breedte en de hoogte des balks. Men kan dus aannemen, dat over het geheele vlakje  $ABCD$  gelijke evenwijdige krachten werken, om de verbreking tegen te gaan; doch bij de behandeling der zwaartepunten is gezien, dat men in zoodanig vlak één punt kan aanwijzen, waarin men zich al de werkende krachten vereenigd kan voorstellen, welk punt men het zwaartepunt genoemd heeft; derhalve kan men ook hier den tegenstand van alle draden of vezelen als in het zwaartepunt van den regthoek  $ABCD$  vereenigd, aannemen, terwijl men tevens uit het vroeger geleerde weet, dat dit zwaartepunt  $z$  op de helft van de hoogte en breedte gelegen is. Uit al het boven gezegde is het duidelijk, dat de kracht, in het zwaartepunt  $z$  werkzaam, niet anders is dan de kracht, die men vroeger de *volstrekte vastheid* van den balk genoemd heeft, welke kracht gelijk was aan den inhoud van het vlak, vermenigvuldigd met een zeker getal, dat, wanneer de stof, waaruit de balk bestaat, bekend is, uit de opgegevene tafel moet genomen worden. Men kan dus, zonder de stof te bepalen, dit getal door eene letter aanduiden, waarvoor men hier  $M$  stellen zal. De volstrekte vastheid van den in beschouwing zijnde balk is derhalve, wanneer de breedte  $b$  en de hoogte  $h$  gesteld wordt, gelijk  $M \times b \times h$ . Laat men nu uit het zwaartepunt  $z$  de loodlijn  $zN$  op de breedte vallen, dan is deze loodlijn gelijk de halve hoogte van den balk, dat is  $\frac{1}{2} h$ ; wanneer nu het punt  $N$  met het punt  $H$ , waaraan het gewigt opgehangen is, vereenigd wordt, zoo kan men het punt  $N$  als het steunpunt van eenen gebroken' hefboom aanmerken, waarvan  $NH$ , dat is de lengte van den balk, de eene hefbooms-arm, en  $Nz$  de andere is. Het gewigt van den balk moet men zich voorstellen als een gewigt  $G$ , dat bij  $I$  op de halve lengte van den balk is opgehangen; men heeft alzoo voor het evenwigt aan dezen

P

ge-

gebroken' hefboom, in overeenstemming met hetgene bij den hefboom gezegd is, de kracht  $R$  maal  $zN$  gelijk aan  $NI$  maal  $G$  (het gewigt van den balk), opgeteld bij  $P$  maal  $NH$ . De lengte van den balk  $l$  stellende, heeft men, omdat  $NI$  gelijk  $\frac{1}{2} l$  is,  $R \times zN$  gelijk  $G \times \frac{1}{2} l$ , opgeteld bij  $P \times l$ ; maar hiervoren is aangetoond, dat de kracht  $R$ , welke de verbreking tegenwerkt, gelijk  $M \times b \times h$ , en  $zN$  de halve hoogte van den balk of  $\frac{1}{2} h$  was; derhalve heeft men, door dit voor  $R$  en  $zN$  in de plaats te stellen:

$$M \times b \times h \times \frac{1}{2} h \text{ gelijk } G \times \frac{1}{2} l, \text{ opgeteld bij } P \times l.$$

Men zal, als gevolg van het vroeger geleerde, toestemmen, dat het op hetzelfde nederkomt, of men het gewigt  $G$  van den balk op eenen hefbooms-arm gelijk  $\frac{1}{2} l$  doe werken, dan wel of men het halve gewigt  $\frac{1}{2} G$  van den balk op eenen hefbooms-arm van  $l$  lengte aanbrengt, daar toch in beide gevallen het produkt van de kracht en de lengte van den hefbooms-arm gelijk blijft; wij kunnen daarom aannemen, dat het halve gewigt van den balk onder het gewigt  $P$  is opgehangen, of wel: wij kunnen ons voorstellen, dat onder het gewigt  $P$  het halve gewigt van den balk begrepen is; hierdoor kunnen wij  $G \times \frac{1}{2} l$  uit de hierboven gevondene uitdrukking weglaten, en men heeft:

$$M \times b \times h \times \frac{1}{2} h = P \times l, \text{ dat is}$$

$$P = \frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{l}.$$

Hieruit leert men, dat de grootte van het gewigt, opgehangen aan het uiteinde van eenen balk, welke aan het andere uiteinde onbewegelijk in eenen muur bevestigd is, ten einde dezen te breken, gelijk is aan de breedte van den balk maal de hoogte, en dit produkt nogmaals vermenigvuldigd met de hoogte; de uitkomst moet nu nog door de lengte van den balk gedeeld en met de helft van het getal van de volstrekte vastheid, in de tafel opgegeven, vermenigvuldigd worden.

Wanneer, zoo als in Fig. 125 wordt voorgesteld,

steld, dezelfde balk, die in de voorgaande figuur beschouwd is, aan beide zijden even ver buiten den muur uitstak, en die balk overal even sterk beschouwd werd, zoo is het duidelijk, dat bij beide de uiteinden hetzelfde gewigt P kan opgehangen worden, en dat, wanneer dit gewigt P gelijk  $\frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{1}$  genomen wordt, de balk juist in

het midden, dat is in het vlakje A B C D, zal afbreken; onder dit gewigt P is nu, even als bevorens gezegd is, het halve gewigt van den balk begrepen.

Men kan, in plaats van gewigten P onder aan den balk te hangen, ook krachten Q naar boven aanbrengen, om den balk bij het vlak A B C D te doen breken. Hierbij dient alleen opgemerkt te worden, dat de gewigten P, vroeger opgehangen, gelijk waren aan een zeker gewigt p plus het halve gewigt des balks; dat is, wanneer het halve gewigt des balks gelijk  $\frac{1}{2} G$  gesteld wordt, gelijk aan  $p + \frac{1}{2} G$ . Werken de krachten nu naar boven, dan werkt het halve gewigt des balks het breken tegen; het vermogen, benoodigd om den balk te breken, blijft echter, zoo als vroeger, gelijk aan  $\frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{1}$ ;

derhalve heeft men hier  $Q - \frac{1}{2} G = \frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{1}$ ,

of wel  $Q = \frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{1} + \frac{1}{2} G$ . Had men

derhalve de krachten Q zoo groot genomen, dan zou de balk op het punt zijn, om in het vlak A B C D te breken. De drukking, welke de muur bij D C te verduren heeft, is gelijk aan de som der krachten Q en Q, verminderd met het gewigt des geheelen balks; daar men nu het gewigt van elke der twee helften G gesteld heeft, wordt de drukking bij D C gelijk  $2 Q - 2 G$ , en stellende voor  $2 Q$  de gevondene waarde van  $2 (\frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{1} + \frac{1}{2} G)$ ,

zoo heeft men de drukking bij D C  $= M \frac{b \times h \times h}{1}$

$+ G - 2 G$ , dat is gelijk  $M \frac{b \times h \times h}{1} - G$ .

P 2

Werd

Werd alzoo bij D eene kracht aangebragt, gelijk aan de hier opgegevene drukking, dan zou men den muur kunnen wegdenken, en de balk zou door de werking der drie in de figuur geteekende krachten op het punt zijn van te breken. Wordt de balk aan deszelfs uiteinden ondersteund, zoo als dit bij E en F in de figuur aangetoond is, en hangt men onder aan den balk, volgens de rigting der drukkende kracht D, een gewigt R gelijk aan die drukking, dan zal de balk, even als bevorens, op het punt zijn van te breken. Het opgehangen gewigt

R is dan gelijk aan  $M \times \frac{b \times h \times h}{1} - G$ . De

lijn 1, in den noemer der breuk voorkomende, is de lengte des halven balks. Wanneer men daarom, ter vereenvoudiging, door de letter l de lengte des geheelen balks voorstelde, en tevens voor het gewigt des geheelen balks G aannam, zoo verandert de uitdrukking voor de waarde van het opgehangene

gewigt R in  $M \times \frac{b \times h \times h}{\frac{1}{2} l} - \frac{1}{2} G$ , of wel,

men zal vinden, dat  $R + \frac{1}{2} G = 2 M \frac{b \times h \times h}{1}$  is.

Hieruit ziet men derhalve, dat een balk, aan de twee uiteinden ondersteund, zal gebroken worden, indien men in het midden deszelfs een gewigt

hangt gelijk aan  $2 M \frac{b \times h \times h}{1}$ . Onder dit ge-

wigt is echter het halve gewigt des balks begrepen.

Het is genoeg bekend aan al degenen, welke eenige vordering in hunne ambachten gemaakt hebben, dat een balk, aan de uiteinden ondersteund, in het midden het zwakste is, of dat zulk een balk in het midden het minste dragen kan.

De gevondene uitkomst is alzoo het kleinste gewigt, waarmede de balk verbroken kan worden; want hing men grootere gewigten meer naar het eene of andere steunpunt, dan zou wel het naast aan gelegene steunpunt het meeste te verduren hebben; doch de balk zou, zonder te breken, dit grootere gewigt kunnen dragen, en wel te beter naar mate het gewigt meer uit het midden gehangen wordt.

Ver-

Vergelijkt men de grootte van het gewigt, dat aan het uiteinde van eenen balk moet worden opgehangen, om denzelven te verbreken, wanneer het andere uiteinde onbewegelijk bevestigd is, met de grootte van het gewigt, dat in het midden van eenen balk, aan de twee uiteinden ondersteund, opgehangen moet worden, om dezen in het midden te breken, zoo zal men dadelijk zien, dat het gewigt in het laatste geval viermaal grooter is dan in het eerste, terwijl niet uit het oog verloren moet worden, dat onder het gewigt, vroeger gevonden, het halve gewigt van den balk begrepen is.

Had men eenen balk, aan de twee uiteinden ondersteund, gebroken, door in het midden een gewigt van 1000 pond op te hangen, zoo zou uit het bovengezegde volgen, dat dezelfde balk, met het eene uiteinde in eenen muur bevestigd, aan het andere einde slechts een opgehangen gewigt van  $\frac{1}{4}$  van 1000 of 250 pond noodig zou gehad hebben, om bij den muur afgebroken te worden.

Het is bij alle timmerlieden bekend, dat een balk, welke dienen moet, om, aan de uiteinden ondersteund, tuschen de steunpunten gewigten te dragen, het sterkste is, wanneer dezelve met de grootste afmeting op en neder geplaatst wordt; dat wil zeggen, dat een balk van 20 duim breed en 25 duim dik, om de meeste kracht te doen, zoodanig moet geplaatst worden, dat 25 duim de hoogte en 20 duim de breedte of ligging des balks wordt. De reden van deze meerdere sterkte, of het voordeel, dat in de bedoelde plaatfing der balken gelegen is, wordt door de gevondene uitdrukking ten duidlijkste aangetoond. Men heeft namelijk voor het gewigt, waardoor een balk, in het midden bevracht,

breken zal, gevonden  $R$  gelijk  $2 M \frac{b \times h \times h}{1}$ ,

waarin  $M$  een getal was, dat van den aard der stoffe afhing en nader zal opgegeven worden; maar  $b$  was de breedte,  $h$  de hoogte en  $l$  de lengte van den balk. De hoogte  $h$  moet volgens den teller van de breuk met zich zelve vermenigvuldigd worden, en komt dus tweemaal als faktoer voor, terwijl de breedte  $b$  slechts eens voorkomt; maakt men

derhalve de breedte des balks grooter, dan zal wel de balk sterker worden en dus, alvorens te breken, meer kunnen dragen; doch dit zal bij lange na zoo veel invloed niet hebben op de sterkte van den balk, dan wanneer de hoogte h grooter genomen wordt, daar deze vermeerdering, doordien h tweemaal als faktor voorkomt, dus eenen dubbelen invloed op de sterkte des balks uitoefent.

Dewijl alle breuken kleiner worden, wanneer de noemers toenemen, en de tellers dezelfde blijven, zoo zal ook de kracht der balken verminderen, als de lengte l grooter wordt, terwijl de breedte en hoogte onveranderd blijven. Dit is trouwens eene zeer bekende waarheid, doch is hier alleen aangehaald, om te doen zien, dat, daar in de gevondene uitdrukking l de noemer der breuk is, de aard der uitdrukking overeenstemt met de eenvoudige kennis, die een werkman van de sterkte der balken heeft.

Aangezien het gewigt van eenen balk en deszelfs zwaartepunt als vereenigd kan beschouwd worden, zoo kan men dat gewigt aannemen als een gewigt, dat in het midden des balks is opgehangen, daar het zwaartepunt van haaks-opgewerkte balken op het midden der lengte ligt. Vandaar de geneigdheid der balken, om in het midden door te zetten; vandaar de reden, dat stijlen, schoren, moerbindten, paarden, enz., onder het midden van balken, aan de twee uiteinden ondersteund worden aangebragt. Verder zal het nu ook duidelijk zijn, dat een balk, aan de uiteinden ondersteund, bij eene aanmerkelijke lengte door deszelfs eigen gewigt kan breken. Men zou dus kunnen vragen, hoe lang een balk moest genomen worden, wanneer, bij voorbeeld, de breedte 15 duim en de hoogte 20 duim ware, om door deszelfs eigen gewigt te breken?

Volgens het vroeger gevondene, is de last R, welke in het midden van dezen balk moet opgehangen worden, om denzelven te verbreken, gelijk  $\frac{1}{2} M$

$$\frac{15 \times 20 \times 20}{1};$$

doch onder dezen last is het halve gewigt van den balk begrepen; men zou dus eigenlijk moeten schrijven: L opgeteld bij  $\frac{1}{2} G$  gelijk

lijk  $2 M \frac{15 \times 20 \times 20}{1}$ , gelijk  $2 M \frac{6000}{1}$ ; dat wil zeggen, het gewigt, opgeteld bij de halve zwaarte des balks, moet gelijk zijn aan  $2 M \frac{6000}{1}$ . Maar zal de balk door de zwaarte alleen breken, dan moet het gewigt, in het midden van den balk opgehangen, niets zijn, of  $L$  moet gelijk nul wezen; men zou dus hebben  $\frac{1}{2} G = 2 M \frac{6000}{1}$ , en hieruit kan de lengte des balks gevonden worden, hetwelk men naderhand, als  $M$  bekend is, door een voorbeeld zal ophelderen.

Somtijds is de aard van den last van balken, die aan de twee uiteinden ondersteund worden, zoodanig, dat al de doorsneden van den balk evenveel te dragen hebben, of, zoo als men het noemt, dat de balken gelijkmatig belast zijn. Wanneer men, bij voorbeeld, van graanzolders weten wil, hoe veel elke balk te dragen heeft, kan men aannemen, dat het gewigt van het graan over al de balken gelijkelijk verdeeld is, dat is: men zou het gewigt van het graan door het aantal balken moeten deelen, om het gewigt te bekomen, dat elk der balken droeg; dit gewigt is over elken van de balken gelijkelijk verdeeld, wanneer het graan overal even hoog ligt. In de ambachten kan men de zolders, waarop koffij in balen, katoen en meer dergelijke koopwaren geborgen moeten worden, ook rekenen gelijkelijk belast te zijn, zonder dat hierdoor bij de berekening der zwaarte van de balken verkeerde uitkomsten te verwachten zijn. Van belang kan het alzoo in de ambachten te achten zijn, na te gaan, hoe veel gewigt een aan de uiteinden ondersteunde en gelijkmatig belaste balk dragen kan, alvorens te breken. Men heeft hierboven reeds aangemerkt, dat het gewigt van een' balk, die aan de twee einden ondersteund wordt, op het breken van dien balk dezelfde uitwerking had, alsof men het halve gewigt van den balk bij het midden had opgehangen. Deze uitkomst heeft men verkregen, doordien de balk overal even zwaar was; met deze gelijkmatige belasting verkeert men

in dezelfde omstandigheden, en het is dus veilig aan te nemen, dat men de geheele belasting van eenen gelijkmatig belasten balk kan aanmerken als een gewigt, dat gelijk is aan de helft van de geheele belasting, en dat in het midden des balks is opgehangen. Hieruit volgt, dat een gelijkmatig belaste balk tweemaal zoo veel gewigt dragen kan als een balk, waar het gewigt alleen in het midden is aangebragt.

Hoe minder de afstand tusschen de steunpunten is, des te meer zal de balk kunnen dragen; dit is uit de gewondene uitdrukking reeds vroeger afgeleid; vandaar het groote nut der standvinken en karbeels, daar hierdoor de afstand tusschen de steunpunten veel geringer wordt en dus ook de balken ligter kunnen genomen worden. Aan den anderen kant moet men zich wachten, de onderkanten der balken door inlatingen als anderzins te veel te verzwakken, wijl de affnijding der draden of vezelen noodwendig eenen schadelijken invloed op de sterkte van den balk hebben moet, en men derhalve, zoo doende, het voordeel, dat de plaatting der karbeels aan den eenen kant geeft, door de verzwakking der balken zelve aan den anderen kant zou verliezen. Vanhier het gebruik der zoogenoemde sleutelfstukken.

De balken zijn tot dusverre beschouwd als steunende op twee muren, dat wil zeggen, dat de uiteinden wel ondersteund, doch voor het overige los lagen. Waren de balken onbewegelijk met de uiteinden in de muren bevestigd, zoo zou dit voorzeker eenen grooten invloed op de sterkte des balks hebben. Om dit aan te toonen beschouwe men den balk, in Fig. 125 voorgesteld, als bij de uiteinden E en F onbewegelijk in twee muren bevestigd, terwijl in het midden des balks, even als reeds vroeger gedaan is, een gewigt R is opgehangen. Door de aangenomene hardheid van den balk, gepaard met de hechte bevestiging der uiteinden, zal het wel duidelijk zijn, dat de balk bij het vlakje of doorsnede ABCD niet kan afbreken, zonder tevens bij de uiteinden of bij de muren afgebroken te worden; want anders is er geene ruimte voor de twee stukken, wanneer de balk alleen in het midden



den brak, om door te draaijen, en er bestaat bij de vooronderstelde regelmatige sterkte des balks geene reden, waarom dezelve spoediger bij den eenen dan bij den anderen muur zou afbreken.

Men kan dus aannemen, dat, wanneer een balk aan de twee uiteinden ondersteund en tevens onbewegelijk bevestigd is, dezelve door een gewigt, in het midden opgehangen, op drie plaatsen tegelijk gebroken kan worden. Voor de breuk in het midden heeft men vroeger een gewigt gevonden van

$$2 M \frac{b \times h \times h}{1}, \text{ terwijl men zich voor de breu-}$$

ken aan den muur kan voorstellen, dat deze geboren worden door een gewigt, dat aan het uiteinde van eenen balk, die de halve lengte van den in beschouwing zijnde tot lengte heeft, gehangen is, zoo als de balk met het andere uiteinde in eenen muur bevestigd is. Voor de grootte van het gewigt, om eenen balk zoodanig te breken, heeft men vroeger

$$\text{gevonden } \frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{\frac{1}{2} 1}. \text{ Dit gewigt is voor}$$

elke der breuken aan den muur hetzelfde; weshalve men tot verbreking van den voorgestelden balk in het midden deszelfs moet ophangen, vooreerst een

$$\text{gewicht gelijk } 2 M \frac{b \times h \times h}{1} \text{ voor de breuk in}$$

$$\text{het midden, ten tweede, twee gewigten, elk van } \frac{1}{2} M \frac{b \times h \times h}{\frac{1}{2} 1}, \text{ of een gewigt van } 2 M \frac{b \times h \times h}{1}$$

voor de twee breuken aan de uiteinden, of bij de muren, waardoor men voor het geheele gewigt R, om den balk te verbreken, in dat geval hebben

$$\text{zou: } 4 M \frac{b \times h \times h}{1}.$$

Vergelijkt men deze uitkomst met de uitkomst, verkregen voor de grootte van het gewigt, in het midden opgehangen, wanneer dezelfde balken slechts aan de uiteinden ondersteund waren, zoo zal men ontwaren, dat een balk, aan de uiteinden onbewegelijk bevestigd, in het midden belast, tweemaal zoo veel kan dragen als wanneer dezelfde balk aan de uiteinden slechts ondersteund ware.

Hieruit zou afgeleid kunnen worden het noodzakelijke, of ten minste voordeelige, om de balken in de muren te bevestigen, of, zoo als door ankers veelal geschiedt, aan dezelve vast te maken; doch aan den anderen kant is het ongeraden, om de inlatingen van balken in muren of de bevestiging van dezelve aan muren zoodanig te beschouwen, dat hierdoor de balken onbewegelijk bevestigd zijn; in het eerste geval kunnen de steenen of metselwerck door de gedurige werking der balken vergruisd worden of afbreken, waardoor speling ontstaat; in het tweede geval kunnen de krachten, op de ankers werkende, de muren doen zetten, zoodat de afstand tuschen de tegenover elkander geplaatste ankers kleiner wordt. Veiliger zal het dus zijn, de balken aan te merken als slechts met de uiteinden op de muren steunende.

Men heeft tot hier toe nog geene toepassingen kunnen maken op hetgene over den wederstand der balken gezegd is, omdat de waarde van de letter *M* voor verschillende houtsoorten nog niet opgegeven is, alhoewel men uit de voorafgaande redenering voor deze waarde de volstrekte vastheid van den balk nemen moest, en deze is in de laatst opgegevene tafel te vinden. Al het gezegde over den wederstand van ondersteunde balken is gegrond op de vooronderstelling, dat de balken volkomen hard waren; de ondervinding leert dit echter anders; alle belaste balken nemen, alvorens te breken, eene zekere bogt aan; somtijds is deze bogt zoo gering, dat de balk, wanneer de last weggenomen is, zich weder herstelt; in die gevallen zal de last veilig door de balken kunnen gedragen worden; is daarentegen de last zoo groot geweest, dat de balken, nadat deze last weggenomen is, eenigzins doorgezet blijven, zoo kan men het er voor houden, dat de balken door eenen te grooten last reeds veel van hunne oorspronkelijke sterkte verloren hebben, en zij zulk eenen last op den duur niet veilig zouden kunnen dragen.

Gaat men na, hoedanig het met de vezelen of draden van het hout gelegen is bij eenen balk, die, zoo als in Fig. 126, met het eene einde in eenen muur bevestigd is, terwijl aan het andere uiteinde een

een gewigt Q wordt gehangen, groot genoeg om dien balk eene zekere bogt te doen aannemen: de bovenste vezelen van den balk zullen uitgerekt worden, en de vezelen aan den onderkant werkelijk in elkander gedrukt zijn. Verder is het duidelijk, dat de vezelen van boven af minder en minder zullen uitgerekt worden, daar toch de bovenste het meest uitgerekt zijn; de uitrekking der verschildende vezelen zal alzoo minder en minder worden, totdat men komt aan die, welke, in plaats van eene uitrekking, eene ineendrukking ondergaan, terwijl wederom de onderste laag vezelen het meest ineengedrukt wordt. Dit begrijpende, zal men tevens inzien, dat bij de doorbuiging der balken de vezelen, op den boven- en onderkant des balks gelegen, het meest te verduren hebben, en derhalve den grootsten wederstand bieden, als ook dat de vezelen of houtdraden, in het hart des balks gelegen, bijna geene uitrekking of ineendrukking ondergaan, en dus weinig tegenstand bieden. Hieruit ziet men op eene andere wijze, waarom een balk met de grootste afmeting op en neder moet geplaatst worden; want, daar zoo even aangetoond is, dat de vezelen, welke het verste boven en onder het hart van den balk gelegen waren, den grootsten wederstand bieden, zoo is het immers blijkbaar, dat men, door het plaatsen der grootste afmeting van den balk op en neder, houtvezelen verkrijgt, welke onder en boven verder uit het hart van het hout verwijderd zijn. Men ziet hieruit tevens, hoe ongeraden het is, om de boven- of onderkanten der balken door inlatingen te verzwakken, daar juist hierdoor die vezelen, op welke de grootste krachten werken, afgesneden worden.

De balken moeten daarom werkelijk als buigbaar en niet als hard aangenomen worden. De uitkomsten, welke men hierboven verkregen heeft voor harde balken, kan men echter ook beschouwen als door te gaan voor buigbare balken; doch de letter M zal niet meer de volstrekte vastheid van de houtsoort zijn; maar men zal hiervoor een getal moeten nemen, dat door proeven, op verschillende houtsoorten genomen, bepaald is. Het is intusschen voor het dagelijksch gebruik van weinig belang,  
te

te weten, met hoe veel gewigt een bepaalde balk breekt, daarentegen is het van uitgebreid nut, met zekerheid te kunnen opmaken, hoe veel een balk op den duur met vertrouwen dragen kan. De volgende waarden voor M zijn dus zoodanig genomen, dat de balken alsdan de waarde van de uitdrukking veilig op den duur kunnen ophouden.

Er zijn in den laatsten tijd wel naauwkeuriger uitdrukkingen gevonden; doch de gronden, waarop dezelve rusten, zijn voor dit Lees- en Leerboek te ingewikkeld, om uit elkander gezet te worden; voor het overige heeft men de waarden, in de volgende tafel opgegeven, vergeleken met de uitkomsten, in later tijd verkregen, en bevonden, dat de waarden of de getallen, welke hier opgegeven zijn, over het algemeen eenigzins zwaardere afmetingen voor belaste balken geven, en derhalve veilig kunnen gebruikt worden.

Wanneer de afmetingen der balken in Nederlandsche ellen gegeven zijn, kan men voor het gewigt, dat een balk, aan de uiteinden ondersteund, in het midden op den duur veilig dragen kan, nemen  $Z \frac{b \times h \times h}{1}$  Nederl. ponden. Onder dit gewigt is de halve zwaarte van den balk begrepen.

Tafel voor de waarden van Z voor verschillende houtsoorten.

Greenenhout	Z gelijk	246392.
Eikenhout	Z gelijk	351783.
Dennenhout	Z gelijk	175420.
Vurenhout	Z gelijk	234322.
Beukenhout	Z gelijk	403236.
Elzenhout	Z gelijk	295278 (*).

Laat gevraagd worden, hoe veel een greenen balk, lang 6 el, breed 0,25 el en dik of hoog 0,3 el, aan beide uiteinden ondersteund, in het midden veilig dragen kan? Volgens het bovenstaande is dit

(\*) De getallen, hier opgegeven, zijn getrokken uit de *Proeven*, door RIJTELWEIN genomen.

dit gewigt gelijk  $Z \frac{b \times h \times h}{1}$ , waarin, overeenkomstig de tafel,  $Z$  gelijk 246392 is, terwijl  $b$  gelijk 0,25,  $h$  gelijk 0,3 en 1 gelijk 6, uit de opgegevene afmetingen, is. Dit alles in de plaats stellende, verkrijgt men voor de grootte van het gevraagde gewigt  $246392 \times \frac{0,25 \times 0,3 \times 0,3}{6}$ , of  $246392 \times \frac{0,0225}{6}$ , dat is gelijk 924 Nederl. ponden. Onder

dit gewigt is nu de halve zwaarte van den balk gerekend; deze halve zwaarte moet derhalve nog van de verkregene uitkomst afgetrokken worden. De inhoud van den balk is gelijk lengte  $\times$  breedte  $\times$  hoogte, dat is gelijk  $6 \times 0,25 \times 0,3$ , of 0,45 kubiek-ellen. Volgens de tafel der foortellijke gewigten, in het begin van dit Leerboek opgegeven, weegt eene kubiek-el droog greenenhout 625 Ned. pond; het gewigt van den balk is dus 281 pond; hiervan de helft nemende, en dit van de gevondene 924 Ned. ponden aftrekkende, vindt men voor het gevraagde gewigt 783 Ned. ponden.

Indien gevraagd ware, hoe veel de balk veilig op den duur, gelijkmatig belast, zou kunnen dragen, zoo heeft men vroeger aangetoond, dat een gelijkmatige last dezelfde uitwerking op den balk deed als een gewigt, dat de helft van den gelijkmatigen last groot was, en hetwelk in het midden des balks werd opgehangen. De gelijkmatig belaste balk kan dus tweemaal zoo veel dragen; waaruit volgt, dat de hierboven opgegeven balk, gelijkmatig belast, veilig 1566 Ned. ponden dragen kan.

Laat, als tweede voorbeeld, gevraagd worden, hoe breed een eiken balk moet genomen worden, waarvan de hoogte 0,3 el en de lengte 8 el is, indien deze balk veilig op den duur een' gelijkmatigen last van 2000 Ned. ponden zal kunnen dragen?

Wij kunnen gemakshalve aannemen, dat onder de 2000 Ned. ponden het halve gewigt van den balk begrepen is; en dan zal de balk, volgens het vroeger gezegde, veilig in het midden een gewigt van 1000 Ned. ponden moeten kunnen ophouden. Hiertoe heeft

heeft men, ingevolge het opgegevene tafeltje, Z gelijk 351783; verder is h gelijk 0,3 el en l gelijk 8 el genomen. In het voorgaande voorbeeld werd de last gezocht, dien een balk kan dragen; hier, daarentegen, is de last gegeven; dit in aanmerking nemende, moet de gevondene uitdrukking voor de sterkte der balken gelijk aan dien last gesteld worden, waardoor men heeft:

$$1000 \text{ gelijk } Z \frac{b \times h \times h}{1} \text{ gelijk } 351783 \frac{b \times 0,3 \times 0,3}{8}.$$

Aan beide zijden met 8 vermenigvuldigende, verkrijgt men 8000 gelijk  $351783 \times 0,09 \times b$ , waaruit men vindt, dat de breedte b gelijk moet zijn aan  $\frac{8000}{351783 \times 0,09}$ , of gelijk 0,25. Een eiken balk van 0,3 el hoog en 0,25 el breed kan derhalve veilig op den duur een gelijkmatig verspreid gewigt van 2000 pond dragen.

Wanneer dergelijke balken niet op den duur met de gewigten belast blijven, zoo zal men bij de waarde van Z nog  $\frac{1}{2}$  van die waarde mogen bijtellen, waardoor de afmetingen der balken aanmerkelijk zullen verligt worden.

Daar de zwaarte der balken moet aangemerkt worden als een gewigt, ter halve zwaarte van den balk onder het midden der balken gehangen, zoo kan, door de lengte, breedte en hoogte zeer ruim te nemen, de zwaarte des balks zoo groot worden, dat dezelve op den duur zijne eigene zwaarte niet veilig dragen kan. Vroeger hebben wij daarover reeds gesproken, en alstoen gevraagd, hoe lang een balk, waarvan de hoogte en breedte gegeven was, genomen moest worden, om door zijn eigen gewigt te breken? Wij zullen nu hier hetzelfde voorbeeld uitwerken, doch met dit onderscheid, dat wij de vraag in zooverre veranderen, dat niet de lengte gezocht wordt, opdat de balk door zijn eigen gewigt breke, maar opdat de balk zijn eigen gewigt op den duur veilig zou kunnen dragen.

De afmetingen des balks, alstoen opgegeven,  
wa-

waren: de breedte 15 duim en de hoogte 20 duim, terwijl het noodig is, dat er bijgevoegd worde, dat de balk van greenenhout is.

De ophelderingen, vroeger gegeven, blijven dezelfde, en kunnen dus aldaar nagezien worden; alleen zullen wij, in plaats van de daar gevondene uitdrukking, die gebruiken, welke door de buigbaarheid der balken is gewijzigd geworden.

Voor het gewigt, dat een balk veilig kan dragen, is gevonden  $Z \frac{b \times h \times h}{1}$ ; onder dit gewigt

was de halve zwaarte van den balk begrepen. De geheele zwaarte van den balk is gelijk aan *de lengte*  $\times$  *de breedte*  $\times$  *de hoogte*  $\times$  *het soortelijk gewigt van greenenhout*. De helft hiervan moet genomen worden als het gewigt, dat de opgegeven balk veilig kan blijven dragen, en neemt dus de plaats in van het ophang-gewigt; waardoor men heeft:

$\frac{1}{2} \times l \times b \times h \times$  het soortelijk gewigt van greenenhout  
moet gelijk zijn aan  $Z \frac{b \times h \times h}{1}$ .

Voor het soortelijk gewigt van greenenhout is in de tafel der soortelijke gewigten opgegeven 625, de hoogte van den balk 0,2 el en de breedte 0,15 el, volgens opgave, en eindelijk  $Z$  gelijk 246392; dit alles in de plaats stellende, heeft men  $\frac{1}{2} \times l \times 0,15 \times 0,2 \times 625$  gelijk  $\frac{246392 \times 0,2 \times 0,2}{1}$ ,

dat is  $1 \times 1$  gelijk  $\frac{246392 \times 0,2 \times 2}{625}$  gelijk 157,69,

el. Uit dit getal moet de wortel getrokken worden, om de lengte van den balk te weten; deze wortel-trekking verrigtende, zal voor de lengte van den balk gevonden worden nagenoeg 12,56 el.

Men moet zich intusfchen wel wachten, deze uitkomst op te nemen, alsof een greenen balk van 12,56 el lengte op 0,15 el breedte en 0,2 el hoogte niet meer dan zijn eigen gewigt zou kunnen dragen; de verkregene uitkomst duidt slechts aan, dat, bij eene belasting van zulk eenen balk, doorzetting zal plaats hebben, welke doorzetting meer en meer zal toe-

toenemen, en dus de vezelen of sterkte des balks benadeelen en eindelijk aanleiding tot het breken van denzelven zou geven.

Het kan in het uitoefenen der verschillende ambachten van belang geacht worden, den invloed van de zwaarte der balken op het doorzetten na te gaan, dat is, van het draagvermogen de halve zwaarte der balken af te trekken. Bespeurt men, dat, door de aanmerkelijke lengte der balken, de zwaarte van dezelve te groot wordt, zoo zal men in het midden, of op eenige plaats onder de balken, moerbindten met standvinken moeten brengen. Voor het overige kan in dit Werktuigkundig Lees- en Leerboek niet verder over deze belangrijke zaak worden uitgeweid; het hier gezegde zal met de reeds genoemde *Handleiding tot de burgerlijke Bouwkunde*, door de Maatschappij: *Tot Nut van 't Algemeen*, uitgegeven, den onderzoekenden handwerksman in staat stellen, om de afmetingen der balken niet alleen uit regelen of overleveringen, maar uit eigene berekeningen af te leiden.

Eenige voorbeelden tot het bepalen der afmetingen voor zolderbalken zullen echter, als handleiding, denzulken niet onaangenaam zijn.

Stel, dat de zwaarte der greenen balken voor een deftig woonhuis moest bepaald worden, wanneer de steunpunten 7 el van elkander verwijderd zijn, en dat men aanneemt, dat de balken, zoo als veelal geschiedt, zoodanig gezaagd zijn, dat de breedte  $\frac{2}{3}$  van de hoogte is, terwijl dezelve 1 el midden uit midden liggen.

In de eerste plaats zal men moeten nagaan, wat men voor den last der vloeren in woonhuizen moet aannemen; de verschillende voorwerpen staan overal verspreid, en worden dan hier dan daar geplaatst; zoo is het ook gelegen met de zwaarte van de bewoners der huizen; derhalve kan men, om alle veiligheid in het oog te houden, stellen, dat zulk een vloer 200 Ned. ponden op de vierkante el moet kunnen dragen, dat is de zwaarte van drie menschen op elke vierkante el; doch een zoodanige last, al zou dezelve van tijd tot tijd op enkele plaatsen bestaan, kan niet aangemerkt worden als een standvastige last; waarom men hier dus veilig  
de



de waarde van  $Z$ , voor eenen standvastigen last opgegeven, met  $\frac{1}{4}$  kan verhoogen; zoodat voor greenenhout in dit geval kan genomen worden:  $Z$  gelijk 246392, opgeteld bij  $\frac{1}{4}$  van 246392, dat is,  $Z$  gelijk 307990.

Het vak, begrepen tusfchen twee zolderbalken, is 7 el lang en 1 el breed; de inhoud is derhalve 7 vierkante ellen; de last op elke vierkante el = 200 pond genomen zijnde, zoo is de geheele last op zulk een vak 1400 Ned. ponden. Hieruit volgt, dat elke balk 1400 Ned. ponden, gelijkelijk over de lengte verspreid, moet kunnen dragen. Uit het vroeger gezegde kan men alzoo aannemen, dat de balk in het midden een gewigt van 700 pond op den duur moet kunnen ophouden; hierbij moet nu nog het halve gewigt van den balk gevoegd worden; doch daar dit voor alsnog onbekend is, zal het beter zijn de uitkomst hiernaar te wijzigen.

De algemeene uitdrukking geeft voor dit voorbeeld:

$$700 \text{ gelijk } Z \frac{b \times h \times h}{1} \text{ gelijk } 307990 \frac{\frac{1}{2} h \times h \times h}{7},$$

of wel  $9 \times 700 \text{ gelijk } 307990 h \times h \times h$ , dat is, gelijk  $307990 h^3$ .

Hieruit heeft men:

$$h^3 \text{ gelijk } \frac{6300}{307990}, \text{ of } h \text{ gelijk } \sqrt[3]{\frac{6300}{307990}} \text{ gelijk } \sqrt[3]{0,02045}.$$

Uit dit getal den derde-magtswortel trekkende, zal men vinden  $h$  nagenoeg gelijk 0,28 el, en derhalve  $b$  gelijk  $\frac{1}{2}$  van 28, dat is,  $\frac{1}{2}$  of 0,22 el.

Laat als tweede voorbeeld gevraagd worden, hoe groot men de hoogte en breedte van greenen balken moet nemen voor eenen graanzolder, wanneer gegeven is, dat deze zolder 5 el breed en de balken 0,8 el midden uit midden gelegen zijn?

De graanzolders hebben eenen regelmatigigen last te verduren; de zwaarte van dezen last hangt na-

Q

tuur-

tuurlijk af van de hoogte, welke het graan boven den vloer heeft; zelden laten de eigenaars der panden toe, dat het graan hooger dan 1,2 el opgeworpen worde; men zal dus ook in dit voorbeeld deze hoogte als grondslag voor de rekening nemen. Op een vak des zolders, begrepen tusschen twee balken, heeft men derhalve zoo veel graan, als geplaatst kan worden in eenen bak van 5 el lengte, 0,8 el breedte en 1,2 el hoogte; de inhoud is alzoo  $5 \times 0,8 \times 1,2$  of 4,8 kubiek-ellen. Een nieuw last graan heeft 3 kubiek-el inhoud; gevolgelyk komt op elk vak tusschen twee zolderbalken  $1\frac{2}{3}$  last graan te liggen. Neemt men nu aan, dat een last graan omtrent 2000 Ned. ponden weegt, zoo zal men mogen rekenen, dat elk vak een gelijkelijk verspreid gewigt van 2400 Ned. ponden te dragen heeft. Elke balk moet dan, gelijkmatic over deszelfs lengte verspreid, een gewigt van 2400 pond dragen, hetwelk overeenkomt met een gewigt van 1200 pond, in het midden des balks opgehangen.

Even als in het vorige voorbeeld, zullen wij de breedte  $\frac{2}{3}$  van de hoogte nemen, en, daar de opgegevene waarden van Z in het algemeen eer te zware dan te ligte balken aangeven, het halve gewigt van den balk verwaarloozen. De vroeger opgegevene uitdrukking gebruikende, heeft men:

1200 gelijk  $Z \frac{\frac{2}{3} h \times h \times h}{5}$ ; de waarde van Z voor greenenhout, in de tafel opgegeven, nemende, wordt het bovenstaande:

1200 gelijk  $246392 \frac{7 h \times h \times h}{9 \times 5}$ , of  
54000 gelijk  $1724744 h^3$ ; dat is:

$h^3$  gelijk  $\frac{54000}{1724744}$ ; waaruit  $h = \sqrt[3]{0,03131}$  of omtrent 0,32 el; de hoogte 32 duim zijnde, zoo wordt de breedte  $\frac{2}{3}$  van de hoogte of 25 duim.

Deze twee voorbeelden zullen genoegzaam zijn, om te doen zien, hoedanig de opgegevene uitdrukking moet gebruikt worden. Men moet slechts altijd ernstig acht geven op den last, voor welken de zolder is ingerigt, en dezen met beleid, zoo na mogelijk aan de waarheid, verspreid rekenen. Moesten

ta-

tabaksvaten, koffij, suiker of meekrap op de zolders geplaatst worden, zoo zou men moeten weten, hoe hoog men stapelen wil, en hoe groot de omvang en het gewigt van een vat of eene baal ware. De regelen, welke bij de timmerlieden veel in gebruik zijn, hebben bijna alle het gebrek, dat men daarbij niet in rekening kan brengen, hoe ver de balken midden uit midden van elkander gelegen zijn, en de hierboven uitgewerkte voorbeelden duiden echter aan, van hoe veel invloed dit op de afmetingen der balken is.

Magazijnen, voor den handel geschikt, hebben zelden zolderbalken langer dan 6 el. Hebben dezelve eene grootere breedte, zoo vindt men de balken in het midden geschoord door de bekende moerbindten, en de balken bestaan dan, of uit twee lengten, of men moet ten minste in de opgegevene uitdrukking de lengte der balken niet grooter nemen dan den afstand van den muur tot het moerbind. Heeft men, in plaats van moerbindten, een' doorgaand gemetfelden muur, dan moet ook de lengte van muur tot muur gerekend worden.

De moerbindten worden op afstanden van 4 à 5 el ondersteund door stijlen of standvinken. Men kan derhalve ook de afmetingen der moerbindten uit de boven opgegevene uitdrukking afleiden. Gaat men, namelijk, na, hoe veel zolderbalken er tusschen twee stijlen of standvinken op het moerbind komen, zoo weet men, wanneer de last der balken bekend is, ook, hoe veel dat gedeelte van het moerbind te dragen heeft; deze geheele last kan men nu als gelijkelijk over de lengte verspreid aannemen, en alsdan ter bepaling van de afmetingen denzelfden weg inslaan, als bij het bepalen der zolderbalken is aangewezen.

Men heeft reeds aangemerkt, dat de waarden van *Z* eenigzins moeten gewijzigd worden, wanneer de last niet op den duur moet gedragen worden. Dit komt vooral te pas bij het bepalen der afmetingen van de balken of leggers der bruggen. Bruggen toch behoeven zelden of nooit de lasten lang te dragen; het gewigt van een rijtuig, b. v., wordt door dezelve niet langer gedragen dan den tijd, die noodig is, om de lengte van de brug af te leggen.

Wil men in zulke gevallen de opgegevene uitdrukking toepassen, zoo kan men veilig de waarden van Z verdubbelen, of met twee vermenigvuldigen.

Hierbij moet men echter wel acht geven, dat het gewigt van een rijtuig, of wat het ook zijn moge, door het aantal leggers moet gedeeld worden, om den last van elken legger te vinden, doch tevens, dat men dezen last niet als over de geheele lengte der leggers verspreid mag rekenen, aangezien het over de brug voortbewegende rijtuig dan op het eene en dan op het andere gedeelte des leggers drukt; het zwakste gedeelte moet dus voor een oogenblik zoowel den last dragen als het sterkste, en daar de legger in het midden het zwakste is, zoo zal men aan denzelfden zulke afmetingen moeten geven, als noodig is, om den last als een gewigt, bij het midden des leggers opgehangen, te dragen.

Over de sterkte der stijlen, onder balken of moerbindten te plaatsen, zullen wij hier niet spreken, eensdeels omdat ten aanzien dezer sterkte minder voldoende proeven genomen zijn, en anderzins, omdat men slechts zelden te ligte stijlen onder de moerbindten aantreft, daar de afmetingen der eerste in de burgerlijke Bouwkunde meestal naar de afmetingen der laatste genomen worden. Ook is de hoogte dezer stijlen, welke men in het dagelijksche werk ontmoet, niet van dien aard, dat er voor de doorzetting veel te vreezen is.

#### OVER DE WETTEN VAN BEWEGING.

Hoezeer men in het *Natuurkundig Schoolboek*, uitgegeven door de Maatschappij: *Tot Nut van 't Algemeen*, de wetten der beweging duidelijk vindt uiteengezet, en men daarenboven, na het voorafgegane in dit Lees- en Leerboek, eene meerdere kennis van krachten, zwaartepunten, enz. mag vooronderstellen, zal het echter niet ondienstig zijn, overeenkomstig dat vroeger gezegde, de wetten van beweging hier nog eens te behandelen, ten einde zoo veel mogelijk een en ander toepasselijk op de werktuigen te maken. Hierbij zal veel gebruik kunnen gemaakt worden van het behandelde over ontbin-

bindingen en zamenstellingen van krachten, daar toch de aanbrenging van krachten, hetzij om evenwigt en rust te maken, hetzij om beweging daar te stellen, meestal dezelfde is.

Wanneer eene kracht op een ligchaam, dat in rust is, werkt, zal er, overeenkomstig het vroeger geleerde, beweging ontstaan volgens de rigting der kracht. Twee hoofdgevallen moet men echter bij deze werking onderscheiden: 1°. de kracht kan beschouwd worden slechts één oogenblik op het ligchaam te werken, en hetzelfde dus éénen enkelen schok geven, en 2°. de kracht kan beschouwd worden als voortdurend met hetzelfde vermogen op het ligchaam werkzaam te zijn. De aard van de beweging zal natuurlijkerwijze veel van elkander verschillen. In het eerste geval zal het ligchaam eene snelheid aannemen, evenredig aan de grootheid der kracht, en hetzelfde zal die snelheid behouden, zoolang er geene kracht of eenige hinderpaal ontstaat, die de eens gegevene beweging vernietigt; had het ligchaam dus eene snelheid van 4 ellen in eene sekonde tijds gekregen, dat wil zeggen, had het ligchaam in eene sekonde tijds eenen weg van 4 ellen afgelegd, dan zou hetzelfde in de tweede, derde en achtereenvolgende sekonden even zoo veel wegs afleggen; de beweging zou derhalve gestadig dezelfde blijven, terwijl de afgelegde weg evenredig zoude zijn met den verloopende tijd. Wilde men, b. v., weten, hoe veel wegs het ligchaam in eene minuut zoude afgelegd hebben, zoo zou men slechts moeten zeggen: de afgelegde weg in eene sekonde is 4 ellen, derhalve in 60 sekonden of eene minuut  $60 \times 4$  ellen, dat is 240 ellen. Men noemt deze beweging: de eenparige beweging der lichamen.

Omgekeerd zou men de beweegkracht kunnen bepalen, die noodig was, om een zeker ligchaam in elke sekonde 4 ellen te doen afleggen; want uit het vroeger behandelde is gebleken, dat de beweegkrachten in zamengestelde rede van snelheid en massa zijn. Verder zal men door evenredigheden kunnen bepalen, hoedanig de snelheden zich zullen verhouden van twee verschillende massa's, door dezelfde kracht bewogen; want stellende de kracht te zijn  $K$ , de massa's  $M$  en  $m$ , en de snelheid, door de kracht  $K$

aan de massa  $M$  in eene sekonde gegeven, of den afgelegden weg der massa  $M$  in eene sekonde,  $S$ , dan heeft men  $K = S \times M$  en tevens  $K = X \times m$ , waarin nu  $X$  de onbekende snelheid aanduidt: uit de gelijkheid der krachten  $K$  volgt de gelijkheid der produkten  $S \times M$  en  $X \times m$ ; en men heeft dus:

$$S \times M = X \times m, \text{ of wel } X = \frac{S \times M}{m}$$

Het hierboven gezegde, gevoegd bij hetgene in het begin van dit Lees- en Leerboek over de krachten vermeld is, zal genoegzaam zijn, om zich zelve vraagstukken over de eenparige beweging op te geven en die op te lossen.

Om echter hierin eenige handleiding te geven, willen wij een enkel voorbeeld, uit de eenparige beweging ontleend, oplossen:

Twee lichamen,  $A$  en  $B$  (Fig. 134), bewegen zich in dezelfde rigting met eenparige snelheid; het eerste  $A$  met eene eenparige snelheid van 5 ellen in eene sekonde, en het andere met eene eenparige snelheid van 4 ellen in hetzelfde tijdsverloop. Wanneer nu bij den aanvang der beweging het ligchaam  $A$  van  $B$  20 ellen verwijderd ware, zoo vraagt men, in hoe veel tijds zij elkander zullen ontmoeten, of wel in hoe veel tijds het ligchaam  $A$  het ligchaam  $B$  zal ingehaald hebben?

Het is ontegenzeggelijk, dat op het oogenblik, dat de lichamen bij elkander komen, beide denzelfden tijd onderweg geweest zullen zijn; voor dit oogenblik zijn dus de tijden, die wij  $X$  zullen noemen, gelijk. Voorts is de weg, dien het ligchaam  $A$  in  $X$  tijd afgelegd heeft, gelijk de snelheid  $\times$  den tijd, dat is gelijk  $5 \times X$ , terwijl de afgelegde weg van het ligchaam  $B$ , om dezelfde reden, door  $4 \times X$  zal uitgedrukt worden; daar nu het ligchaam  $B$  het ligchaam  $A$  20 ellen vooruit was, zal het ligchaam  $A$ , om bij  $B$  te komen, eenen weg afgelegd moeten hebben, gelijk aan den weg, dien  $B$  afgelegd heeft, opgeteld bij 20 ellen. Om dit bevattelijker te maken, zou men kunnen aannemen, dat de lichamen in het punt  $C$  bij elkander  
kwa-

kwamen, en dan is het immers uit de figuur duidelijk, dat de weg van A, dat is AC, 20 ellen langer is dan de weg van B, dat is BC. Men heeft alzoo den weg van A gelijk den weg van B, opgeteld bij 20 ellen; maar de weg van A was  $5 \times X$  en de weg van B  $4 \times X$ ; derhalve is  $5X = 4X + 20$ ; aan beide zijden  $4X$  aftrekkende, vindt men  $X$ , dat is de gevraagde tijd, gelijk 20 sekonden. Beproeft men nu de uitkomst aan het opgegevene voorbeeld, zoo ziet men, dat A in 20 sekonden  $5 \times 20$ , dat is 100 ellen wegs heeft afgelegd, terwijl de afgelegde weg van B in 20 sekonden 80 ellen is; het verschil is, zoo als opgegeven was, juist 20.

Had men bij hetzelfde voorbeeld opgegeven, dat de lichamen met de aangewezen snelheid van 5 en 4 ellen in eene sekonde naar elkander toekwamen, zoodat de beweegkrachten, die de pijltjes in Fig. 135 aanwijzen, in tegenovergestelde rigting werkten, dan zou de uitkomst veel verschillen; want uit de figuur is het duidelijk, dat het ontmoetingspunt C der lichamen tusschen de lichamen in liggen zal, terwijl het verder door niemand betwijfeld zal worden, dat de som der afgelegde wegen van A en B juist gelijk aan hunnen afstand, dat is gelijk 20 ellen zal wezen: men vindt dus, daar de lichamen bij het ontmoeten even lang onderweg geweest zijn, den afgelegden weg van A, opgeteld bij den afgelegden weg van B, gelijk 20 ellen. Stellende alzoo den tijd voor beide wederom  $X$ , dan is:  $5 \times X + 4 \times X = 20$ , of wel  $9X = 20$ , dat is  $X = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$  sekonden.

Het boven behandelde voorbeeld geeft aanleiding, om een enkel woord over de betrekkelijke snelheden te zeggen. Wanneer men zich namelijk voorstelt, dat A en B in beide gevallen trekschuiten zijn, die men kan aannemen, dat met eene eenparige beweging voortgaan, zoo zal, wanneer men in trekschuit B eenen persoon plaatste, deze naar schuit A ziende, door de weinige beweging der schuit zich zelve in rust wanen, terwijl hij in het eerste geval schuit A met eene snelheid van 1 el in eene sekonde zal zien naderen of voortgaan; deze snelheid, welke gelijk is aan het verschil der snelheden van de twee schuiten, noemt men de *betrekkelijke snelheid* van twee bewogen wordende lichamen.

In het tweede geval zal het den perfoon, in schuit B geplaatst, toefchijnen, dat schuit A hem met eene snelheid van 9 ellen in eene sekonde te gemoet komt; de betrekkelijke snelheid der twee lichamen is in dit geval gelijk aan de fom der snelheden van de twee voortbewogene lichamen. De meeste lezers zullen bij ondervinding weten, met welk eene groote snelheid eene van den anderen kant komende schuit, die, waarin hij zelf gezeten is, schijnt voorbij te gaan; het is namelijk hier de betrekkelijke snelheid, welke men als snelheid aan de voorbijgaande schuit toekent.

Al hetgene in het begin van dit Lees- en Leerboek gezegd is over krachten, die op één punt werken, over de evenwijdig werkende krachten, enz. gaat ook voor de beweging door; zoo zou men voor de eenparige beweging bevinden, dat, wanneer twee krachten, op het zwaartepunt van een ligchaam aangebragt, ieder in het bijzonder aan het ligchaam eene eenparige beweging geven, het ligchaam zal voortbewogen worden met eene eenparige beweging, volgens de rigting van den diagonaal van het parallelogram, waarvan de zijden de rigting der krachten aantoonen, terwijl de grootte der zijden gelijk moet genomen worden aan de snelheid, dat is, de afgelegde weg van het ligchaam in eene sekonde, wanneer elke der krachten afzonderlijk op het ligchaam werkt. De lengte van den diagonaal, die vroeger de grootte der kracht aangaf, zal nu den afgelegden weg in eene sekonde, dat is, de snelheid, waarmede het ligchaam door die twee krachten eenparig bewogen wordt, aangeven. Voor verdere toepasfingen wordt de lezer verwezen tot de reeds genoemde *Volks-Natuurkunde*, mede door de Maatschappij uitgegeven, en wel bepaaldelijk tot de vijfde Zamenfpraak.

Er is echter nog iets bij beweegkrachten, die op eenig ligchaam worden aangebragt, dat eenige opheldering behoeft. Hiervóór is gefproken van krachten, die op het zwaartepunt van een ligchaam aangebragt worden; de vraag zou nu kunnen ontstaan: Moeten dan juist de beweegkrachten op het zwaartepunt van een ligchaam aangebragt worden, en geeft het een werkelijk verschil in beweging, wan-



wanneer krachten buiten het zwaartepunt op het oppervlak van het ligchaam aangebragt zijn?

Wij weten uit het vroeger geleerde, dat men zich het zwaartepunt der massa van het ligchaam, vereenigd in dat punt, kan voorstellen; beweegt zich dus het zwaartepunt met eene eenparige snelheid, dan beweegt zich de geheele massa, dat is ieder stoffelijk deeltje van het ligchaam, met deze eenparige snelheid. Verder weet men, dat, door den onderlingen zamenhang der deeltjes van een ligchaam, geen der deeltjes eene eenparige *regtlijnige* beweging kan hebben, of het geheele ligchaam moet eene gelijke eenparige beweging aannemen. Men zegt hier *regtlijnige* eenparige beweging, omdat, b. v., een tol eene eenparige *draaijende* beweging kan hebben, zonder dat alle deeltjes even snel bewogen worden; zelfs zullen in dit geval de deeltjes, welke in de as des tols gelegen zijn, als zonder beweging aangemerkt moeten worden.

Vooronderstellen wij, dat eene kracht  $P$  (Fig. 136) op eenig punt  $A$  van een ligchaam buiten het zwaartepunt  $Z$  wordt aangebragt, dan zal in de werking der beweegkracht  $P$  geene verandering ontstaan, wanneer men, na de lijn  $AZ$  getrokken en  $BZ$  gelijk  $AZ$  genomen te hebben, in het zwaartepunt  $Z$  eene kracht  $P$  (gelijk en evenwijdig aan de kracht  $P$  op  $A$  werkende) aangebragt, indien men slechts op  $A$  en  $B$ , in de tegenovergestelde rigting en evenwijdig aan  $P$ , krachten mededeelde, ieder gelijk aan  $\frac{1}{2} P$ ; want uit het vroeger geleerde bij de evenwijdige krachten weet men, dat de kracht  $P$  in het zwaartepunt vernietigd wordt door de twee krachten  $\frac{1}{2} P$ , in  $A$  en  $B$  werkende. Beschouwt men nu de figuur, dan ziet men, dat op het punt  $A$  twee krachten  $P$  en  $\frac{1}{2} P$  in tegenovergestelde rigting werken; men moet derhalve deze twee van elkander aftrekken, en volgens de rigting van de grootste kracht, dat is volgens de rigting van  $P$ , blijft dus slechts eene kracht  $\frac{1}{2} P$  over. Neemt men voorts de lijn  $AB$  aan als een' hefboom, waarvan  $Z$  het draai- of steunpunt is, zoo zal men duidelijk inzien, dat de twee gelijke en op denzelfden afstand van het zwaar-

te- of draaipunt Z werkende krachten  $\frac{1}{2} P$ , in tegenovergestelde rigtingen op A en B loopende, het ligchaam, zonder voortgaande beweging, eene draaijende beweging zullen geven, terwijl er voor de regtlijnige eenparige beweging niets overblijft dan de kracht P, in het zwaartepunt aangebragt. Men leert alzoo hieruit, dat, wanneer eene kracht op eenig punt van een ligchaam buiten het zwaartepunt wordt aangebragt, het ligchaam met dezelfde snelheid zal voortbewogen worden, alsof deze kracht onmiddellijk op het zwaartepunt ware aangebragt, doch dat het ligchaam, gedurende de regtlijnige eenparige snelheid, alsnu nog eene draaijende beweging om het zwaartepunt hebben zal.

Het biljartspel geeft hiervan een in het ooglopend voorbeeld. Wanneer men, namelijk, een' biljartbal eenen stoot geeft, waarvan de rigting niet door het zwaartepunt gaat, maar ter regterzijde van hetzelfde aangebragt is, zoo zal 1°. de bal voortgaan met dezelfde snelheid, alsof de rigting van den stoot door het zwaartepunt ging, en 2°. zal de bal daarenboven, al voortgaande, eene draaijende beweging van den regter- naar den linkerkant aannemen. Stoot men den bal in eene rigting boven het zwaartepunt, dan zal wederom de bal met dezelfde snelheid voortgaan, alsof de stoot door het zwaarte- of middelpunt gegaan ware, terwijl alsnu de draaijende beweging gedurende den voortgang van boven naar beneden zal plaats hebben. Raakt men eindelijk den bal beneden het zwaartepunt, zoo zal het bovengezegde omtrent de voortgaande beweging hetzelfde zijn; doch de draaijende beweging is van beneden naar boven: door deze laatste draaijende beweging zal de uitwerking der wrijving van het kleed der biljart vermeerderd worden, en had men den stoot beneden het zwaartepunt in eene rigting van boven naar beneden aangebragt, zoo zou hierdoor de beweegkracht minder worden; in dit geval kan het gebeuren, dat de draaijende beweging nog blijft aanhouden, terwijl de voortgaande beweging van den bal reeds vernietigd is door den tegenstand der lucht, de wrijving, enz. Thans blijft de wrijving de draaijende beweging van den bal tegenwerken, en doet den-

denzelven eene achterwaartsche beweging aannemen; iets, hetwelk door sommige lezers zeker wel zal opgemerkt zijn.

Het zoo even gezegde over de beweging van een ligchaam, wanneer de rigting der kracht niet door het zwaartepunt gaat, is van uitgebreide toepassing; want gaat dit voor de eene kracht door, zoo gaat het ook even goed door voor eene andere kracht, waarvan de rigting evenmin door het zwaartepunt gaat. Werken er alzoo verscheidene krachten op het oppervlak van zekere lichamen, van welk eenen vorm dan ook, zoo is het van het hoogste belang, te weten, welk eene uitwerking dit op de beweging van het zwaartepunt hebben zal, daar men door de beweging of verplaatsing van het zwaartepunt de verplaatsing van de geheele massa verstaan moet; voor elke kracht redenerende, zoo als men dit bij ééne kracht gedaan heeft, komt men tot deze uitkomst: Het zwaartepunt zal bewogen worden eveneens, alsof al de krachten in het zwaartepunt aangebragt waren. Men moet derhalve slechts, zoo als vroeger geleerd is, de zamengestelde kracht van al die krachten zoeken; deze zal de rigting der beweging van het zwaartepunt aangeven, terwijl de snelheid van de grootte der zamengestelde kracht zal afhangen. Of het ligchaam nu al of niet eene draaijende beweging gedurende den voortgang hebben zal, en hoedanig deze draaijende beweging zij, dit hangt af van den onderlingen stand en de grootte der krachten. Een en ander breeder aan te toonen, zou voor dit Lees- en Leerboek te ingewikkeld worden.

Als tweede hoofdgeval der werking eener kracht op zeker ligchaam, is opgegeven, wanneer de kracht voortdurend met hetzelfde vermogen op het ligchaam werkzaam was. Alsdan noemt men de beweging: eenparig versnellende beweging. Wij zullen trachten de wetten voor deze beweging op te sporen, en hiertoe zoo veel mogelijk gebruik maken van de reeds behandelde *eenparige* beweging.

Vooronderstel, dat, in stede, zoo als bij de eenparige beweging het geval was, de kracht slechts een' enkelen schok aan het ligchaam geeft, dezelve bij gelijke tusschenpoozen herhaalde gelijke schokken aan hetzelfde mededeelde, dan zal men, indien voor de gelijke tusschenpoozen, b. v., eene sekonde, en

voor

voor de snelheid, door de kracht aan het ligchaam gegeven, 1 el genomen werd, verkrijgen, dat het ligchaam in de eerste sekonde 1 el doorloopt; doch bij de tweede sekonde krijgt hetzelfde weder een' schok; dit is dus alsof er eene dubbele kracht op werkte, en de snelheid zal alzoo voor de tweede sekonde 2 ellen zijn; zoo vervolgens voortdurende, zal men voor de snelheid in de derde sekonde 3 ellen, in de vierde sekonde 4 ellen, enz. vinden. Men kan het hier gezegde in eene figuur aanschouwelijk maken; daartoe verdeele men (Fig. 137) de lijn AB in een zeker aantal gelijke deelen, die wij zullen aannemen sekonden voor te stellen, terwijl men de lijn AC loodregt op de eerste in een zeker aantal gelijke deelen verdeelen kan, welke ieder 1 el lengte, dat is de snelheid van het ligchaam in de eerste sekonde verkregen, aangeven. Trekkende nu uit al de deelpunten van de lijn AB horizontale en uit al de deelpunten van de lijn AC vertikale lijnen, zoo zal men, door de snijdingen dezer lijnen, gelijk de figuur aantoon, den vorm van eenen trap verkrijgen; de breedte der treden Ac, af, di, gp, enz. zijn juist gelijk 1 el, 2 ellen, 3 ellen, 4 ellen, enz. dat is juist gelijk aan de afgelegde wegen in de 1e., 2e., 3e en 4e sekonde, enz. Verder  $Aa = ad = dg$ , enz. als eenheid aannemende, is het vlak der bovenste trede  $Aa bc = 1 \times 1 \text{ el} = 1$ , het vlak van de tweede trede  $ad ef = 1 \times 2 \text{ el} = 2$ , en van de derde trede  $dghi = 1 \times 3 \text{ el} = 3$ . Men kan derhalve het vlak der achtereenvolgende treden aannemen als voorstellende de doorgeloopene ruimte in de achtereenvolgende sekonden. De vlakke inhoud van de twee bovenste treden, bij elkander geteld, stelt dus voor den afgelegden weg in 2 sekonden; de vlakke inhoud der drie bovenste treden den afgelegden weg in 3 sekonden, en zoo voortgaande de vlakke inhoud van den geheelen trap de doorge-loopene ruimte in 8 sekonden.

Vooronderstelt men nu voorts, dat de kracht, die op het ligchaam werkt, en na elke sekonde derzelver werking herhaalt, de helft minder genomen werd, maar dat dezelve daarentegen iedere halve sekonde op nieuws op het ligchaam werkte, dan zal men, deze werking op dezelfde wijze teekenende, een'

een' nieuwen trap verkrijgen, die het dubbel aantal treden heeft van den voorgaanden, doch slechts de halve breedte hebben, terwijl de redeneringen hier op dezelfde wijze kunnen toegepast worden. Verder zal men door de kracht  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ , enz. van de eerst gebezigde te nemen, en daarentegen dezelve ook 3, 4, 5 maal, enz. in eene sekonde op het ligchaam te doen werken, ook 3, 4, 5 maal, enz. aantal treden krijgen, zoo als Fig. 138 aanduidt; de uitstekende gedeelten van elke trede worden nu ook kleiner en kleiner, totdat men, door b. v. de kracht  $\frac{1}{100}$  van de oorspronkelijke te nemen, en dezelve daarentegen ook 100 maal in eene sekonde op het ligchaam te doen werken, de onderscheidene treden des traps niet meer van elkander zou kunnen onderscheiden. De lijn A h (Fig. 137) zal in dit geval de grens of het uiteinde van al de treden voorstellen; terwijl de doorgeloopene ruimte, welke, gelijk vroeger, door den vlakken inhoud van een', twee of meer trappen voorgesteld kon worden, alsnu aangeduid wordt door den inhoud van eenen driehoek, als in Fig. 139.

Zoo doende moet men zich de voortdurende werking van eene kracht op een ligchaam voorstellen; want de snelheden moeten ieder ondeelbaar oogenblik des tijds toenemen, en dus evenredig met de tijden zijn; waarom ook de werking der kracht zich elk ondeelbaar oogenblik herhalen moet. Neemt men alzoo den regthoekigen driehoek A B C, Fig. 140, dan zal men op de regthoekszijde A B de tijden moeten rekenen, terwijl de top A des driehoeks als het oogenblik, dat de kracht begint te werken, moet aangemerkt worden.

Wanneer dus A D en A F twee verschillende tijden voorstellen, zoo zullen D E en F G, overeenkomstig het vroeger gezegde, de snelheden van het ligchaam na die tijden aangeven, terwijl de doorgeloopene ruimten door de inhouden der driehoeken A D E en A F G aangeduid worden. Hieruit kan men de volgende evenredigheden als bepalingen der eenparig verinnellende beweging afleiden.

Uit de gelijkvormige driehoeken A D E en A F G heeft men :

A D

$AD : AF = DE : FG$ , dat is, tijd : tijd = snelheid : snelheid.

Voorts zijn de inhouden van gelijkvormige driehoeken tot elkander in rede als de vierkanten der eveneens geplaatste zijden.

Derhalve is :

Inh. drieh.  $ADE$  : inh. drieh.  $AFG = AD^2 : AF^2$ , of ook, inh. drieh.  $ADE$  : inh. drieh.  $AFG = DE^2 : FG^2$ , en daar de inhouden der driehoeken de doorgeloopene ruimte, de lijnen  $AD$  en  $AF$  de tijden en de lijnen  $DE$  en  $FG$  de snelheden voorstellen, zoo veranderen deze evenredigheden in de volgende :

Doorgeloopene ruimte : doorgeloopene ruimte = tijd<sup>2</sup> : tijd<sup>2</sup> en, doorgeloopene ruimte : doorgeloopene ruimte = snelheid<sup>2</sup> : snelheid<sup>2</sup>.

Eindelijk is de inhoud van eenen driehoek gelijk het produkt van de basis maal de halve hoogte; derhalve is de doorgeloopene ruimte bij de eenparig versnellende beweging gelijk  $FG \times \frac{1}{2} AF$ , dat is, gelijk snelheid  $\times$  den halven tijd.

Een opmerkenswaardig voorbeeld van eene eenparig versnellende beweging vindt men in de beweging der vrijvallende lichamen (men zegt hier *vrijvallende* lichamen, omdat de tegenstand van de lucht de wetten van de beweging der lichamen, die men ziet vallen, verandert).

Men weet toch, dat het de werking der zwaartekracht is, die de lichamen doet vallen, en deze kracht blijft op de vallende lichamen voortdurend werken, totdat dezelve door een of ander tegenstand biedend vlak vernietigd wordt. Het bovengezegde in woorden herhalende, heeft men voor de wetten der beweging van vrijvallende lichamen :

1°. De verkregene snelheden zijn evenredig aan de verloopene tijden.

2°. De doorgeloopene ruimten zijn evenredig aan de vierkanten der verloopene tijden.

3°. De doorgeloopene ruimten zijn evenredig aan de vierkanten der snelheden, aan het einde des wegs verkregen, en

4°. Indien eenig vrijvallend ligchaam, na zekeren tijd

tijd gevallen te zijn, met eene eenparige beweging, waarvan de snelheid gelijk is aan de snelheid op het einde van dien tijd verkregen, voortbewoog, zou hetzelfde in denzelfden tijd de dubbele ruimte doorloopen van die, welke hetzelfde vrijvallend had afgelegd.

Dit laatste vereischt eenige toelichting. Men heeft gevonden, dat, bij den vrijen val der lichamen, de afgelegde weg kan vergeleken worden met den inhoud des driehoeks, waarvan de hoogte de lengte van tijd en de basis de snelheid, na dien tijd verkregen, aanduidde. Men had dus voor den vrijen val, na eenen zekeren tijd :

$$\text{doorgeloopene ruimte} = \text{inhoud driehoek} = \frac{1}{2} \text{ tijd} \times \text{snelheid}.$$

Had nu het ligchaam zich eenparig met dezelfde snelheid als hierboven, gedurende denzelfden tijd, bewogen, dan was, volgens het vroeger geleerde, voor de eenparige beweging de doorgeloopene ruimte  $= \text{tijd} \times \text{snelheid}$  geweest, welke uitdrukking juist het dubbel is van die, bij de eenparig versnellende beweging verkregen.

De opgegevene evenredigheden voor den val van lichamen zijn van geen nut, indien niet drie van de vier termen bekend zijn; daarom heeft men de sekonde als eenheid van tijd aangenomen, en voorts door proeven gevonden, dat elk vrijvallend ligchaam in de eerste sekonde eene ruimte van 4,9043975 ellen doorloopt. Als dus AD (Fig 140) eene sekonde voorstelt, dan is DE de snelheid, na die sekonde door het vallend ligchaam verkregen, terwijl de doorgeloopene ruimte door den inhoud des driehoeks ADE wordt aangeduid. Men heeft alzoo doorgeloopene ruimte in eene sekonde  $= \text{inhoud driehoek ADE} = \frac{1}{2} AD \times DE = 4,9043975$ ; maar AD is 1; derhalve is de verkregene snelheid DE na de eerste sekonde gelijk  $2 \times 4,9043975$ , of  $= 9,808795$ .

Hierboven is gezegd, dat *elk* vrijvallend ligchaam deze ruimte in eene sekonde zal doorloopen, en dit zal strijden tegen hetgene men dagelijks ziet, daar het eene ligchaam sneller schijnt te vallen dan het andere; men moet zich daarom herinneren, dat al

het

het aangevoerde vooronderstelt, dat er geen tegenstand van lucht, of welke tegenstand dan ook, onder het vallen plaats hebbe; want het is juist de tegenstand der lucht, die de ongelijkheid in het vallen der lichamen doet geboren worden. In het luchtledige kan men door proeven aantoonen, dat alle vallende lichamen met dezelfde snelheid naar het middelpunt der aarde voortbewogen worden.

Tot toepassing van het verhandelde, zal men eenige kleine vraagstukken oplossen.

Eerste voorbeeld:

Een ligchaam besteedt 6 sekonden, om van zekere hoogte te vallen: men vraagt hoe groot deze hoogte is?

Hiertoe heeft men vroeger de evenredigheid gevonden:

$$\text{Doorgeloopene ruimte : doorgeloopene ruimte} = \text{tijd}^2 : \text{tijd}^2.$$

Nu is de doorgeloopene ruimte in eene sekonde tijds gelijk 4,9 el; derhalve heeft men:

el

$$4,9 : \text{doorgeloopene ruimte} = 1^2 : 6^2, \text{ of wel}$$

$$4,9 : \text{doorgeloopene ruimte} = 1 : 36 \text{ dat is:}$$

$$\text{doorgeloopene ruimte of hoogte} = 36 \times 4,9 = 176,4 \text{ ellen.}$$

Tweede voorbeeld:

Hoe veel tijd besteedt een ligchaam, om van eene hoogte van 100 ellen te vallen?

Hier is de doorgeloopene ruimte bekend; doch de tijd moet gevonden worden. Men heeft, even als bij het eerste voorbeeld, de evenredigheid:

$$\text{Doorgeloopene ruimte : doorgeloopene ruimte in eene sekonde} = X^2 \text{ sekonde} : 1^2;$$

dus, volgens de opgaaf:

el

el

$$100 : 4,9 = X^2 : 1^2; \text{ waaruit:}$$

$$X^2 = \frac{100}{4,9} = 20,41, \text{ of}$$

$$X = \sqrt{20,41} = 4,5 \text{ sekonden.}$$

Der-



Derde voorbeeld:

Van welk eene hoogte moet een ligchaam vallen, om eene snelheid van 50 ellen te verkrijgen?

Hiertoe heeft men vroeger de evenredigheid gevonden:

$$\text{Doorgeloopene ruimte} : \text{doorgeloopene ruimte} = \text{snelheid}^2 : \text{snelheid}^2.$$

Men heeft opgegeven, dat de verkregene snelheid, na eene doorgeloopene ruimte van 4,9, gelijk 9,8 was; derhalve heeft men:

$$X : 4,9 = 50^2 : 9,8^2 \text{ of}$$

$$X : 4,9 = 2500 : 96,04, \text{ dat is}$$

$$X = \frac{4,9 \times 2500}{96,04} = 127,5 \text{ ellen.}$$

Men kan de voorbeelden nog op onderscheidene wijzen veranderen, vooral wanneer men de eenparige beweging en de eenparig versnellende beweging op hetzelfde ligchaam te gelijker tijd toepast; hiertoe leze men de vijf eerste Zamenkomsten van het *Natuurkundig Schoolboek*, waar dit alles duidelijk opgehelderd is. Tot handleiding zullen wij een paar voorbeelden uitwerken.

Wanneer men een' bal vertikaal in de hoogte werpt, zal dezelve, na eenigen tijd geklommen te zijn, wederom dalen. Men heeft namelijk met de hand aan den bal eene eenparige beweging gegeven; doch de zwaartekracht, welke men als eene eenparig versnellende kracht heeft leeren kennen, werkt die eenparige beweging tegen; deze tegenwerkende kracht blijft voortdurend werken, en neemt van de eenparige snelheid in gelijke tijden gelijke hoeveelheden af; de zwaartekracht maakt alzoo, dat het stijgen van den bal met hoe langer hoe minder snelheid geschiedt; daarom noemt men de opklimming van den bal eene eenparig *vertraagde* beweging. Heeft de zwaartekracht de kracht, waarmede de bal opgeworpen was, eindelijk geheel uitgeput, zoo heeft men één oogenblik, dat de bal in rust is; doch daarna begint dezelve vrij door de zwaartekracht alleen te vallen.

De zwaartekracht werkt nu in denzelfden tijd,  
R vóór

vóór en na de daling, met hetzelfde vermogen op het ligchaam; hieruit is af te leiden, dat het ligchaam, hetzij klimmende, hetzij dalende, in denzelfden tijd dezelfde ruimte doorloopen zal, en voorts, dat de tijd van klimmen en dalen even groot zal zijn, terwijl ten slotte de snelheid, op het einde der nederdaling verkregen, dezelfde zal zijn als die, waarmede het ligchaam opgeworpen was.

Vierde voorbeeld: Een ligchaam wordt met eene snelheid van 80 ellen opgeworpen; na hoe veel sekonden komt het weder neder?

De tijd van klimmen en dalen even groot zijnde, zoo kan men den tijd van klimmen en dus ook dien van dalen X sekonden stellen.

Op het oogenblik, dat het ligchaam deszelfs hoogste punt bereikt heeft, moet de snelheid, waarmede het ligchaam opgeworpen was, juist vernietigd zijn door de snelheid, die het ligchaam door de zwaartekracht in denzelfden tijd zou verkregen hebben. Men ziet dus, dat 80, de snelheid, waarmede het ligchaam opgeworpen is, gelijk moet zijn aan de snelheid, die een ligchaam door de zwaartekracht in X sekonden zou verkrijgen. Uit den driehoek in Fig. 140 bemerkt men, dat de snelheden tot elkander in rede zijn als de tijden, terwijl bekend is, dat de snelheid na eene sekonde gelijk 9,8 el is. Men heeft dus:

$$\begin{aligned} \text{Snelheid : snelheid} &= \text{tijd : tijd of} \\ 9,8 : \text{snelheid} &= 1 : X, \text{ dat is,} \\ \text{snelheid na X sekonden tijds} &= 9,8 X. \end{aligned}$$

De snelheden, die elkander vernietigen moeten, aan elkander gelijk stellende, heeft men:

$$80 = 9,8 X, \text{ of } X = \frac{80}{9,8} = 8,16 \text{ sekonden.}$$

Het ligchaam besteedt derhalve 8,16 sekonden om te klimmen, en even zoo veel tijds om te dalen; al-zoo komt hetzelfde in 16,32 sekonden weder neder.

Wil men zich overtuigen, of de snelheid bij het einde van den val even zoo groot was als bij het begin der opklimming, dan moet men slechts uitrekenen, hoe groot de snelheid van een vrijvallend lig-

ligchaam na 8,16 sekonden tijds is. Hiertoe heeft men :

Snelheid : snelheid = tijd : tijd.

Gebruik makende van de verkregene snelheid na eene sekonde tijds, wordt de bovenstaande evenredigheid :

$$\begin{aligned} \text{snelheid} &: 9,8 = 8,16 : 1; \text{ waaruit} \\ \text{snelheid} &= 8,16 \times 9,8 = 79,968. \end{aligned}$$

Dat men hier niet juist 80 verkregen heeft, moet toegeschreven worden aan den tijd van 8,16, die door meer decimalen te gebruiken, zuiverder zoude gevonden zijn.

Vijfde voorbeeld : Een ligchaam wordt met eene snelheid van 20 ellen naar beneden geworpen ; hoe groot zal de doorgeloopene ruimte in 6 sekonden zijn ?

In dit geval moet de werking der zwaartekracht, als tot de spoedige daling van het ligchaam medewerkende, bij de werking der opgegevene kracht worden opgeteld.

Werkte de kracht, die het ligchaam met eene snelheid van 20 ellen eenparig voortbeweeget, alleen, dan zou het ligchaam in den opgegeven' tijd van 6 sekonden eene ruimte van  $6 \times 20$ , dat is eene ruimte van 120 ellen doorloopen. Laat men daarentegen het ligchaam vrij vallen, zoo heeft men voor de doorgeloopene ruimte in 6 sekonden, in het eerste voorbeeld gevonden, 176,4 ellen. Deze doorgeloopene ruimten bij elkander tellende, ziet men, dat een ligchaam, hetwelk met eene snelheid van 20 ellen naar beneden geworpen wordt, na eenen tijd van 6 sekonden, eene ruimte van 296,4 ellen zal doorloopen hebben.

Uit al het boven gezegde over de vrijvallende lichamen kan opgemaakt worden, dat men met geen voordeel het bewegingsvermogen, verkregen door een ligchaam, dat van zekere hoogte gevallen is, gebruiken kan, om daardoor hetzelfde hooger te brengen dan de hoogte, waarvan het begint te vallen. Voorts, dat men nooit een ligchaam met

zekere kracht in de hoogte moet werpen, om door deszelfs val een grooter bewegingsvermogen te verkrijgen.

Verder behoort degelijk onder het oog te worden gehouden, dat men hier gesproken heeft in de vooronderstelling, dat noch wrijving, noch traagheid, noch tegenstand van lucht aan de beweging hinderlijk waren; want men weet, dat door een enkelen schok wel een ligchaam kan worden voortbewogen, maar tevens, dat de snelheid al minder en minder wordt, en eindelijk door de verschillende soorten van tegenstand geheel uitgeput is. Wil men dus in de werktuigen in onze verschillende ambachten, eene doorgaande beweging daarstellen, zoo moet men ieder oogenblik aan het werktuig, of aan het ligchaam, eene zekere kracht toevoegen, groot genoeg, om den tegenstand te vernietigen. Het is hiermede als met het vervoeren van lasten van de eene naar de andere plaats; het is niet genoeg, dat men aan dezelve eene zekere beweging mededeelt; maar men moet telkens nieuwe beweging in de plaats stellen voor hetgene door den tegenstand van de oorspronkelijke beweging is afgenomen. Dit verkrijgt men, gelijk bekend is, door middel van menschen of dieren, welke men tot het trekken van lasten gebruikt. De som der krachten, welke noodig geweest zijn, om de beweging gedurende eenigen tijd te onderhouden, zal gelijk zijn aan de som der krachten, die door den tegenstand verloren is. Wanneer de beweging eenen geruimen tijd zal aanhouden, moet de som van al de verlorene krachten, dat is de som der krachten, die men gestadig heeft moeten aanbrengen, om de beweging gaande te houden, zoo groot zijn, dat de grootte der oorspronkelijke kracht daarbij in geene aanmerking komt, en men dus zou kunnen zeggen, dat de som van al de krachten, besteed om een ligchaam van de eene plaats naar de andere te brengen (indien namelijk de afstand aanmerkelijk is), evenredig is aan de lengte van tijd, tot het vervoer besteed, en gelijk aan de som der krachten, die door den tegenstand verloren gaat.

Daarom rekenen de voerlieden van vrachtwagens den prijs, om goederen van de eene plaats naar de an-

andere te brengen, niet alleen volgens het gewigt, of de massa der goederen, maar inzonderheid volgens den afstand. Had men geen' tegenstand, dan zou de eens medegedeelde snelheid blijven voortduren, en de afstand in geene rekening komen.

De wetten van de eenparige en eenparig versnellende beweging te kennen, blijft echter nuttig, daar dezelve bij zulke bewegingen, onverschillig dan ook, hoe die worden voortgebracht of onderhouden, kunnen toegepast worden.

In de werktuigen en in de uitoefening der ambachten gebruikt men den val der lichamen, om door schokken den samenhang der deelen van een ligchaam te verbreken, zoo als dit bij de stampers van oliemolens het geval is, en over het algemeen toegepast kan worden, wanneer men zekere lichamen tot poeder wil stampen. De heijen der oliemolens geven insgelijks door derzelver val eenen schok; doch deze schok wordt niet onmiddellijk op het zaad zelf aangebragt, maar werkt, gelijk bekend is, op den rug van eene wig, en drijft door den schok de wig tegen het zaad aan, waarvan het uitperfen der olie het gevolg is. In de smederijen bezigt men, om zwaar werk te smeden, de ijzeren hei, die men door zekere hoogte vallen laat.

Om palen in den grond te drijven, gebruikt men eveneens een ligter of zwaarder heiblok, en het is uit het bovengezegde ligtelijk op te maken, dat men steeds trachten moet het blok zoo vrij mogelijk te doen vallen; daarom doet men het meeste vermogen met een heiblok, wanneer de inrigting zoodanig is, dat het blok, boven gekomen zijnde, eensklaps van het touw kan worden losgemaakt, daar men anders, door het nahalen van het touw over de schijf, de snelheid van den val gedeeltelijk vertraagt. In *Engeland* heeft men dan ook bij sommige groote werken de heiblokken, door eenen rosmolen met paarden gedreven, veel hooger opgevoerd, dan dit anders met menschen geschieden kon, en voorts het heiblok zoodanig aangeslagen, dat hetzelfde, op de bepaalde hoogte komende, vrij vallen kon. Hoe groot echter de schok is, of liever hoe groot de drukking is, die gelijk kan gesteld wor-

den met zoodanige schokken, valt moeilijk te bepalen.

Somtijds maakt men in de kunsten van de eenparig versnellende beweging van een dalend ligchaam gebruik, om beweging daar te stellen; daar intusschen de wetten van beweging hierbij dezelfde zijn als die der vrijvallende lichamen, zullen wij als toepassing van het hiervóór verhandelde daarbij een oogenblik stilstaan.

Wanneer, in Fig. 141, twee gewigten  $P = 8$  en  $Q = 7$  pond aan eene koord over eene katrolschijf gehangen worden, zal er (de tegenstanden, van welken aard ook, weglatende) geen evenwigt zijn; doch het gewigt  $P$  zal door het overwigt van 1 pond dalen; deze daling zal versnellend zijn, of liever het gewigt  $P$  zal met eene eenparig versnellende beweging dalen. Bij deze eenparig versnellende beweging zal men echter niet kunnen zeggen, zoo als vroeger, dat het gewigt  $P$  vrij valt; want de daling van  $P$  heeft de klimming van  $Q$  ten gevolge. Het overwigt van 1 pond, dat de beweging doet geboren worden, zou in de eerste sekonde eene ruimte van 4,9 el vrij doorvallen; maar nu moeten door dit vermogen twee gewigten  $P$  en  $Q$ , die te zamen 15 pond wegen, bewogen worden; men moet dus het vermogen van beweging over die 15 pond verdeelen. De daling in eene sekonde zal alzoo slechts  $\frac{1}{3}$  van 4,9 el zijn, en derhalve moet men bij de vragen, welke uit deze daling zouden kunnen voortvloeijen, dezelfde evenredigheden gebruiken als bij den vrijen val der lichamen; doch voor de doorgeloopene ruimte in eene sekonde, moet men  $\frac{1}{3}$  van 4,9 el, dat is 0,326 el, nemen. Werd, b. v., gevraagd, hoe veel het gewigt  $P$  zou gedaald, of het gewigt  $Q$  geklommen zijn in 4 sekonden tijds, zoo heeft men voor de eenparig versnellende beweging vroeger gevonden:

$$\text{Doorgeloopene ruimte : doorgeloopene ruimte} = \text{tijd}^2 : \text{tijd}^2.$$

Nu is de doorgeloopene ruimte in eene sekonde gelijk 0,326. Derhalve heeft men:

$$0,326 : \text{doorgeloopene ruimte} = 1^2 : 4^2 = 1 : 16,$$

of

of de doorgeloopene ruimte, dat is de daling van P, of de klimming van Q,  $= 16 \times 0,326 = 5,216$  el.

Was het gewigt P  $= 20$  pond en Q  $= 15$  pond geweest, dan had men voor de doorgeloopene ruimte in de eerste sekonde  $\frac{20 - 15}{20 + 15} \times 4,9$  of  $\frac{5}{7}$  van 4,9 moeten nemen.

Men vindt de beweging door dalende gewigten toegepast bij de klokken. Men kan het nederdalend gewigt alsdan over eene schijf hangen, terwijl het andere einde van den ketting of de koord over de zoogenaamde trommel geslagen is; de trommel zou dus met eene eenparig versnellende beweging rondbewogen worden en de koord spoedig afgeloopen zijn, indien niet door den slinger deze beweging telkens in gelijke tijden tegengehouden werd.

Bij de braadspeten, in sommige keukens gevonden wordende, heeft men ook de beweging door een dalend gewigt daargesteld; de versnelling wordt hier tegengewerkt door den tegenstand der lucht van een windvleugel. Voorts zal men door het bovenstaande de Machine van ATWOOD, waarover in het *Natuurkundig Schoolboek* gesproken wordt, goed begrijpen. Wat de beweging der lichamen langs hellende vlakken, alsmede de zamengestelde beweging der lichamen, aangaat, deze kan men duidelijk uiteengezet vinden in de vijfde Zamenpraak van het zoo even genoemde *Natuurkundig Schoolboek*.

Wij willen nog een oogenblik blijven stilstaan bij de middelpuntskrachten, ten einde hierdoor gelegenheid te hebben, de toestellen, die men bij sommige werktuigen vindt, nader te leeren kennen.

#### OVER DE MIDDELPUNTSKRACHTEN.

Men vooronderstelle, dat het ligchaam A (Fig. 142) door eenen onrekbaren draad met het middelpunt O van den cirkel A G H vereenigd is, en dat de kracht A B volgens de aangegevene rigting op het ligchaam werkt, dan zal het ligchaam A den omtrek des cirkels doorloopen, terwijl de draad

R 4

A O

A O altijd gespannen blijft. De draad kan niet gespannen en in evenwigt zijn, dan (zoo als men vroeger gezien heeft) door het bestaan van twee gelijke en in tegenovergestelde rigting werkende krachten. De eene kracht zoekt het ligchaam naar het middelpunt te voeren; de andere daarentegen, die aan deze gelijk is, tracht het ligchaam van het middelpunt te verwijderen. Men noemt daarom de eerste *middelpuntzoekende* en de andere *middelpuntvliedende* kracht. Werd de draad gedurende de beweging eensklaps losgesneden, dan zou het ligchaam met de snelheid, die hetzelfde op dat oogenblik bezat, en volgens de rigting, welke hetzelfde op dat oogenblik had, zich verder voortbewegen. De grootte der middelpuntvliedende krachten zal meerendeels afhangen van de grootte der kracht A B en van de kromming des cirkels, dat is van de grootte des straaIs. Laat, om deze betrekking te vinden, A D de grootte der middelpuntvliedende kracht voorstellen; dan zal, door de werking der twee krachten A D en A B, het ligchaam A in zekeren tijd den boog A C doorloopen, en als de tijd zeer klein en dus de boog zeer gering genomen wordt, zal men de koord A C voor den boog mogen nemen. Wanneer men nu verder den straal O C trekt, dan zijn de driehoeken O A C en D A C gelijkvormig, hebbende dezelve, behalve den regten hoek, nog eenen hoek gelijk; de overeenkomstige zijden zijn alzoo evenredig, waaruit men heeft:

$$O C : A C = A C : A D, \text{ of}$$

straal : omwentelings-snelheid = omwentelings-snelheid : middelpuntvliedende kracht.

Derhalve :

$$\text{middelpuntvliedende kracht} = \frac{(\text{omwentelings-snelheid}^2)}{\text{straal.}}$$

Dat is in woorden : de middelpuntvliedende kracht is gelijk aan het vierkant van de omwentelings-snelheid, gedeeld door den straal des cirkels.

Wordt dus de omwentelings-snelheid tweemaal grooter en blijft de straal van den cirkel dezelfde, dan zal de middelpuntvliedende kracht viermaal grooter worden. Had men daarentegen bij dezelfde snel-



snelheid den straal van den cirkel tweemaal grooter genomen, zoo zou de middelpuntvliedende kracht de helft kleiner zijn.

Wanneer een paard, gelijk men dit bij de paardrijders ziet, met groote snelheid den omtrek van eenen cirkel moet doorloopen, zoo wordt de middelpuntvliedende kracht aanmerkelijk, en daar men in dit geval geen touw heeft, waardoor het paard aan het middelpunt bevestigd is, werkt de middelpuntvliedende kracht op het zwaartepunt van het paard, ten einde hetzelfde buiten den omtrek des cirkels te drijven, of wel om hetzelfde te doen vallen. Er werken in dat geval twee krachten in het zwaartepunt, namelijk eene vertikaal, die gelijk is aan de zwaarte van het paard, en eene horizontaal, gelijk aan de middelpuntvliedende kracht; de zamengestelde kracht dier twee krachten, dat is de diagonaal van het parallelogram, onder die krachten zamengesteld, moet alzoo door de pooten van het paard ondersteund worden: vandaar de hellende stand, dien, gedurende de cirkelvormige beweging, zoowel het paard als de paardrijder aanneemt, welke hellende stand moet toenemen in de vierkante rede der snelheden.

De straatwegen worden meestal rond met eenen rug voor het afwateren gelegd; heeft men nu in zulk een' weg eene cirkelvormige kromming, en komt een rijtuig met zekere snelheid aanrijden, dan kan de middelpuntvliedende kracht het rijtuig doen omvallen; het zal echter veel verschil opleveren, of het rijtuig zich gedurende den draai aan den binnenkant, het midden, of den buitenkant van den weg bevonden heeft. Laat, om dit aan te toonen (Fig. 143), A, B en C de drie standen van het rijtuig op den weg voorstellen. Wanneer hier  $z$  de zwaartepunten,  $m$  de middelpuntvliedende krachten en  $n$  de gewigten, in het zwaartepunt vereenigd, voorstellen, zoo ziet men, daar bij al de drie rijtuigen de parallelogrammen op dezelfde wijze geteekend zijn, dat bij het rijtuig A de rigting der zamengestelde kracht vrij wel tuschen de wielen ligt; daarentegen komt de zamengestelde kracht bij het rijtuig B zeer nabij het buitenrad, terwijl eindelijk bij het rijtuig C de zamengestelde kracht buiten de wielen komende, het

omvallen van hetzelfde te verwachten is. Men ziet hieruit, dat men op zulke wegen altijd den binnenkant der kromming rijden moet, en dat men de krommingen in de straatwegen nooit te klein moet nemen, aangezien de middelpuntvliedende kracht hierdoor vergroot wordt.

De wielen, hetzij van rijtuigen, hetzij die, welke men bij werktuigen aantreft, worden gemeenlijk met veel snelheid rondbewogen, waardoor de velgen met eene groote middelpuntvliedende kracht van het middelpunt afgetrokken worden; vandaar de noodzakelijkheid, om de wielen met ijzeren banden te voorzien; vandaar dat, bij de minste beweging of loslating in de spijkers, deze bij het rondgaan in korten tijd uitgetrokken en weggeworpen worden.

Bij de pelmolens wordt het graan door de middelpuntvliedende kracht van het middelpunt des steens door de gleuven, die in den legger zijn, naar buiten gedreven; dezelfde toepassing zal men vinden bij snuif-, loodwit-, lakmoes- en verfmolens. Soms tijds maakt men de gleuven in de steenen in den vorm van kromme lijnen, ten einde daardoor de te malen stoffen langer tusschen de steenen te houden.

In plaats van de middelpuntvliedende kracht van rondbewogene lichamen tegen te gaan, door dezelve met het middelpunt te vereenigen, kan men de lichamen ook in eenen hollen cilinder doen bewegen; de middelpuntvliedende kracht wordt alsdan door den tegenstand des cirkelvormigen rands vernietigd, terwijl deze rand dus eene gestadige drukking van binnen naar buiten te verduren heeft. Men bezigt de wrijving der lichamen tegen den binnenkant des cilinders, om de baarden der gegotene looden kogels weg te nemen, alsmede bij het korrelen van het buskruid.

Voor verdere toepassing zie men de zesde Zamenpraak van het meergemelde *Natuurkundig Schoolboek*.

Wanneer  $ABC$  en  $abc$  (Fig. 144) twee wielen of raderen van dezelfde stof zijn, welke om dezelfde as  $O$  ronddraaijen, dan zullen beide in denzelfden tijd eene omwenteling doen. Vooronderstelt men voorts, dat de velgen van beide, dezelfde breedte en dikte hebben, zoo zullen de

mas-

masfa's van deze wielen tot elkander in rede staan als de omtrekken der cirkels, dat is als de stralen der cirkels. Was de straal van het rad A B C tweemaal zoo groot als de straal van het rad a b c, dan zou ook de masfa van het rad A B C tweemaal zoo veel zijn als de masfa van het rad a b c. Bovendien is het duidelijk, dat bij gelijke omwenteling de snelheid van elk deeltje van het rad A B C grooter zal zijn dan de snelheid van dergelijk deel van het rad a b c, en dat deze snelheden weder tot elkander in rede zullen zijn, als de omtrekken of de stralen der raderen. Nu is de hoeveelheid van beweging bij elk der raderen gelijk aan de masfa  $\times$  de snelheid, en daar, volgens het boven gezegde, de masfa's, zoowel als de snelheden, tot elkander in rede zijn als de stralen, zoo zullen de hoeveelheden van beweging tot elkander in rede zijn, als de vierkanten van de stralen.

Was dus de straal van het groote rad 4 en die van het kleine rad 1, dan zou men voor de gezamenlijke omwenteling hebben:

Hoeveelheid van beweging bij het groote rad : hoeveelheid van beweging bij het kleine rad = 16 : 1.

Had men alzo twee wielen van gelijke masfa's, dat is, dat in beide hetzelfde aantal stofdeelen begrepen was, doch was het eene grooter dan het andere, dan zou men meer moeite hebben (niet-regenstaande dezelfde masfa) tot het omdraaijen van het groote rad, dan wel van het kleine.

Wil men derhalve eene groote hoeveelheid van beweging in eene gegevene masfa, als ware het, opheffen, zoo moet men deze masfa over den omtrek van eenen grooten cirkel verdeelen.

Juist deze opeenhooping van hoeveelheid van beweging in een rondbewogen rad geeft aanleiding, om te handelen over het nut, dat men trekt door aan vele werktuigen zulke raderen toe te voegen. Het zal echter noodig zijn, vooraf nog een enkel woord over de traagheid der lichamen te zeggen.

Onder de eigenschappen der lichamen, in het begin van dit Lees- en Leerboek opgegeven, vindt men ook de traagheid. Het vereischt altijd kracht, om

om een ligchaam van rust in beweging of van beweging in rust te brengen; al bestond er ook geene wrijving of tegenstand der lucht, de traagheid, de werkeloosheid van de massa stofdeelen, waaruit een ligchaam bestaat, moet overwonnen worden. Wanneer een bal A (Fig. 145) aan eene loodregte as CD, door het middelpunt gaande, gehecht is, welke as onder en boven in derzelver stand gehouden wordt, dan zal men, om den bal A eene draaijende beweging te geven, zekere kracht moeten aanbrengen, ten einde de traagheid te overwinnen; de zwaarte des bals veroorzaakt hier den tegenstand niet, daar deze ondersteund wordt; dus heeft in zeker opzigt de zwaarte met de traagheid niets gemeens. Bestond er geen aantrekkend vermogen, waardoor elk stofdeeltje naar het middelpunt der aarde getrokken werd, of, met andere woorden, bestond er geene zwaarte, dan zou men daarom toch de traagheid der lichamen ondervinden. Wordt alzoo eenig werktuig in beweging gebragt, dan moet, behalve alle andere soorten van tegenstand, tevens de traagheid overwonnen worden, welke traagheid evenredig zal zijn aan de massa. Is deze traagheid eens overwonnen, dan blijft het werktuig, ook weder door de traagheid der stof, die elke verandering in beweging tegenwerkt, in de verkregene beweging volharden, en men behoeft derhalve de traagheid bij de werktuigen slechts eens te overwinnen, ten minste bij die werktuigen, welke met eene eenparige snelheid gerekend kunnen worden te werken: de tegenstand, door de traagheid veroorzaakt, onderscheidt zich dus daardoor van den tegenstand der wrijving, die der lucht, enz., dat deze laatste gedurig moeten overwonnen worden, hetwelk, gelijk vroeger opgemerkt is, eene gestadige aanbrenging of toevoeging van kracht vereischt. De tegenstand door de traagheid der stof wordt, bij het in beweging brengen der werktuigen, niet ineens, maar langzamerhand overwonnen, dat wil zeggen: de snelheid van beweging wordt aan de trage massa van lieverlede medegedeeld; heeft het werktuig eens de noodige snelheid verkregen, dan houdt de traagheid op, de beweging tegen te werken, doch wordt daarentegen van eenen anderen aard; dezelve zal na-

namelijk de vermindering van beweging of rust tegenwerken.

Men zal ondervinden, dat de traagheid van een bewogen ligchaam veel moeilijker tegen te werken is dan de traagheid van dat zelfde ligchaam, wanneer hetzelfde in rust is.

Om de grootte der traagheid van lichamen, die om eene zekere as bewogen worden, te bepalen, wordt veel inder kennis der Wiskunde vereischt, dan wij van de lezers van dit Leerboek mogen vooronderstellen.

Men neme derhalve als waarheid aan, dat het vermogen van elk stoffelijk deeltje van een rondbewogen ligchaam, om in de beweging te volharden, gelijk is aan de masfa, vermenigvuldigd met het vierkant des afstands, welken dit deeltje tot de draaijings-as heeft. Werd alzoo het kleine ligchaam M, Fig. 146, rondom de as C D bewogen, dan zou het vermogen, waarmede het kleine ligchaam, M in de ronddraaijende beweging tracht te volharden, gelijk zijn aan  $M \times A M^2$ . Men zou derhalve, voor een groot ligchaam, hetzelfde in zeer kleine masfa's moeten verdeelen, elke dezer kleine masfa's met het vierkant van den afstand tot de draaijings-as vermenigvuldigen en eindelijk van al deze produkten de som moeten nemen, waarvan men reeds de moeite, om tot eene geheele uitkomst te geraken, zal inzien. Genoeg zij het dus, dat men uit het boven gezegde kan afleiden, dat, hoe digter het grootste gedeelte der masfa bij de draaijings-as gelegen is, des te gemakkelijker de masfa zal rondbewogen worden; doch daar staat tegenover, dat de volharding in de beweging insgelijks minder zal zijn.

Een klein rad, b. v. een slijpsteen, zal gemakkelijker rondbewogen worden dan een grooter; desniettegenstaande echter zal men op den duur een' grooten slijpsteen gemakkelijker in beweging houden dan een' kleinen.

Men vindt bij vele werktuigen een groot rad aangebragt, hetwelk om eene as met zekere snelheid wordt rondgevoerd; deze raderen, welke meestal uit eene zware velg bestaan, hier en daar door spaken met de as vereenigd, noemt men drijf-, voer- of jaagwielen; men heeft deze wielen zoodanig inge-

gerigt, dat dezelve bij ronddraaijing, gelijk vroeger aangetoond is, eene groote hoeveelheid van beweging kunnen verkrijgen, terwijl deze hoeveelheid toeneemt in eene vierkante rede van den straal des rads. Het groote voordeel, dat deze drijfwielen geven in de beweging der werktuigen, is oorzaak, dat zij meer algemeen in gebruik gekomen zijn. Doch dewijl vele werklieden, het gemak van deze wielen ondervindende, aan dezelve ten onregte eene vermeerdering van kracht in het werktuig toeschrijven, is het dan ook voornamelijk daarom, dat men bij deze nuttige verbetering in de werktuigen wat langer is blijven stilstaan.

Wij willen dan nu, na de kennis van al het voorgaande, onderzoeken, welk nut de drijfwielen doen. Men weet, dat, om een werktuig in beweging te houden, eene gestadige aanbrenging van kracht noodig is; men gebruikt hiertoe, hetzij de kracht van menschen, hetzij van dieren, hetzij van water, wind, stoom, enz. Geene dezer beweegkrachten is altijd even sterk; er wordt dus het eene oogenblik meer kracht besteed dan het andere, dan eens te veel, dan eens te weinig, hetwelk voor eene gelijke beweging der werktuigen allernadeeligst is. Om deze ongelijkheid in de aanbrenging van krachten weg te nemen, gebruikt men de drijfwielen. In het eerst is de beweging door de aanbrenging van het drijf wiel moeilijker; men moet der trage masja eene zekere snelheid geven; doch heeft het drijf wiel eens de beweging aangenomen, dan kan men aan hetzelfde den naam van *regelaar* der beweging geven; want gesteld, dat de kracht voor een oogenblik iets minder wierde, zoo tracht het drijf wiel door de traagheid de verkregene beweging te behouden, en deelt die beweging aan het werktuig, waaraan het verbonden is, mede; zoodat men geene vermindering in beweging, als het drijf wiel eenigzins groot is, zal opmerken. Neemt men daarentegen aan, dat de beweegkracht grooter werd, dan noodig was, zoo wordt deze vermeerdering van kracht voor het grootste gedeelte besteed, om aan het drijf wiel eene meer snelle beweging te geven, hetwelk door de traagheid, die alle vermeerdering van beweging tegenwerkt, tegengehouden wordt.

wordt. Aldus moet men zich het nut der drijfwielen voorstellen, en dan zal men in staat zijn te onderscheiden, bij welke werktuigen een drijf wiel met vrucht kan worden aangebragt.

Alvorens eenige eenvoudige werktuigen, waarbij de drijfwielen met vrucht kunnen gebruikt worden, op te geven, zullen wij nog een enkel woord zeggen over de plaatsing en inrigting van dezelve.

Vooreerst moet men de drijfwielen zoo dicht mogelijk plaatsen bij het punt, waar de beweegkracht wordt aangebragt.

Ten tweede, dient men het zwaartepunt der drijfwielen altijd in de as van omwenteling te brengen; anders verkrijgt men eene onregelmatige slijnering om de as.

Ten derde behoort men de massa regelmatig over de velg van het drijf wiel te verdeelen; dit geeft het voordeel, dat de middelpuntvliedende krachten geene werking op de as uitoefenen, om deze uit derzelver stand te rukken. Ten einde eene groote massa op denzelfden omtrek te verdeelen, maakt men de drijfwielen meestal van ijzer of lood, daar deze stoffen veel digtheid hebben, hetwelk men kan nagaan in het tafeltje van soortelijke gewigten, in het begin van dit Leerboek opgegeven.

Bij de draaibanken vindt men reeds eene toepassing van het drijf wiel; men weet, dat, zoo als in Fig. 57, op de as der kruk van het pedaal eene schijf is aangebragt, waarvan de buitenkant meestal met lood bekleed is. De werkman doet slechts kracht, om het pedaal naar beneden te duwen; het drijf wiel voert hetzelfde weder omhoog, en ziedaar de regeling der beweging.

Bij de schaarlijpers-toestellen zal men dezelfde toepassing vinden. Men gebruikt de drijfwielen tegenwoordig veel bij de lieren of windassen, hetzij op den wal of aan boord van schepen, tot lossen en laden gebezigd. De kracht van een' of meer menschen werkt hier op eene kruk; deze kracht zal veel verschillen, naar de verschillende standen, die men bij het draaijen aanneemt. Bij den voordeeligsten stand zal een man 35 pond, en bij den onvoordeeligsten slechts 12 pond kracht kunnen doen; de toevoeging van een drijf wiel regelt de ongelijkheid

heid dezer krachten; zoodat, met behulp van hetzelfde, een man gestadig eene kracht van 16 pond, en zulks met nog minder moeite, zal kunnen uitoefenen.

Bij de slijpsteen kan men, hoewel de steen zelf eene soort van drijf wiel is, met vrucht een drijf wiel aanbrengen.

Gesteld eens, dat men, door middel van eene kruk, eene pomp in gestadige beweging moet houden, dan heeft men afwisselend de kolom water boven den zuiger op te halen, en dezen te doen zakken; voor het eerste wordt meer kracht vereischt dan voor het laatste; men heeft alzoo eenen onregelmatigen tegenstand te overwinnen. Hierbij zal dus het drijf wiel een dubbele *regelaar* worden, 1°. voor de kracht van den man, als hierboven aangetoond is, en 2°. voor den onregelmatigen tegenstand in de werking der pomp.

Bij de werktuigen, die dienen om beurtelings zware gewigten op te ligten, welke daarna weder vallen, zoo als de stampers en heijen van oliemolens, de zware hamers in koper- en ijzerfabrieken, zullen de drijfwielen als allernuttigst behooren aangemerkt te worden, gelijk men dan ook bij de stoomwerktuigen de drijfwielen algemeen ingevoerd vindt.

Na al het hiervóór gezegde, zal men de uitwerking der drijfwielen goed begrijpen, en wij zouden het derhalve hierbij kunnen laten, indien niet het verkeerde denkbeeld van kracht aan de drijfwielen toe te schrijven, nog eenige wederlegging voor mingeoefenden noodzakelijk maakte.

Men vindt, namelijk, in sommige fabrieken werktuigen, waardoor in vrij dikke ijzeren platen cilinder-vormige gaten gedrukt worden; aan deze werktuigen heeft men groote drijfwielen, en zonder dezelve, dit weet de werkman bij ondervinding, kan men met het werktuig geene gaten door het ijzer drukken. Vandaar de kracht, die hij aan het drijf wiel toeschrijft; doch het drijf wiel geeft hier slechts in een oogenblik terug, hetgene hetzelfde gedurende een' geheelen tijd aan kracht ontvangen had. Men moet hier de werking van het drijf wiel uit een ander oogpunt beschouwen; waarom wij met de beschrijving



ving der werking van zulk een werktuig dit onderwerp zullen besluiten.

In Fig. 147 wordt zoodanig werktuig voorgesteld. BC is een zware ijzeren hefboom, waarvan het steunpunt in D ligt; de verhouding van de hefbooms-armen is bijna als 1 tot 7; wordt deze hefboom bij C opgeligt, zoo wordt het gedeelte cd van het werktuig, dat de eigenlijke drukker is, naar beneden bewogen; het benedenste gedeelte d is een cilindertje van staal, dat den omtrek van het te drukken gat bepaalt; men heeft voor kleinere of grootere gaten slechts een' anderen stalen drevél bij d in den onderkant van het werktuig te plaatsen. In de figuur wordt de ijzeren plaat, waar de gaten ingedrukt moeten worden, door de letters ab aange-toond. Bij A heeft men een groot ijzeren drijf-wiel MNOP; op dezelfde as van dit drijf-wiel vindt men den hefboom KK, waarvan de armen gelijk zijn, en aan de uiteinden voorzien van rolletjes, terwijl het achtereinde C des hefbooms BC rond afgewerkt is. Wordt nu het drijf-wiel rondbewogen, hetwelk plaats heeft door middel van eene kruk (die dikwijls aan eene der speeken van het drijf-wiel vastzit), zoo geschiedt de beweging door de verschillende tegenstanden, maar vooral door den aanmerkelijken tegenstand der traagheid van het drijf-wiel, eerst zeer langzaam; gedurende die beweging, wordt de hefboom bij C door de rolletjes K zonder stooten opgeligt; het ronde oppervlak der rolletjes loopt langs het ronde oppervlak des hefbooms, hetgene de wrijving gedurende het opligten veel vermindert. Daar intusfchen de hefbooms-arm DC veel zwaarder is dan de hefbooms-arm DB, zoo valt de hefboom, zoodra het rolletje K niet meer op denzelfven werkt, weder op het steunpunt P. De plaat ab is nu nog niet onder den drukker gebragt; men wacht daarmede tot, de traagheid langzamerhand overwonnen zijnde, de snelheid van het rad grooter wordt. De hoeveelheid van beweging in het omdraaijende drijf-wiel oengehoopt, is uit het vroeger gezegde aanmerkelijk; de hefboom wordt dan ook bij zeer korte tusfschenpoozen opgeligt, hetwelk vrijelijk kan geschieden,

den, omdat de stalen drevel bij d geen' tegenstand ontmoet. Schuift men nu gedurende het nedervallen des hefbooms-arms DC de plaat a b onder den drukker of drevel d, zoo ontmoet, bij het opligten des hefbooms-arms DC, het onder einde van den drevel d den tegenstand van het oppervlak der plaat. De drevel drukt thans met een vermogen, gelijk aan de geheele hoeveelheid van beweging, in het drijf wiel aanwezig, werkende op eenen hefbooms-arm DC, zevenmaal langer dan de hefbooms-arm DB, waardoor dus dit vermogen nog verzevenvoudigd wordt. Deze geduchte drukking, waarvan men zich door het aangevoerde eenig denkbeeld kan vormen, zou nu plotseling moeten vernietigd worden, of de drevel moet door de plaat heen; dit laatste ziet men dan ook gebeuren, terwijl de overgeblevene beweging nog aanmerkelijk is; men laat echter, alvorens een tweede gat te drukken, het wiel een paar slagen om doen, waardoor men de door het drukken verlorene snelheid, of, dat op hetzelfde nederkomt, verlorene hoeveelheid van beweging, wederom aanvult.

De drijfwielen zouden dus in de werktuigen mede kunnen gebruikt worden, ten einde de krachten, die somtijds zonder tegenstand werken, in de beweging van het wiel te gebruiken of te verzamelen, om daarna, op eene wijze, zoo als hiervóór beschreven is, tot eenig nuttig gebruik aangewend te worden.

Zijn de werktuigen zoodanig, dat dezelve plotseling moeten stilgehouden worden, dan zijn de drijfwielen uit den aard van derzelve werking schadelijk. Intusschen kan men, in het dagelijksch leven, bij vele eenvoudige werktuigen verschillende soorten van drijfwielen onderscheiden. Men zie slechts de gewone haspels, hetzij in de fabrieken gebruikt, hetzij, in het dagelijksch leven, tot afwinden van strengen touw, katoen, garen, enz. geberigd; dit zijn wezenlijk drijfwielen, daar eerst de traagheid met de hand, uit vrees, dat de dunne draad breken zou, overwonnen en verder de beweging gemakkelijk onderhouden wordt. In het groot kan men de kroonen der molens als drijf wie-

wielen aanmerken de groote kroonen zijn, wanneer de tegenstand bij het te malene veel verschilt, voor de paarden van het allergrootste nut.

Bij de werktuigen, die gebruikt worden om geld te munten, zal men ook eene soort van drijf wiel, doch in eenen horizontalen stand, aantreffen.

Eindelijk kan men, door al het hier gezegde over de hoeveelheid van beweging in rondbewogene lichamen, tevens de reden vinden, waarom de smeden en timmerlieden de zware voorhamers en molkers aan het uiteinde van den steel nemen, en dezelve alzoo den omtrek van eenen cirkel doen doorloopen; want hierdoor verkrijgt de voorhamer of molker eene groote hoeveelheid van beweging, welke plotseling op het tegenstandbiedend ligchaam wordt overgebracht.

#### OVER DE BOTSING DER LICCHAMEN.

Wanneer twee voortbewogene lichamen elkander ontmoeten, ontvangen dezelve beide eenen schok; de uitwerkfelen van dezen schok op den voortgang der lichamen na te gaan, noemt men de leer van de botsing der lichamen.

De aard dezer botsing hangt af: 1°. van den aard der lichamen, 2°. van de rigtingen der beweging, en 3°. van den vorm en de plaats van die gedeelten der lichamen, welke bij de botsing met elkander in aanraking komen. Al deze verschillende omstandigheden, waaronder botsende lichamen kunnen verkeerren, te onderzoeken, ligt buiten het bestek van dit Lees- en Leerboek. Wij zullen daarom slechts de eenvoudigste gevallen behandelen, en wel diegene, welke kunnen aangemerkt worden als op de werktuigen eenen onmiddellijken invloed uit te oefenen.

Hiertoe behoort men de botsing der lichamen in twee afdeelingen te splitsen, als: 1°. in de botsing der harde lichamen, en 2°. in de botsing van veêrkrachtige lichamen; terwijl men daarbij de lichamen, of als volmaakt hard, of als volmaakt veêrkrachtig moet aannemen.

Wanneer twee lichamen A en B (Fig. 148) tegen elkander botsen, zoodat de lijn HI, welke voorondersteld wordt de zwaartepunten der beide

S 2

lig-

ligchamen te vereenigen, loodregt staat op het vlak  $CD$ , waarin het ontmoetings-punt of vlak gelegen is; noemt men deze botsing de regtstreeksche botsing der ligchamen.

Bij de beweging der ligchamen  $A$  en  $B$ , die men als hard zal aannemen, kunnen nu twee gevallen plaats hebben; de ligchamen kunnen namelijk dezelfde rigting gevolgd hebben, of juist in tegenovergestelde rigting bewogen zijn.

Laat, voor het eerste geval, de rigting der beweging door het in de figuur geteekende pijltje aangegeven worden; dan moet men vooronderstellen, dat het ligchaam  $B$  meer snelheid gehad heeft dan het ligchaam  $A$ , want anders zou het ligchaam  $B$  het ligchaam  $A$  niet ingehaald hebben. De uitwerking van een bewogen ligchaam hangt af van de massa en van de snelheid; men zal dus zoowel de massa's als de snelheden der botsende ligchamen moeten kennen. Stel derhalve de massa van het ligchaam  $A$  als 3 pond en de snelheid in elke eenheid des tijds gelijk 2, verder de massa van het ligchaam  $B$  als 5 pond en de snelheid 4; dan is de hoeveelheid van beweging van het ligchaam  $A$  gelijk  $3 \times 2$  of 6, en de hoeveelheid van beweging van het ligchaam  $B$  gelijk  $5 \times 4$  of 20. Deze hoeveelheden van beweging hebben de ligchamen op het oogenblik der botsing. Het gevolg der botsing zal alzoo zijn, dat beide deze hoeveelheden van beweging bij elkander komen, en derzelver som werkzaam is, om de massa van  $A$  en  $B$  te zamen te doen voortgaan. Men heeft dus eene hoeveelheid van beweging gelijk aan  $6 + 20 = 26$ , en eene te bewegen massa van  $3 + 5$ , dat is 8 pond. Ten einde derhalve de snelheid na den schok te hebben, heeft men slechts de hoeveelheid van beweging te deelen door de massa; dat is, in dit geval,  $\frac{26}{8} = 3,25$ . Het ligchaam  $A$  heeft gevolgelijk na den schok, zoo als trouwens duidelijk was, in snelheid gewonnen, terwijl het ligchaam  $B$  in snelheid verloren heeft.

Hadden beide ligchamen dezelfde massa's, dat is, of beide 3, of beide 5 gehad, dan zou men voor de snelheid na den schok in beide gevallen 3 vinden, dat is juist de halve som der snelheden.

Neemt

Neemt men, daarentegen, bij dezelfde gegevens omtrent de masfa's en de snelheden, aan, dat de lichamen (Fig. 149) in tegenovergestelde rigting bewegen en dus naar elkander toekomen, dan werkt de hoeveelheid van beweging van het ligchaam A de hoeveelheid van beweging van B tegen; men moet dus hier de hoeveelheden van beweging van elkander aftrekken; terwijl het uit den aard der zaak blijkbaar is, dat de beweging na den schok zal plaats hebben in de rigting van de grootste kracht. De overblijvende hoeveelheid van beweging na den schok is alzoó hier gelijk  $20 - 6$  of  $14$ , en wel in de rigting van I naar H; de te bewegen masfa is gelijk de som der masfa's, dat is gelijk  $8$  pond; deelt men nu de hoeveelheid van beweging  $14$  door de masfa  $8$ , dan verkrijgt men, voor de gezamenlijke snelheid der lichamen A en B, in de rigting IH,  $\frac{14}{8}$ , dat is  $1,75$ . Het verdient opmerking, dat de hoeveelheid van beweging vóór de botsing  $20 + 6$ , en na de botsing  $20 - 6$  was; men heeft derhalve eene hoeveelheid van beweging  $2 \times 6$ , dat is de dubbele hoeveelheid van beweging, die het ligchaam A had, verloren. Deze opmerking moet bij de beweging der werktuigen vooral in het oog gehouden worden; men moet, zoo als reeds meermalen gezegd is, geene kracht verloren laten gaan, of, met andere woorden, men moet in de beweging der werktuigen alle botsing van deelen, die in tegenovergestelde rigting werken, vermijden. De beweging van het eene deel van een werktuig wordt, in de meeste gevallen, aan de overige deelen, door tuschenkomst van raderwerk, medegedeeld; en daarom is het bij de tanden der verschillende raderen, dat men de botsing vooral verhinderen moet. Om de belangrijkheid der zaak, willen wij trachten dit nader duidelijk te maken.

Vooronderstel, dat op het oogenblik, waarop de tand D van het groote rad O (Fig. 150) den tand d van het rondfel M verlaat, en dus geene uitwerking op het rondfel meer doet, de volgende tand E van het groote rad nog niet in aanraking gekomen is met den volgenden tand e van het rondfel; dan zal, daar men aan de rol van het rondfel een

opgehangen gewigt werkzaam moet befchouwen, het rondfel teruggaan, totdat de tand e van het rondfel tegen den tand E van het groote rad aanbottst. Hier heeft men dus de botfing van harde ligchamen, in tegenovergeftelde rigting naar elkander toekomende, en gevolgelijk, behalve de fchokken in het werktuig zelf, een gedurig onnut verlies in beweegkracht.

Men moet derhalve bij de raderwerken vooral zorgen, dat de tanden zonder fchokken op elkander werken, en er eene gedurige werking der tanden op elkander plaats heeft. Het belangrijke der zaak vordert, dat wij met een enkel woord aangeven, hoedanig men de tanden der raderen moet inrigten, om deze doelmatige wijze van werking te verkrijgen; te meer, daar er, bij de behandeling der raderwerken, van deze vereifchten derzelve geen gewag gemaakt is.

Gelijk vroeger gezegd is, hangt het aantal tanden in het rondfel, met betrekking tot het aantal tanden in het rad, geheel af van het aantal omwentelingen, dat men het rondfel tegen ééne omwenteling van het rad wil laten maken. Laat Fig. 151 een rad en rondfel voorftellen; dan noemt men de geftipte cirkels, die men op de halve lengte der tanden van rad en rondfel getrokken heeft, verdeelingcirkels, omdat men daarop de grootte der tanden, derzelve aantal en afstand verdeelt; deze cirkels raken elkander juist in het punt, dat de tand a van het rondfel met den tand d van het rad gemeen heeft, terwijl eindelijk de middelpunten A en B van het rad en het rondfel, zoo als in de figuur door eene lijn is aangewezen, met dit punt in eene regte lijn liggen. Op de omtrekken der verdeelingcirkels zet men nu de grootte der tanden uit, nemende die van het rad en het rondfel gelijk, en de openingen tufchen de tanden iets grooter dan de tanden, ten einde eenige speelruimte te houden. Men vereenigt voorts al de deelpunten op de verdeelingcirkels met de overeenkomstige middelpunten van rad of rondfel; deze lijnen vormen, gelijk de figuur aanduidt, de onderfte helften der tanden tot aan den verdeelingcirkel. Om nu de geheele lengte der tanden te verkrijgen, is het vooreerst bekend, dat

dat al de uiteinden der tanden in den omtrek van eenen cirkel moeten liggen; den straal van dezen cirkel, b. v. voor het rad, neemt men zoodanig, dat er altijd twee tanden van het rad en rondfel tegelijk op elkander werken; hiertoe heeft men in de figuur den cirkel, die de uiteinden der tanden van het rad bepaalt, door het punt p van den verdeeling-cirkel van het rondfel doen gaan, omdat daardoor, zoo als in de figuur te zien is, twee tanden van het rondfel met twee tanden van het rad in aanraking blijven. De helften der tanden boven de verdeeling-cirkels mag men niet in regte lijnen afwerken; hierdoor zou te veel wrijving en wringing tusfchen de tanden ontstaan; men werkt dezelve in den vorm van kromme lijnen af, blijvende een gedeelte des bovenkants van de tanden in den omtrek des cirkels, die het uiteinde der tanden bepaalt. Den vorm dezer kromme lijnen kent men door de Wiskunde; doch dezelve kan hier niet verklaard worden. In de praktijk gebruikt men daartoe veelal cirkelboogjes; terwijl bij houten raderen de ware vorm naderhand door het aflijten verkregen wordt. Zijn de raderen van ijzer of koper, dan worden die naar houten mallen gegoten, en daar de gegoten raderen nooit zeer zuiver zijn, stelt men dezelve in elkander en verhelpt de gebreken met den kaauwbeitel en de vijl, altijd de bovengenoemde zaken in het oog houdende.

Het is niet noodzakelijk, dat de tanden van het rondfel en het rad dezelfde breedte op den verdeeling-cirkel hebben; men ziet zelfs dikwijls, dat de tanden van het rondfel meerdere breedte hebben, omdat deze, door het grooter aantal omwentelingen van het rondfel boven het rad, meer aan slijting onderhevig zijn; in dit geval moet men de afftanden tusfchen de tanden van het rad iets grooter nemen dan de breedte van de tanden van het rondfel, en omgekeerd de afftanden tusfchen de tanden van het rondfel iets grooter dan de breedte der tanden van het rad, altijd voor het overige zorgende, dat er eene gestadige werking der tanden op elkander plaats hebbe. Wat nu het stellen der verschillende raderwerken aangaat, hierover zou men te veel moeten zeggen, om in dit Leerboek

opgenomen te kunnen worden. Men raadplege te dezen aanzien het Tweede Deel van de *Gronden der Werktuigkunst*, door G. J. VERDAM, in welk nuttig Werk men al het noodige duidelijk vindt uiteengezet.

Na het gezegde over de botsing der harde lichamen, die in tegenovergestelde rigtingen bewegen, zal het duidelijk zijn, dat indien de massa's en de snelheden der botsende lichamen gelijk zijn, de hoeveelheden van beweging elkander vernietigen, en de lichamen derhalve na de botsing in rust zullen zijn. De gelijkheid der hoeveelheid van beweging kan men ook verkrijgen bij ongelijke massa's, indien de snelheden slechts zoodanig genomen worden, dat de produkten van snelheid en massa der bewogene lichamen gelijk zijn. Botsfe een hard lichaam tegen een onverplaatsbaar vlak, zoo als een' harden muur, dan zou het lichaam na de botsing in rust blijven. Daarentegen zal men inzien, dat een zeer klein lichaam, eene groote snelheid bezittende, eene geduchte massa, die in rust is, door de botsing in beweging kan stellen. Men weet, hoe gevaarlijk het voor zeilschepen is, om door eene stoomboot aangevaren te worden; het is hier niet de massa van de stoomboot, maar voornamelijk de groote snelheid, die de uitwerking der botsing zoo hevig maakt; een groot schip kan door een klein schip in den grond gevaren worden, en echter kunnen schepen niet als harde lichamen aangemerkt worden.

Vooronderstel eindelijk, dat de harde bol O, Fig. 152, in eene schuinsche rigting AO tegen het harde vlak MN botsfe, welke AO de grootte der kracht, waarmede het lichaam wordt bewogen, zal voorstellen; dan kan men de kracht AO ontbinden in twee krachten HO en KO, eene loodregt op het vlak en eene evenwijdig aan hetzelfde. De kracht HO wordt vernietigd door den tegenstand van het vlak, en de bol zal in de rigting KO met eene kracht gelijk KO voortbewogen worden. Door de wrijving op het vlak zal echter de bol niet schuiven, maar eene omwentelende beweging als een rad gedurende de beweging aannemen.

De uitkomsten der botsing zullen geheel verander-



deren, wanneer men, in plaats van harde lichamen, veêrkrachtige lichamen tegen elkander deed botsen. Uit hetgene vroeger gezegd is over de veêrkrachtige lichamen weet men, dat dit zulke lichamen zijn, welke door drukkende krachten wel van vorm veranderen, doch, zoodra die drukkende krachten ophouden te werken, derzelver vorige gedaante wederom aannemen. Bij volkomen veêrkrachtige lichamen rekent men, dat het herstellings-vermogen gelijk is aan het vermogen van indrukking. Heeft men eenen handboog met zekere kracht gespannen, en houdt de spanningskracht plotseling op, dan zal de pijl met dezelfde kracht voortgedreven worden als die, waarmede de boog is gespannen geworden. De meeste lichamen, welke men veêrkrachtig noemt, zijn daarom niet in den volsten zin des woords veêrkrachtig; daarbij komt, dat deze lichamen, door herhaalde spanningen, van hunne veêrkracht gedeeltelijk beroofd kunnen worden. De herstelling der spanningen geschiedt bij de veêrkrachtige lichamen ook niet plotseling, maar gaat met een aantal trillingen gepaard; dit alles oefent natuurlijk een' zekeren invloed uit op de botfing dezer lichamen. Wij zullen dezelve hier echter als volkomen veêrkrachtig beschouwen, en door een paar voorbeelden den aard der botfing van veêrkrachtige lichamen trachten duidelijk te maken.

Men neme aan, dat de bollen A en B, Fig. 148, veêrkrachtig zijn en beide in dezelfde rigting, zoo als het pijltje aanduidt, voortbewogen worden; wanneer dan de masfa van B door 100 en van A door 10 pond wordt voorgesteld, terwijl de snelheid van B gelijk 30 en van A gelijk 20 is, zoo zal de hoeveelheid van beweging van B gelijk  $100 \times 30$  of 3000, en van A gelijk  $10 \times 20$  of 200 zijn. Indien de lichamen hard waren, zouden dezelve, volgens het vroeger geleerde, te zamen in de gegevene rigting voortgaan met eene snelheid, gelijk aan de som der hoeveelheden van beweging, gedeeld door de som der masfa, dat is hier met eene snelheid van  $\frac{3200}{11} = 29\frac{1}{11}$ . Het ligchaam B, dat vroeger eene snelheid van 30 had, heeft dus door de botfing eene snelheid van  $\frac{10}{11}$  verloren; deze vermindering van snelheid heeft eene deuk of eene

spanning in het ligchaam B gegeven, en wel aan den kant, waarmede hetzelfde tegen het ligchaam A botste; door de veërkrachtigheid van het ligchaam wordt echter deze deuk met hetzelfde vermogen hersteld, welke herstelling het ligchaam B van A wegduwt, en derhalve alweder eene vermindering geeft in den voortgang van het ligchaam B, volgens de rigting van B naar A; het geheele verlies in snelheid van B is alzoo tweemaal  $\frac{1}{11}$ , namelijk eens door de botfing, zoo als bij de harde lichamen, en nog eens door de veërkrachtigheid of het herstellings-vermogen van het ligchaam. Het ligchaam B beweegt zich dus na de botfing met eene snelheid gelijk 30, verminderd met  $2 \times \frac{1}{11}$ , dat is  $30 - \frac{2}{11}$  of  $28\frac{8}{11}$ .

Gaan wij nu na, welke de beweging van het ligchaam A na de botfing zijn zal. Dit ligchaam had oorspronkelijk eene snelheid van 20 en na den schok eene snelheid van  $29\frac{1}{11}$ ; hetzelfde heeft alzoo eene snelheid van  $9\frac{1}{11}$  gewonnen. Door deze meerdere snelheid heeft het ligchaam eene deuk op den platten kant gekregen, welke, zich met hetzelfde vermogen herstellende, het ligchaam A van B wegstoot in dezelfde rigting, waarmede het bewoog; deze wegstooting vermeerderd dus de snelheid nogmaals met  $9\frac{1}{11}$ , waardoor de geheele snelheid van het ligchaam A na de botfing en na de herstelling van vorm gelijk zal zijn aan  $20 + 9\frac{1}{11} + 9\frac{1}{11}$ , dat is aan  $38\frac{2}{11}$ .

Beide lichamen hebben dus wel dezelfde rigting van beweging, doch verlaten elkander na de botfing.

Wanneer men als tweede voorbeeld aangenomen had, dat de masfa van het ligchaam B gelijk 30 pond en de snelheid gelijk 90, terwijl de masfa van het ligchaam A gelijk 80 en de snelheid gelijk 25 geweest ware, dan zou de hoeveelheid van beweging van het ligchaam B gelijk 2700 en van het ligchaam A gelijk 2000 zijn. Zonder veërkrachtigheid zouden derhalve de lichamen na den schok te zamen voortgaan met eene snelheid, gelijk aan

$$\frac{2700 + 2000}{110} = \frac{4700}{110} = 42\frac{8}{11}.$$

Het ligchaam B, dat vóór de botfing eene snelheid van 90 had, heeft

heeft alzoo na den schok aan snelheid  $47\frac{3}{4}$  verloren; de spanning van dit ligchaam, door genoemd verlies ontstaan, zich door de veërkrachtigheid van het ligchaam herstellende, drijft hetzelfde met eene snelheid van  $47\frac{3}{4}$  van A af; dit is dus wederom een verlies in snelheid naar de oorspronkelijke rigting; het geheele verlies in snelheid van het ligchaam B is derhalve gelijk  $2 \times 47\frac{3}{4}$ , dat is  $94\frac{6}{8}$ ; met andere woorden, het ligchaam B verkrijgt door den schok en door de herstelling van vorm eene snelheid van  $94\frac{6}{8}$  in de rigting van A naar B, en daar hetzelfde eene snelheid van 90 in de tegenovergestelde rigting bezat, zoo moet men deze snelheden van elkander aftrekken; het ligchaam B verkrijgt gevolglijk na de botsing en herstelling van vorm eene snelheid van  $4\frac{6}{8}$  in de rigting van A naar B, dat is juist in tegenovergestelde rigting, als waarin hetzelfde vóór de botsing zich bewoog. Het ligchaam A heeft daarentegen na den schok eene snelheid van  $17\frac{3}{4}$  gewonnen, en door de veërkrachtigheid wordt hetzelfde nog eens met dezelfde snelheid van B weggestooten; al deze snelheden, in dezelfde rigting werkende, moet men bij elkander tellen, zoodat men voor de snelheid van het ligchaam A na de botsing in de rigting van B naar A heeft  $25 + 17\frac{3}{4} + 17\frac{3}{4}$ , dat is  $60\frac{3}{4}$ . Het ligchaam A blijft dus na de botsing dezelfde rigting van beweging volgen.

Als derde en laatste voorbeeld willen wij aannemen, dat de botsende lichamen naar elkander toekomen. Daartoe vooronderstelde men, dat de massa van het ligchaam B gelijk 50 pond, de snelheid van hetzelfde 30, de massa van het ligchaam A gelijk 40 en de snelheid 20 is, alles gerekend, als door de pijltjes in Fig. 149 aangewezen wordt. De hoeveelheid van beweging van B is alsdan gelijk 1500 en van A gelijk 800; daar deze bewegingen tegen elkander inwerken, moeten dezelve van elkander afgetrokken worden, waardoor men vindt, dat de snelheid, waarmede de lichamen, hard zijnde, na den schok in de rigting van B naar A zouden voortgaan, gelijk aan  $\frac{1500 - 800}{50 + 40} = \frac{700}{90} = 7\frac{2}{9}$

$7\frac{1}{2}$  is. Het ligchaam B verliest dus aan snelheid  $30 - 7\frac{1}{2}$  of  $22\frac{1}{2}$ ; bij de herstelling der deuk wordt het ligchaam B met dezelfde snelheid van  $22\frac{1}{2}$  van A naar B weggestooten, waardoor het geheele verlies aan snelheid, of wel de snelheid van A naar B, voor dat ligchaam  $44\frac{1}{2}$  bedraagt; doch het ligchaam bezit eene snelheid van B naar A van 30; derhalve vindt men, door aftrekking, dat het ligchaam B na den schok en na de herstelling van vorm eene snelheid van  $14\frac{1}{2}$  in de rigting van A naar B hebben zal, en het ligchaam keert gevolglijk na de botsing terug.

Het ligchaam A heeft na den schok eene snelheid van  $7\frac{1}{2}$  in de rigting van B naar A verkregen; doch hetzelfde had oorspronkelijk eene snelheid van 20 in de rigting van A naar B; het heeft dus aan snelheid verloren eerst de snelheid 20, die het had, en dan nog  $7\frac{1}{2}$ , die het naar den anderen kant beweegt, dat is te zamen een verlies van  $27\frac{1}{2}$ . Met hetzelfde verlies wordt het ligchaam bij de herstelling van vorm van B weggestooten; derhalve zal het ligchaam A na de botsing eene snelheid, gelijk aan tweemaal  $27\frac{1}{2}$ , dat is  $55\frac{1}{2}$ , in de rigting van B naar A verkregen hebben; maar het had reeds eene snelheid van 20 in de rigting van A naar B; dus moet men deze snelheden van elkander aftrekken; waardoor men voor de snelheid van het ligchaam A in de rigting van B naar A bekomt  $35\frac{1}{2}$ . Beide de lichamen veranderen alzoo van rigting van beweging na den schok.

Tot verdere oefening neme men de masfa der lichamen A en B bij het bovenstaande voorbeeld gelijk, b. v. beide gelijk 50 pond; dan zal men, denzelfden weg volgende, vinden, dat het ligchaam B de snelheid van A en het ligchaam A de snelheid van B na de botsing verkrijgen zal. Zijn derhalve de masfa's der botsende veërkrachtige lichamen gelijk, zoo zullen zij elkanders snelheden overnemen.

Indien men aannam, dat bij gelijke masfa's van 50 pond het ligchaam A in rust was, terwijl het ligchaam B met eene snelheid van 30 tegen hetzelfde aanbottle, zoo zou de hoeveelheid van beweging van B 1500 en van A gelijk nul zijn; de lichamen zouden dus zonder veërkrachtigheid

te

te zamen volgens de rigting van B naar A voortgaan met eene snelheid gelijk  $\frac{1500}{50 + 50} = \frac{1500}{100} = 15$ .

Het ligchaam B verliest gevolgelijk door den schok eene snelheid van 15, en door de veërkrachtigheid wordt hetzelfde nog met eene snelheid van 15 van A weggestooten; het geheele verlies in snelheid is derhalve 30; waaruit verder volgt, daar het ligchaam B oorspronkelijk eene snelheid van 30 had, dat hetzelfde na de botfing en herstelling van vorm in rust zal zijn, terwijl daarentegen het ligchaam A met eene snelheid van 30 zal voortgaan. Dit laatste goed vattende, zal het gezegde over de botfing van ivoren ballen van gelijke masfa's, aan draden opgehangen, in de elfde Zamenpraak van het *Natuurkundig Schoolboek*, nog duidelijker worden.

Wanneer, ten slotte, een veërkrachtig ligchaam tegen een veërkrachtig onverplaatsbaar ligchaam aanbottst, zal het ligchaam met dezelfde snelheid terugkeeren, als waarmede het tegen het onverplaatsbare ligchaam aanbottste.

De veërkrachtige bol A (Fig. 153) onder eene schuinsche rigting BC tegen het veërkrachtige vlak MN aanbottende, kan men, even als vroeger gedaan is, de kracht BC ontbinden in de twee krachten DC en EC, waarvan de eerste loodrecht op het vlak MN, en de tweede evenwijdig aan dat vlak genomen is. Door de veërkrachtigheid van den bol en het vlak zal de bol, welke met eene snelheid DC tegen het vlak bottste, ook weder na de botfing met dezelfde snelheid terugkeeren; men heeft dus het pijltje in de figuur slechts om te keeren. De snelheid EC blijft onveranderd; waaruit men ziet, dat de bol A na de botfing in de rigting van den diagonaal CG van den regthoek DCFG zal voortgaan. Vergelijkt men nu de regthoeken BECD en DCFG met elkander, zoo zal men zien, dat dezelve gelijk en gelijkvormig zijn. Het veërkrachtige ligchaam, dat onder eene schuinsche rigting tegen het vlak bottste, springt gevolgelijk na de botfing onder dezelfde schuinsche rigting met dezelfde snelheid, doch in omgekeerde rigting, wederom op. Daar de hoeken BCE en GCF aan elkander gelijk zijn, zegt men,

men, korthedshalve, dat bij de botfing van veêrkrachtige lichamen de hoek van inval gelijk is aan den hoek van uitval.

Ten aanzien der toepasfingen van deze belangrijke eigensfchap der botfende veêrkrachtige lichamen, wordt de lezer verwezen naar de leeringen achter de elfde Zamenfpraak van het veelgemelde *Natuurkundig Schoolboek*.

Offfchoon men, gelijk vroeger gezegd is, alle botfingen in de werktuigen vermijden moet, wordt echter de uitwerking der botfing van veêrkrachtige lichamen in de uitoefening der ambachten met vrucht gebruikt. In de fabrieken en fmederijen worden de zware ijzeren aanbeelden dikwijls op eene gemetfelde fondering geplaatst; de gedurige fchokken en botfingen op het aanbeeld bederven intusfchen fpoedig het metfelwerk; om dit voor te komen, legt men op het metfelwerk een zwaar ftuk hout, waarop dan het aanbeeld geplaatst wordt; het hout veêrkrachtig zijnde, wordt door de fchokken ingedrukt, doch herftelt zich weder, zonder dat de fchok invloed op het metfelwerk uitoefent. De botfing van veêrkrachtige lichamen komt ook den werkman, wanneer hij gedurige korte hamerflagen doen moet, veel te gemoet, daar de hamer terugftuitende, er weinig kracht vereifcht wordt tot gedurige oplifting van denzelven. Men vindt daarom dikwijls de kruinen der kalefathamers met ftukjes ivoor ingelegd, omdat het ivoor als zeer veêrkrachtig bekend is.

De kleine eenvoudige draaibanken der ftoelenmakers worden door de veêrkrachtigheid van den wilgen of esfchen ftok of ftaak, die boven de draaibank aan het eene einde vastzit, en door het nedertrappen des pedaals in beweging gehouden; de ftaak doet hier alzoö, wat het drijf wiel bij de andere draaibanken uitwerkt.

Eene nuttige toepafing van de eigensfchappen der botfing van veêrkrachtige lichamen vindt men onder allerlei vormen bij de inrigting der rijtuigen, die, of op riemen hangen, of geheel op veren ftaan. Botfen de wielen tegen de ongelijke kanten der fteenen, hetwelk ieder oogenblik plaats heeft, zoö ondergaan de veêrkrachtige zwanehalzen of

ve-

veren deze botfing insgelijks; doch door de veêrkrachtigheid geven dezelve den stoot terug, waardoor de voortgang van het rijtuig bevorderd wordt. Geschiedt de botfing onder eene schuinſche rigting, zoo zou men hier de uitwerking van die botfing, als aangetoond is, moeten ontbinden. Het rijtuig verkrijgt dan eene op- en nedergaande beweging, hetwelk echter zonder ſchokken plaats heeft, en daardoor, noch voor het rijtuig, noch voor de geladene goederen, noch voor de paarden hinderlijk is. Hetgene men in het groot op rijtuigen toegepast heeft, past men in het klein dagelijks toe bij het inpakken van breekbare goederen in snippers papier of andere veêrkrachtige lichamen; de voorwerpen ondergaan de ſchokken alsdan niet eensklaps, maar worden zacht in op- en nedergaande bewegingen overgebracht.

Wanneer men het algemeen gebruik van veren in onderscheidene werktuigen nagaat, zal men ligtelijk een aantal toepassingen kunnen maken. In onze werkplaatſen vindt men dezelve bij de bankſchroef, bij alle handſchroeven, bij de ijzerſcharen, bij droogſcheerſcharen, in het ſlootwerk en bij de kleppen der muzijk-inſtrumenten; terwijl men zich eindelijk met ivoren ballen proefondervindelijk van de wetten der botfing van veêrkrachtige lichamen zelf overtuigen kan.

Hiermede zullen wij het aangevoerde over de beweging der lichamen eindigen; wordende, voor de wetten der beweging bij de slingers, de lezer verwezen naar de vierde Zamenſpraak van het veelvuldig aangehaalde *Natuurkundig Schoolboek*, welk nuttig Werk bij het gebruik van dit Lees- en Leerboek gedurig behoort geraadpleegd te worden.

*When theoretical knowledge and practical skill are happily combined in the same person, the intellectual power of man appears in its full perfection.*

GREGORY, *Mechanics*.



BLAD-

# BLADWIJZER

DER

## VOORNAAMSTE ZAKEN.



### A.

	Bladz.
<i>Arbeider</i> , (kracht van eenen) op verschil- lende wijzen aangebragt. . . . .	13- 15.

### B.

<i>Balance bascule</i> of <i>brugfchaal</i> (inrigting en beschrijving der). . . . .	112 en 113.
—— (de wet voor het evenwigt bij de) onderzocht. . . . .	114-117.
<i>Balans</i> (de) is een hefboom van de eerste foort. . . . .	105.
—— Hoedanig dezelve moet ingerigt zijn, om te kunnen wegen. . . . .	105-107.
—— (onderzoek naar het herstellingsver- mogen van eene). . . . .	107.
—— (het gewigt der) heeft eenen aan- merkelijken invloed op het wegen met een' doorflag. . . . .	108.
—— Wanneer dezelve te ras of te traag genoemd wordt. . . . .	108.
—— (de) onder den vorm van eenen ge- broken' hefboom. . . . .	108 en 109.
—— (onzuivere) Hoe men met dezelve wegen kan. . . . .	109 en 110.
<i>Balk</i> (een aan de uiteinden ondersteunde) is in het midden het zwakste. . . . .	228.

*Bal-*



- Balken** (ondersteunde) kunnen door eigen gewigt breken. . . . . 230.
- (onderzoek naar de sterkte der) aan de twee uiteinden ondersteund. . . . 223-244.
- (gelijkmatig belaste) dragen het dubbel van het gewigt, waarmede dezelve, in het midden alleen belast, breken zouden. 231 en 232.
- Belegfchroeven.** Zie *fchroeven*.
- Berekening** der afmetingen van balken voor woonhuizen. . . . . 240 en 241.
- der afmetingen van balken voor graanzolders. . . . . 241 en 242.
- Betrekkelijke snelheid.** Wat men daardoor verstaan moet. . . . . 247 en 248.
- Bevestiging** (onwrikbare) van balken in de muren heeft eenen grooten invloed op de sterkte. . . . . 232 en 233.
- Beweging**, (de) eens aan werktuigen medegedeeld, moet onderhouden worden. . 197 en 198.
- (over de wetten van). . . . . 244-263.
- (eenparige) Wat men daardoor verstaat. . . . . 245.
- (eenparig versnellende) Wat men daardoor verstaat. . . . . 251.
- (de eenparige) kan door de verschillende tegenstanden, niet door eenen enkelen schok aan eenig ligchaam gegeven worden. 260.
- (opeenhooping van hoeveelheid van) in een rondbewogen rad. . . . . 266 en 267.
- Bijl.** Zie *wig*.
- Biljartspeel**, als voorbeeld aangenomen voor de wetten van beweging. . . . . 250.
- Blokken** (vaste) moeten zoo weinig mogelijk gebruikt worden. . . . . 195.
- Bogt**, (de) welke belaste balken aannemen. 234.

	Bladz.
<i>Botfing</i> (over de) der lichamen. . . .	275-287.
—— (de wetten der) van harde lichamen verklaard. . . . .	275-280.
—— (de) werkt zeer nadeelig bij raderwerk. . . . .	277-280.
—— (de wetten der) van veérkrachtige lichamen verklaard. . . . .	281-286.
—— (bij de) van veérkrachtige lichamen is de hoek van inval gelijk aan den hoek van uitval. . . . .	286.
<i>Braadspillen</i> der schepen zijn windāsen. . . . .	132.
<i>Breedte</i> (invloed der) van balken op de sterkte. . . . .	230.
<i>Bruggen</i> . (toepassing der Werktuigkunde bij de zamenstelling van) . . . . .	210-212.
—— (over de afmetingen der leggers van). . . . .	243 en 244.
<i>Buigbaarheid</i> (de) der balken moet bij het onderzoek der sterkte in aanmerking ge- nomen worden. . . . .	235.

## C.

<i>Contreforten</i> van muren , waartoe dienftig. . . . .	153.
---	------

## D.

<i>Digtheid</i> . Wat men daardoor verftaat. . . . .	7.
<i>Dikte</i> (invloed der) van balken op de sterkte. . . . .	230.
<i>Domme krachten</i> . (de leer voor het evenwigt bij). . . . .	144 en 145.
<i>Draat-ijzers</i> (hoedanig de lengte der) bij de fchroef in rekening gebragt wordt. . . . .	162.
—— bij fchroeven gebruikt. . . . .	163.
<i>Drijfwielen</i> . Zie <i>jaagwielen</i> .	
<i>Drukking</i> , door krachten op een ligchaam uitgeoefend. . . . .	36.
—— op het steunpunt van hefboomen be- paald. . . . .	93.
—— (onderzoek naar de) op het steun- punt van hefboomen, wanneer de krach-	

ten

een wel evenwijdig, doch niet loodregt op dezelve werken. . . . .	94 en 95
<i>Drukking</i> (grootte van de) bij eene vaste ka- trollschiif, wanneer de krachten niet meer vertikaal werken. . . . .	124.
—— (onderzoek naar de) van belaste balken. . . . .	205-209.

## E.

<i>Evenwigt</i> (over het) der lichamen op platte vlakken. . . . .	147-159.
—— (onbestendig) Wat men daardoor ver- staat. . . . .	150.
—— (onverschillig) Wat daardoor verstaan wordt. . . . .	150.
—— (onderzoek naar het) van eenen balk, rustende op twee hellende vlakken. . . . .	154.
—— (onderzoek naar het) van gewelven. . . . .	213 en 214.

## G.

<i>Gangspillen</i> van schepen zijn kaapstanders. . . . .	136.
<i>Gewelven</i> . (toepassing der Werktuigkunde bij het maken van). . . . .	212-214.
<i>Gewigt</i> , met hetwelk een aan de uiteinden ondersteunde balk zal gebroken worden, indien hetzelfde namelijk in het midden des balks wordt opgehangen. . . . .	228.
—— van een' ondersteunden balk moet bij de bepaling der sterkte in aanmerking genomen worden. . . . .	230.
<i>Gewigten</i> , (dalende) gebezigd om beweging daar te stellen. . . . .	262 en 263.
<i>Gierbruggen</i> . Derzelver werking verklaard. . . . .	48.

## H.

<i>Hefboom</i> , (bepaling van de plaats van het steunpunt van eenen) wanneer twee	
---	--

krachten onder verschillende rigtingen op denzelfven werken. . . . .	99 en 100.
<i>Hefboom</i> , (onderzoek naar het evenwigt van eenen) wanneer op denzelfven verschillende krachten onder willekeurige rigtingen werken. . . . .	100-102.
— (hetzelfde onderzoek bij een' gebroken'). . . . .	102 en 103.
— (het gewigt van den) moet bij het onderzoek van het evenwigt in aanmerking genomen worden. . . . .	104.
— (bij het gebruik van den) wordt de bewogene massa vermeerderd ten koste van de snelheid. . . . .	200 en 201.
<i>Hefboomen</i> . (over de) . . . . .	81-128.
— Wat men door dezelve verstaat. . . . .	81.
— Onderscheiding van dezelve in drie foorten. . . . .	82.
— Onderzoek naar de wetten voor het evenwigt van die der eerste foort. . . . .	82-84.
— (eenige voorbeelden van) 1°. foort. . . . .	85 en 86.
— (eenige voorbeelden van) 2°. foort. . . . .	87.
— (eenige voorbeelden van) 3°. foort. . . . .	87 en 88.
— (over het evenwigt van) op verschillende plaatsen met ongelijke gewigten belast. . . . .	89-91.
— (algemeene regel voor het evenwigt bij). . . . .	92.
— (onderzoek naar de wetten voor het evenwigt aan) wanneer de krachten wel evenwijdig, maar niet loodregt op dezelve zijn aangebragt. . . . .	94.
— (gebrokene) Wat men daardoor verstaat. . . . .	95 en 96.

*Hef-*

<i>Hefboomen.</i> (onderzoek naar de wetten voor het evenwigt van gebrokene) . . .	96 en 97.
—— (voorbeelden van gebrokene). . .	97 en 98.
—— (onderzoek naar de wetten voor het evenwigt van) wanneer de kracht onder eenen willekeurigen hoek werkt. . .	98 en 99.
—— (voorbeelden van) die onder verschillende vormen voorkomen. . .	103.
—— (zamengestelde) Wat men daardoor verstaat. . . . .	112.
—— Toepassing bij verschillende zamenstellingen. . . . .	117-122.
—— bij de ploegen gebruikt. . . .	117.
—— bij de molens gebezigd. . . .	118.
—— in smederijen gebezigd. . . .	118.
<i>Heijen</i> , (het) eene toepassing van den vrijen val der lichamen. . . . .	261.
<i>Hellend vlak.</i> Wat men daardoor verstaat. .	156.
—— (een beweegbaar) kan dienen ter bepaling van de wrijving van verschillende stoffen. . . . .	186.
—— (bij het gebruik van het) vermeerdert de bewogen wordende massa ten koste van de snelheid. . . . .	200 en 201.
<i>Hellende vlakken</i> (leer voor het evenwigt bij het gebruik van). . . . .	156-158.
<i>Hellingen</i> der schepen, beschouwd als toepassing van het hellend vlak. . . .	158.
<i>Houtschroeven.</i> Zie <i>schroeven</i> .	
<i>Houtsoorten</i> voor schroeven geschikt. . .	164.

## I.

<i>Inhoud.</i> Op welk eene wijze men uit den inhoud der lichamen de zwaarte kan afleiden. . . . .	9.
--	----

*Inlatingen* (nadeelen der) bij belaste balken. 235.

## J.

- Jaagschuiten* (waarom de lijn der) zoo lang genomen wordt. . . . . 44.
- Jaagwielen*. Wat men daardoor verstaat. . 269.
- gebezigd, om beweging te regelen. 270.
- (geschiktste plaats ter aanbrenging van). . . . . 271.
- (toepassing der). . . . . 271 en 272.
- gebezigd, om eene groote drukking voort te brengen. . . . . 272 en 273.
- (beschrijving van de werking van de) bij een werktuig, geschikt om gaten door ijzeren platen te drukken. . . 273 en 274.
- kunnen bij sommige werktuigen niet dienen. . . . . 274.

## K.

- Kaaimuren* (toepassing der Werktuigkunde bij het maken van). . . . . 214-217.
- Kaapstanders* zijn winddäsen. . . . . 132 en 133.
- (hoedanig het evenwigt bij de) berekend wordt. . . . . 134.
- (verbeterde) van ECKHARDT. . . . . 134.
- (leer voor het evenwigt aan die). . . 135.
- (bij de) ontmoet men weinig wrijving. 197.
- (bij de) moet de stramheid der touwen in rekening gebracht worden. . . 197.
- Kaauwbeistels* worden stomp gemaakt. . . 169.
- Kalefaathijzers*. Zie wiggen.
- Kamraderen*. Zie raderen.
- Kappen*. (toepassing der Werktuigkunde bij het zamenstellen van) . . . . . 209.

Ka-

	Bladz.
<i>Katrollen.</i> (over de) . . . . .	122-128.
—— moeten als hefboomen beschouwd worden. . . . .	122.
<i>Katrolschijven</i> (het gebruik van vaste) vermeerderd het vermogen der kracht niet. . . . .	123.
—— (onderzoek naar het evenwigt bij het gebruik van beweegbare). . . . .	125 en 126.
<i>Keggen.</i> Zie <i>wiggen</i> .	
—— (gebruik van). . . . .	169.
<i>Kettinglijn.</i> Wat men daardoor verstaat. . . . .	75.
—— (eigenschappen der). . . . .	75 en 76.
—— (spanningen in verschillende punten der). . . . .	76 en 77.
—— Men vindt dezelve bij de lijn der jaagschuiten en staggen van schepen. . . . .	78 en 79.
—— dienstbaar gemaakt tot het leggen van bruggen over rivieren. . . . .	81.
<i>Klemschroeven.</i> Zie <i>schroeven</i> .	
<i>Klokken</i> (het werk van) in beweging gebracht door dalende gewigten. . . . .	263.
<i>Kloofijzer.</i> Zie <i>wiggen</i> .	
<i>Kracht.</i> Wat men daardoor verstaan moet. . . . .	11.
—— (hoedanig de plaats, grootte en rigting van eene) gevonden wordt, die even zoo veel vermogen uitoefent als twee ongelijke evenwijdige krachten. . . . .	52-55.
—— (hoedanig de plaats en grootte van eene) gevonden wordt, die even zoo veel uitwerkt als een willekeurig aantal ongelijke evenwijdige krachten, op verschillende punten van een ligchaam aangebragt. . . . .	55 en 56.
—— (benoodigde) om eenen balk voort te slepen, met in aanmerkingneming der wrijving. . . . .	177.

<i>Kracht</i> (het verband tusſchen de aangege- vene) en het vermogen der werktuigen.	199-204.
—— (de aangewende) vermindert bij het gebruik der werktuigen door ſtramheid, wrijving, enz. . . . .	200.
—— (winst in) geeft verlies in tijd. .	204.
—— (grootte der) om den onderlingen zamenhang der houtvezelen te verbreken.	223.
<i>Krachten</i> zijn evenredig aan de ſnelheden, door dezelve aan hetzelfde ligchaam mede- gedeeld. . . . .	11.
—— (over de) die op één punt werken.	34.
—— Wanneer zij elkander vernietigen. .	35.
—— Hoedanig dezelve in ponden kunnen uitgedrukt worden. . . . .	36.
—— (wanneer twee) de grootſte ſnelheid aan een ligchaam geven. . . . .	37.
—— kunnen door lengte van lijnen uit- gedrukt worden. . . . .	38 en 39.
—— (over de evenwijdig werkende). .	50.
—— (evenwijdige) Indien dezelve on- derling gelijk en op gelijke afſtanden van elkander aangebragt zijn, kan men gemak- kelijk het punt bepalen, waar de ſom der krachten als werkzaam beſchouwd moet worden. . . . .	51.
—— buiten het zwaartepunt aangebragt, geven eene draaijende beweging gedurende den voortgang der lichamen. . . .	248-250.
<i>Kranen</i> (de) zijn zamengeſtelde werktuigen.	198.
<i>Kurketrekker</i> (de) is een ſchroefdraad. .	167.

## L.

<i>Ladders</i> . Waarom dezelve onderuitschuiven.	155.
---	------

Leng-



	Bladz.
<i>Lengte</i> (invloed der) van balken op de sterkte.	230.
<i>Lichamen.</i> In de Werktuigkunde worden dezelfde niet alleen naar derzelver afmetingen, maar ook naar derzelver zwaarte onderscheiden. . . . .	6.
—— (wanneer) op een waterpas vlak in rust zijn. . . . .	147-149.
—— (vaste stand der) Wat men daardoor verstaat. . . . .	150.
—— (over het herstellings-vermogen van veêrkrachtige) . . . . .	281.
—— (toepasfingen, ontleend uit het herstellings-vermogen van veêrkrachtige). .	286 en 287.
<i>Lucht</i> (tegenftand der) wijzigt de wetten van beweging bij vrijvallende lichamen.	256.

## M.

<i>Maſſa.</i> Wat men daardoor verftaat. . . .	7.
<i>Materialen.</i> (over de ftærkte der) . . .	217-244.
<i>Middelpuntskrachten.</i> (over de) . . . .	263-275.
<i>Middelpuntvliedende kracht</i> (de grootte der) bepaald. . . . .	264.
<i>Middelpuntvliedende krachten.</i> (voorbeelden van). . . . .	265 en 266.
<i>Middelpuntzoekende en middelpuntvliedende kracht.</i> Wat daardoor verftaan wordt. .	264.
<i>Moer</i> eener ſchroef. Zie <i>ſchroef</i> .	
<i>Moerbindten.</i> (bepalingen der afmetingen van). .	243.
<i>Molenwieken.</i> Hoe dezelfde ingerigt zijn. .	19 en 20.
<i>Momenten.</i> Wat men in de Werktuigkunde daardoor verftaat. . . . .	92.
<i>Muren.</i> (bekleedings-) Over de drukking, die dezelfde te verduren hebben. . . .	214-217.
<i>Muur,</i> (over den tegenftand van eenen) wanneer dezelfde wordt omgeworpen. .	152.

## N.

	Bladz.
<i>Natuurlijk talus.</i> Wat men daardoor ver- staat. . . . .	215.

## O.

<i>Omwentelings-lichamen.</i> Wat daardoor ver- staan wordt. . . . .	64.
<i>Overtoomen.</i> Zie <i>hellend vlak</i> .	

## P.

<i>Paard</i> , (kracht van het) op verschillende wijzen aangebragt. . . . .	15-17.
<i>Paardenkrachten.</i> Wat men in de Werktuig- kunde daaronder verstaat. . . . .	17.
<i>Parallelogram der krachten.</i> Wat men daar- door verstaat. . . . .	43.
<i>Pezen of riemen</i> , bij de raderwerken gebruikt, werken door de wrijving. . . . .	172.
<i>Pluggen.</i> Zie <i>wiggen</i> .	
<i>Proeven</i> over de volstrekte vastheid, hoe- danig genomen. . . . .	219 en 220.

## R.

<i>Raderen.</i> Wat men in de Werktuigkunde daardoor verstaat. . . . .	140.
<i>Raderwerk</i> (het evenwigt aan) wordt uit de leer voor het evenwigt der windäsfen af- geleid. . . . .	141 en 142.
<i>Raderwerken.</i> (over de) . . . . .	138-147.
—— (opmerkingen bij het gebruik van). . . . .	143.
—— (toepassing van). . . . .	145 en 146.
—— worden fomtijds met eene schroef	

in

in verband gebragt. Zie *schroef zonder einde*.

<i>Raderwerken</i> . (over de vorming der tanden van).	278-280.
<i>Rigting</i> van eene kracht. Hoedanig dezelve wordt aangetoond.	39.
<i>Rijtuigen</i> . (vaste stand der).	152.
<i>Roer</i> (de werking van het) verklaard.	47.
<i>Roerpen</i> (de) is een hefboom.	118.
<i>Rondfels</i> . Wat men in de Werktuigkunde daardoor verstaat.	140.
<i>Rosmolens</i> (de staarten van) zijn hefboomen.	118.
<i>Rust</i> . Wat men in de Werktuigkunde daardoor verstaat.	10.

## S.

*Schijfhoopen*. Zie *raderen*.

*Schoren* (hoedanig de drukking op) berekend wordt.

206 en 207.

*Schroef*. (over de).

159-167.

—— (de leer voor het evenwigt bij de)

afgeleid uit die voor hellende vlakken.

160 en 161.

*Schroef zonder einde*. Gebruik van dezelve.

166 en 167.

*Schroefbouten*. (over het gebruik van).

164.

*Schroefdraden*. (over den vorm der).

159 en 160.

—— beschouwd als hellende vlakken.

160.

*Schroefgang* (de hoogte van den) oefent

eenen grooten invloed uit op de wrijving

bij de schroef.

187.

*Schroeven* (onderscheiding der) in die met

driehoekige en vierhoekige draden.

163.

—— (verschillende soorten en gebruik van)

aangegeven.

164 en 165.

*Schroe-*

<i>Schroeven</i> , (beschrijving van gróote) vijzels genoemd. . . . .	165.
—— gebruikt, om lichamen regelmatig te ligten. . . . .	165 en 166.
—— gebruikt, om kleine bewegingen te geven. . . . .	166.
<i>Schuring</i> (over de) der touwen om vaste rollen en de stramheid der touwen. . . .	190-193.
—— der touwen evenredig met het span- nend vermogen. . . . .	190.
—— (tafel ter berekening van de grootte der). . . . .	190.
<i>Slagraden</i> . (boven- en onder-) Derzelver inrigting. . . . .	22 en 23.
<i>Sleephellingen</i> (bij) gebruikt men eene ver- binding van drie enkelvoudige werktuigen. .	198.
<i>Snelheid</i> . (betrekkelijke) . . . . .	247 en 248.
<i>Soortelijk gewigt</i> . Wat men daardoor verstaat. .	7.
<i>Spanning</i> van touwen of koorden te berekenen. .	69-71.
—— van een touw te vinden, waaraan verschillende gewigten zijn opgehangen. .	74.
<i>Spanningen</i> (toeneming der) van touwen of koorden door voorbeelden aangetoond. .	70-72.
—— van een touw bij het gebruik van katrolschijven. . . . .	128.
<i>Spiën</i> . Zie <i>wiggen</i> . . . . .	
—— (gebruik van). . . . .	170.
<i>Spijker</i> (het breken bij het inslaan van een broosfen) verklaard. . . . .	45.
<i>Spoed</i> eener schroef. Zie <i>schroef</i> . . . . .	
<i>Spoorraderen</i> . Zie <i>raderen</i> . . . . .	
<i>Stampers</i> van oliemolens werken door den vrijen val der lichamen. . . . .	261.
<i>Stelschroeven</i> . Zie <i>schroeven</i> . . . . .	
<i>Sterkte</i> (over de) der materialen. . . . .	217-244.
—— Wat men daardoor verstaat. . . . .	217.
<i>Sterk-</i>	

<i>Sterkte</i> (onderzoek naar de) van balken met het eene uiteinde in eenen muur beves- tigd, terwijl aan het andere uiteinde een gewicht gehangen is. . . . .	224-226.
—— (onderzoek naar de) van balken aan twee uiteinden ondersteund, en waaraan in het midden een gewicht gehangen is. . . . .	227 en 228.
<i>Stoom</i> , (over den) als beweegkracht. . . . .	25.
—— Wat men daardoor verstaan moet. . . . .	25.
—— is veêrkrachtig. . . . .	26.
<i>Stoomketels</i> . (oorzaak van het springen van) . . . . .	28.
<i>Stoomwerktuigen</i> . (uitlegging der werking van) . . . . .	28 en 29.
—— Hoedanig dezelve onderscheiden worden. . . . .	29 en 30.
—— Hoedanig derzelver kracht in paar- denkrachten worden berekend. . . . .	31-33.
<i>Stramheid</i> van touwen of koorden. . . . .	69 en 191.
—— (de) der touwen hangt af van de grootte der spanning. . . . .	191.
—— (de) der touwen hangt af van de dikte van het touw. . . . .	191.
—— (de) der touwen hangt af van de grootte der schijf, om welke het touw geflagen wordt. . . . .	191.
—— (invloed der) bij takels, kaapstan- ders, enz. . . . .	191.
—— (tafel ter berekening van de) der touwen. . . . .	192.
—— (aanwijzing der inrigting van de ta- fel voor de). . . . .	192 en 193.
—— (de) der touwen vermeedert de druk- king, en dus ook de wrijving bij katrol- schijven. . . . .	194.
—— der touwen bij de kaapstanders in rekening gebragt. . . . .	197.

Ta-

## T.

Bladz.

<i>Tafel</i> , aanwijzende de drukking van den stoom op een' vierkanten duim in ponden bij verschillende temperaturen. . . .	27.
—— ter berekening van de schuring der touwen. . . . .	190.
—— ter berekening van de stramheid der touwen. . . . .	192.
—— aanwijzende de volstrekte vastheid van verschillende stoffen. . . . .	220 en 221.
—— aangevende de getallen, welke bij het onderzoek der sterkte van balken voor verschillende houtsoorten gebezigd moeten worden. . . . .	236.
—— (aanwijzing van het gebruik van deze).	237-239.
<i>Takels</i> zijn vereenigingen van vaste en beweegbare katrolschijven. . . . .	126.
—— (de leer voor het evenwigt van verschillende). . . . .	127 en 128.
—— (wrijving bij). . . . .	193.
—— (bij het gebruik der) vermeerderd de bewogen wordende massa ten koste van de snelheid. . . . .	201 en 202.
<i>Talus</i> . Zie <i>natuurlijk talus</i> .	
<i>Tanden</i> van raderen. Zie <i>raderen</i> .	
—— (betrekking tusschen het aantal der) van raderen en rondfels. . . . .	143 en 144.
<i>Thermometers</i> . (verschillende soorten van) . . . .	26.
<i>Toepasfingen</i> (over de) der Werktuigkunde. . . .	204-217.
<i>Touw</i> (een) kan, strikt genomen, nooit door twee krachten in eene rechte lijn gehaald worden. . . . .	73.
<i>Touwen</i> of koorden zijn werktuigen. . . . .	68.

Tou-

<i>Touwen</i> of koorden. (merkwaardige eigenschap der) . . . . .	79 en 80.
<i>Traagheid</i> . Wat men in de Werktuigkunde daardoor verstaat. . . . .	11.
—— (over den invloed der) van lichamen bij de beweging der werktuigen. .	267-269.
—— (hoedanig de) der lichamen bij eene rondgaande beweging in rekening gebragt wordt. . . . .	269.
<i>Tuigen</i> der paarden zijn vereenigingen van gespannen touwen of koorden. . . .	80.

## U.

<i>Uitslaan</i> . Hoedanig dit ook voor vraagstukken de Werktuigkunde betreffende geschieden kan. . . . .	39 en 40.
<i>Unster</i> . (over den). . . . .	110-112.
—— (de) dient om te wegen, en is een hefboom met ongelijke armen. . . .	110.
—— (de inrigting van den) verklaard. .	110.
—— (aanwijzing tot het gebruik van den). .	110 en 111.
—— (beperktheid des gebruiks van den) en aanwijzing om die te verruimen. .	111.
—— (andere soort van). . . . .	112.

## V.

*Vaarschroef*. Zie *schroef*.

<i>Val</i> (de vrije) der lichamen, een voorbeeld van eenparig versnellende beweging. .	254.
—— (de vrije) der lichamen op verschillende voorbeelden toegepast. . . .	256-259.
<i>Vang</i> der molens werkt door de wrijving. .	172.
<i>Vastheid</i> . (volstrekte) Wat men daaronder verstaat. . . . .	218.

*Vast-*

<i>Vastheid</i> (de volstrekte) is in rede van de oppervlakte der doorsnede. . . . .	219.
—— (volstrekte) van verschillende stoffen. 220 en 221.	
—— (aanwijzing van het gebruik der tafel voor de volstrekte). . . . .	221 en 222.
—— (verlies in volstrekte) bij inlatingen der houtverbanden. . . . .	223.
<i>Veren</i> . (over de kracht van gespannen). . . . .	33.
<i>Vermogen van omdraaijing</i> . Wat men bij de hefboomen daardoor verstaat. . . . .	97.
<i>Vijzels</i> . Zie <i>schroeven</i> .	
<i>Voerwielen</i> . Zie <i>jaagwielen</i> .	
<i>Voetsblokken</i> . Zie <i>blokken</i> .	
<i>Voorbeelden</i> uit de eenparige beweging ontleend. . . . .	246 en 247.

## W.

<i>Water</i> als beweegkracht op schepraderen. . . . .	20.
<i>Waterpas vlak</i> . Wat men daardoor verstaat. . . . .	147.
—— dienstig tot ondersteuning van lichamen. . . . .	147.
<i>Waterraderen</i> worden onderscheiden in boven- en onderlagraderen. . . . .	22.
<i>Welzijn</i> . Zie <i>gewelven</i> .	
<i>Werktuigen</i> . (enkelvoudige) Wat men daardoor verstaat. . . . .	67.
—— (men onderscheidt drie voornamen enkelvoudige). . . . .	68.
—— (over de zamengestelde). . . . .	198 en 199.
—— (zamengestelde) waar al gebruikt. . . . .	199.
—— (het vermogen der) beschouwd in verband met de aangewende kracht. . . . .	199-204.
<i>Werktuigkunde</i> . Wat men daardoor verstaat. . . . .	12.

*Werk-*



<i>Werkuigkunde.</i> (toepasfingen der). . . .	204-217.
<i>Wetten</i> (over de) van beweging. . . .	244-263.
——— der eenparig verfnellende beweging.	251-255.
<i>Wig.</i> Wat men daardoor verftaat. . . .	167.
——— (over de leer voor het evenwigt bij de). . . . .	167 en 168.
——— (toepasfingen van de). . . . .	169.
<i>Wind.</i> (over de kracht van den) . . . .	17 en 18.
<i>Windfs.</i> (over het). . . . .	128-138.
——— (het evenwigt bij het) uit de leer van het evenwigt der hefboomen afgeleid.	129.
<i>Windfsen</i> (Het gebruik der) aangegeven. .	130 en 131.
——— (leer voor het evenwigt bij eene vereeniging van verfchillende). . . . .	136-138.
——— (bij het gebruik der) vermeerdert de bewogen wordende maffa ten koste van de fnelheid. . . . .	203.
<i>Wipbruggen</i> als hefboomen befchouwd. . .	119.
——— (onderzoek naar het evenwigt bij). .	119-122.
<i>Wrijving.</i> (over de). . . . .	170-178.
——— (wat men door de) verftaat. . . .	171.
——— (nadeelen en voordeelen der) in de Werkuigkunde. . . . .	171 en 172.
——— (onderscheiding der) in ftepende en rollende wrijving. . . . .	172.
——— (proeven over de) door MUSSCHENBROEK EN COULOMB. . . . .	173.
——— (onderscheiding der) in wrijving der rust en wrijving der beweging. . . .	173.
——— (de) is evenredig aan de drukking.	174.
——— (tafels voor de). . . . .	174 en 175.
——— (onderscheid tuffchen draaijende en rollende). . . . .	175.

<i>Wrijving</i> (over den invloed der) op de werktuigen. . . . .	178 en 179.
—— (over de grootte der) bij het hellend vlak. . . . .	179-185.
—— (berekening der) bij het hellend vlak, wanneer de kracht evenwijdig aan het hellend vlak is aangebragt. . . . .	179 en 180.
—— (berekening der) bij het hellend vlak, wanneer de kracht evenwijdig met de grondlijn is aangebragt. . . . .	180-183.
—— (berekening der) op hellende vlakken door voorbeelden opgehelderd. . . .	183-185.
—— (over den invloed der) bij de schroef. . . . .	187-189.
—— (de) is oorzaak, dat belaste schroeven niet terugloopen. . . . .	186.
—— (de) bij de schroef wordt afgeleid uit de wrijving op hellende vlakken. . . .	187.
—— (berekening der) bij de schroef. . . . .	187-189.
—— (over den invloed der) bij takels. . . . .	193-198.
—— (hoedanig de) bij eene katrolschijf in rekening wordt gebragt. . . . .	193.
—— berekend bij een vast blok. . . . .	194.
—— (de) in rekening gebragt bij het onderzoek voor het evenwigt aan takels. . .	195 en 196.
—— (de) zeer gering bij de kaapstanders. . .	197.
<i>Wrijvingstafels</i> . (aanwijzing van het gebruik en opmerkingen omtrent de) . . . . .	175 en 176.
<i>Wrikken</i> (het) bij floepen verklaard. . . .	47.

## Z.

<i>Zwaartepunt</i> . Wat men daardoor verstaat. .	56 en 57.
—— (elk ligchaam, vertikaal in het) genoegzaam ondersteund, zal in rust zijn. .	57.
<i>Zwaar-</i>	

- Zwaartepunt* (hoedanig het) van een' mensch  
 onder het loopen ondersteund wordt. . 57 en 58.
- (hoedanig het) der lichamen zou  
 kunnen gevonden worden. . . 59 en 60.
- (het is meestal genoeg, den verti-  
 kaal te kennen, waarin het) gelegen is. 60.
- (hoedanig het algemeene) van een  
 aantal lichamen gevonden wordt. . . 67.
- (ondersteuning van het) bij ligcha-  
 men, die op een plat vlak in evenwigt  
 zijn. . . . . 148 en 149.
- Zwaartepunten* (hoedanig de) van lijnen,  
 vlakken en lichamen gevonden worden. . 60-63.
- van omwentelings-lichamen. . . 64 en 65.
- (de plaats der) van eenige ligcha-  
 men opgegeven. . . . . 65 en 66.



